

Εργαστήριο 5

Αρχιτέκτονες Μηχανικοί

Άσκηση 1.

$$\text{In[1]:= } f[x_] = \frac{2}{3} x^{3/2}$$

$$\text{Out[1]= } \frac{2 x^{3/2}}{3}$$

$$\text{In[2]:= } \int_1^2 \sqrt{1 + D[f[x], x]^2} \, dx$$

$$\text{Out[2]= } -\frac{4\sqrt{2}}{3} + 2\sqrt{3}$$

$$\text{In[3]:= } \text{Factor}[\%]$$

$$\text{Out[3]= } -\frac{2}{3} \left(2\sqrt{2} - 3\sqrt{3} \right)$$

Άσκηση 2.

$$\text{In[4]:= } g[x_] = \text{Log}[\text{Sin}[x]]$$

$$\text{Out[4]= } \text{Log}[\text{Sin}[x]]$$

$$\text{In[5]:= } \int_{\pi/4}^{\pi/2} \sqrt{1 + D[g[x], x]^2} \, dx$$

$$\text{Out[5]= } -\text{Log}\left[\text{Tan}\left[\frac{\pi}{8}\right]\right]$$

Άσκηση 3.

Από τη παλέτα Basic Math Assistant $\rightarrow$ Basic Commands $\rightarrow d \int \Sigma$ (Calculus Commands) $\rightarrow$ Limit μπορούμε να πάρουμε τον τύπο της εντολής Limit,

$$\text{Limit}\left[\text{expr}, \text{var} \rightarrow \text{value}\right]$$

και να συμπληρώσουμε όπου **expr** την συνάρτηση της οποίας ψάχνουμε να βρούμε το όριο, όπου **var** την ανεξάρτητη μεταβλητή της συνάρτησης και τέλος όπου **value** την τιμή που τείνει η ανεξάρτητη μεταβλητή.

$$\text{In[6]:= } \text{Limit}\left[\frac{3x}{x}, x \rightarrow 0\right]$$

$$\text{Out[6]= } 3$$

Το παραπάνω όριο έχει βρεθεί του $x \rightarrow 0$ όταν το x τείνει στο 0 από μεγαλύτερες τιμές (δηλ. $x \rightarrow 0^+$). Όταν το x τείνει στο 0 από μικρότερες τιμές (δηλ. $x \rightarrow 0^-$) θα πρέπει να δώσουμε την παρακάτω εντολή:

$$\text{In[7]:= } \text{Limit}\left[\frac{3x}{x}, x \rightarrow 0, \text{Direction} \rightarrow 1\right]$$

$$\text{Out[7]= } 3$$

$$\text{In[8]:= Limit}\left[\frac{\text{Abs}[x]}{x}, x \rightarrow 0\right]$$

$$\text{Out[8]= } 1$$

$$\text{In[9]:= Limit}\left[\frac{\text{Abs}[x]}{x}, x \rightarrow 0, \text{Direction} \rightarrow 1\right]$$

$$\text{Out[9]= } -1$$

Άρα το όριο δεν υπάρχει.

Άσκηση 4.

$$\text{In[10]:= Limit}\left[\frac{\text{Cos}[x]^{\text{Sin}[x]} - 1}{x!}, x \rightarrow \infty\right]$$

$$\text{Out[10]= Limit}\left[\frac{-1 + \text{Cos}[x]^{\text{Sin}[x]}}{x!}, x \rightarrow \infty\right]$$

$$\text{In[11]:= } << \text{"NumericalCalculus`"}$$

$$\text{In[12]:= NLimit}\left[\frac{\text{Cos}[x]^{\text{Sin}[x]} - 1}{x!}, x \rightarrow \infty\right]$$

$$\text{Out[12]= } 0. + 0. i$$

Άσκηση 5.

