

Εργαστήριο 3

Χημικοί

Άσκηση 1.

Από τη παλέτα Basic Math Assistant → Basic Commands → y=x (Algebra Commands) μπορούμε να βρούμε τις εντολές για γινόμενο παραγόντων (Factor), ανάπτυξη έκφρασης (Expand), ενοποίηση έκφρασης (Together), απλοποίηση (Simplify) κλπ.

In[1]:= **Factor** [$12 x^2 + 27 x y - 84 y^2$]

Out[1]= $3 (4 x - 7 y) (x + 4 y)$

In[2]:= **Expand** [$(x + y)^2 (3 x - y)^3$]

Out[2]= $27 x^5 + 27 x^4 y - 18 x^3 y^2 - 10 x^2 y^3 + 7 x y^4 - y^5$

In[3]:= **Together** [$\frac{2}{x^2} - \frac{x^2}{2}$]

Out[3]= $\frac{4 - x^4}{2 x^2}$

Άσκηση 2.

Από τη παλέτα Basic Math Assistant → Advanced → Define Function μπορούμε να φέρουμε στο φύλλο εργασίας τον τύπο για τον ορισμό μίας συνάρτησης

`name` [`var` `_`] := `expr`

και να συμπληρώσουμε όπου **name** το όνομα της συνάρτησης, όπου **var** την ανεξάρτητη μεταβλητή της συνάρτησης και τέλος όπου **expr** τον τύπο της συνάρτησης.

In[4]:= **f** [**x_**] = x^2

Out[4]= x^2

In[5]:= **f** [**2**]

Out[5]= 4

In[6]:= **g** [**x_**] = $\sqrt{x}$

Out[6]= $\sqrt{x}$

In[7]:= **g** [**4**]

Out[7]= 2

In[8]:= **h** [**x_**] = $x + \sin[x]$

Out[8]= $x + \sin[x]$

$$\text{In}[9]:= \mathbf{h}\left[\frac{\pi}{2}\right]$$

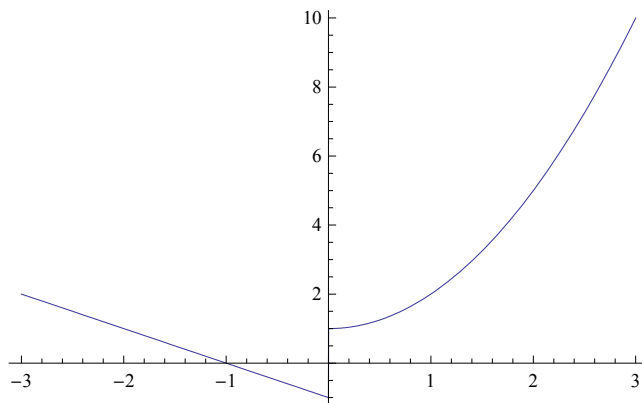
$$\text{Out}[9]= 1 + \frac{\pi}{2}$$

Άσκηση 3.

$$\text{In}[10]:= \mathbf{f}[\mathbf{x_}] := \mathbf{Which}[\mathbf{x} \geq 0, \mathbf{x}^2 + 1, \mathbf{x} < 0, -\mathbf{x} - 1]$$

$$\text{In}[11]:= \mathbf{Plot}[\mathbf{f}[\mathbf{x}], \{\mathbf{x}, -3, 3\}]$$

Out[11]=



Άσκηση 4.

$$\text{In}[12]:= \mathbf{f}[\mathbf{x_}] = \frac{2}{3} \mathbf{x}^{3/2}$$

$$\text{Out}[12]= \frac{2 \mathbf{x}^{3/2}}{3}$$

$$\text{In}[13]:= \int_1^2 \sqrt{1 + \mathbf{D}[\mathbf{f}[\mathbf{x}], \mathbf{x}]^2} \, \mathbf{dx}$$

$$\text{Out}[13]= -\frac{4 \sqrt{2}}{3} + 2 \sqrt{3}$$

$$\text{In}[14]:= \mathbf{Factor}[\%]$$

$$\text{Out}[14]= -\frac{2}{3} \left(2 \sqrt{2} - 3 \sqrt{3} \right)$$

Άσκηση 5.

Από τη παλέτα Basic Math Assistant → Basic Commands → $d \int \Sigma$ (Calculus Commands) → Limit μπορούμε να πάρουμε τον τύπο της εντολής Limit,

Limit[**expr**, **var** → **value**]

και να συμπληρώσουμε όπου **expr** την συνάρτηση της οποίας ψάχνουμε να βρούμε το όριο, όπου **var** την ανεξάρτητη μεταβλητή της συνάρτησης και τέλος όπου **value** την τιμή που τείνει η ανεξάρτητη μεταβλητή.

```
In[15]:= Limit[ $\frac{3x}{x}, x \rightarrow 0$ ]
```

```
Out[15]= 3
```

Το παραπάνω όριο έχει βρεθεί του $x \rightarrow 0$ όταν το x τείνει στο 0 από μεγαλύτερες τιμές (δηλ. $x \rightarrow 0^+$). Όταν το x τείνει στο 0 από μικρότερες τιμές (δηλ. $x \rightarrow 0^-$) θα πρέπει να δώσουμε την παρακάτω εντολή:

```
In[16]:= Limit[ $\frac{3x}{x}, x \rightarrow 0, \text{Direction} \rightarrow 1$ ]
```

```
Out[16]= 3
```

```
In[17]:= Limit[ $\frac{\text{Abs}[x]}{x}, x \rightarrow 0$ ]
```

```
Out[17]= 1
```

```
In[18]:= Limit[ $\frac{\text{Abs}[x]}{x}, x \rightarrow 0, \text{Direction} \rightarrow 1$ ]
```

```
Out[18]= -1
```

Άρα το όριο δεν υπάρχει.