$$\text{In[13]:= } f[x_] := x^3 e^{-2x}$$

$$\text{In[14]:= } f'[x]$$

$$\text{Out[14]= } 3 e^{-2x} x^2 - 2 e^{-2x} x^3$$

$$\text{In[15]:= Simplify[%]}$$

$$\text{Out[15]= } -e^{-2x} x^2 (-3 + 2x)$$

$$\text{In[16]:= } g[x_] := x * \text{ArcTan}[x]$$

$$\text{In[17]:= } g'[x]$$

$$\text{Out[17]= } \frac{x}{1+x^2} + \text{ArcTan}[x]$$

$$\text{In[18]:= } h[x_] := (2x+1)(3x^2-4x+2)$$

$$\text{In[19]:= } h''[x]$$

$$\text{Out[19]= } 6(1+2x) + 4(-4+6x)$$

$$\text{In[20]:= Simplify[%]}$$

$$\text{Out[20]= } -10 + 36x$$

$$\text{In[21]:= } k[x_] := \frac{\text{ArcSin}[x]}{x^2 - 1}$$

$$\text{In[22]:= } \partial_{\{x,3\}} k[x]$$

$$\text{Out[22]= } -\frac{6x^2}{(1-x^2)^{3/2}(-1+x^2)^2} + \frac{\frac{3x^2}{(1-x^2)^{5/2}} + \frac{1}{(1-x^2)^{3/2}}}{-1+x^2} + \frac{3\left(\frac{8x^2}{(-1+x^2)^3} - \frac{2}{(-1+x^2)^2}\right)}{\sqrt{1-x^2}} + \left(-\frac{48x^3}{(-1+x^2)^4} + \frac{24x}{(-1+x^2)^3}\right) \text{ArcSin}[x]$$

In[23]:= **FullSimplify**[%]

$$\text{Out[23]} = \frac{-7 - 19 x^2 + 26 x^4 - 24 x \sqrt{1 - x^2} (1 + x^2) \text{ArcSin}[x]}{(1 - x^2)^{9/2}}$$

Άσκηση 6.

In[24]:= $\int e^{-2x} \sin[3x] \, dx$

$$\text{Out[24]} = -\frac{1}{13} e^{-2x} (3 \cos[3x] + 2 \sin[3x])$$

In[25]:= $\int y^3 \log[y]^2 \, dy$

$$\text{Out[25]} = \frac{y^4}{32} - \frac{1}{8} y^4 \log[y] + \frac{1}{4} y^4 \log[y]^2$$

In[26]:= **Simplify**[%]

$$\text{Out[26]} = \frac{1}{32} y^4 (1 - 4 \log[y] + 8 \log[y]^2)$$

In[27]:= $\int_0^{\sqrt[3]{\pi}} e^{-x^2} \cos[x^3] \, dx$

$$\text{Out[27]} = \int_0^{\pi^{1/3}} e^{-x^2} \cos[x^3] \, dx$$

In[28]:= **N**[%]

$$\text{Out[28]} = 0.701566$$

Άσκηση 7.

In[29]:= $s1 = \sqrt{a^2 - \left(x - \frac{a}{2}\right)^2}$

$$\text{Out[29]} = \sqrt{a^2 - \left(-\frac{a}{2} + x\right)^2}$$

In[30]:= $s2 = \frac{1}{2} \left(2 \sqrt{4a^2 - x^2} - a \sqrt{3}\right)$

$$\text{Out[30]} = \frac{1}{2} \left(-\sqrt{3} a + 2 \sqrt{4a^2 - x^2}\right)$$

In[31]:= $4 \left(\int_a^{3a/2} s1 \, dx + \int_0^a s2 \, dx\right)$

$$\text{Out[31]} = 4 \left(\frac{1}{24} a \sqrt{a^2} \left(-3 \sqrt{3} + 4 \pi\right) + \frac{1}{6} a \left(-3 \sqrt{3} a + \sqrt{a^2} \left(3 \sqrt{3} + 2 \pi\right)\right)\right)$$

In[32]:= **Simplify**[%]

$$\text{Out[32]} = \frac{1}{2} a \left(-4 \sqrt{3} a + \sqrt{a^2} \left(3 \sqrt{3} + 4 \pi\right)\right)$$

In[33]:= **PowerExpand**[%]

$$\text{Out[33]} = \frac{1}{2} a \left(-4 \sqrt{3} a + a \left(3 \sqrt{3} + 4 \pi\right)\right)$$

In[34]:= **Simplify[%]**

$$\text{Out[34]} = -\frac{1}{2} a^2 \left(\sqrt{3} - 4 \pi \right)$$