Άσκηση 6.

```
In[19]:= Limit[ $\frac{\text{Cos}[x]^{\text{Sin}[x]} - 1}{x!}, x \rightarrow \infty$ ]
```

```
Out[19]= Limit[ $\frac{-1 + \text{Cos}[x]^{\text{Sin}[x]}}{x!}, x \rightarrow \infty$ ]
```

```
In[20]:= << "NumericalCalculus`"
```

```
In[21]:= NLimit[ $\frac{\text{Cos}[x]^{\text{Sin}[x]} - 1}{x!}, x \rightarrow \infty$ ]
```

```
Out[21]= 0. + 0. i
```

Άσκηση 7.

```
In[22]:= f[x_] := x^3 e^{-2x}
```

```
In[23]:= f'[x]
```

```
Out[23]= 3 e^{-2x} x^2 - 2 e^{-2x} x^3
```

In[24]:= **Simplify[%]**

Out[24]= $-e^{-2x} x^2 (-3 + 2x)$

In[25]:= **g[x_] := x * ArcTan[x]**

In[26]:= **g'[x]**

Out[26]= $\frac{x}{1+x^2} + \text{ArcTan}[x]$

In[27]:= **h[x_] := (2x + 1) (3x^2 - 4x + 2)**

In[28]:= **h'[x]**

Out[28]= $6(1 + 2x) + 4(-4 + 6x)$

In[29]:= **Simplify[%]**

Out[29]= $-10 + 36x$

In[30]:= **k[x_] := $\frac{\text{ArcSin}[x]}{x^2 - 1}$**

In[31]:= **D[{x, 3} k[x]**

Out[31]=
$$-\frac{6x^2}{(1-x^2)^{3/2}(-1+x^2)^2} + \frac{\frac{3x^2}{(1-x^2)^{5/2}} + \frac{1}{(1-x^2)^{3/2}}}{-1+x^2} +$$

$$\frac{3\left(\frac{8x^2}{(-1+x^2)^3} - \frac{2}{(-1+x^2)^2}\right)}{\sqrt{1-x^2}} + \left(-\frac{48x^3}{(-1+x^2)^4} + \frac{24x}{(-1+x^2)^3}\right) \text{ArcSin}[x]$$

In[32]:= **FullSimplify[%]**

Out[32]=
$$\frac{-7 - 19x^2 + 26x^4 - 24x\sqrt{1-x^2}(1+x^2)\text{ArcSin}[x]}{(1-x^2)^{9/2}}$$

Άσκηση 8.

In[33]:= $\int e^{-2x} \sin[3x] dx$

Out[33]= $-\frac{1}{13} e^{-2x} (3 \cos[3x] + 2 \sin[3x])$

In[34]:= $\int y^3 \log[y]^2 dy$

Out[34]= $\frac{y^4}{32} - \frac{1}{8} y^4 \log[y] + \frac{1}{4} y^4 \log[y]^2$

In[35]:= **Simplify[%]**

Out[35]= $\frac{1}{32} y^4 (1 - 4 \log[y] + 8 \log[y]^2)$

$$\text{In[36]:= } \int_0^{\sqrt[3]{\pi}} e^{-x^2} \cos[x^3] \, dx$$

$$\text{Out[36]= } \int_0^{\pi^{1/3}} e^{-x^2} \cos[x^3] \, dx$$

$$\text{In[37]:= } \mathbf{N[\%]}$$

$$\text{Out[37]= } 0.701566$$

Άσκηση 9.

$$\text{In[38]:= } \mathbf{s1} = \sqrt{a^2 - \left(x - \frac{a}{2}\right)^2}$$

$$\text{Out[38]= } \sqrt{a^2 - \left(-\frac{a}{2} + x\right)^2}$$

$$\text{In[39]:= } \mathbf{s2} = \frac{1}{2} \left(2 \sqrt{4a^2 - x^2} - a \sqrt{3} \right)$$

$$\text{Out[39]= } \frac{1}{2} \left(-\sqrt{3} a + 2 \sqrt{4a^2 - x^2} \right)$$

$$\text{In[40]:= } \mathbf{4 \left(\int_a^{3a/2} s1 \, dx + \int_0^a s2 \, dx \right)}$$

$$\text{Out[40]= } 4 \left(\frac{1}{24} a \sqrt{a^2} \left(-3 \sqrt{3} + 4 \pi \right) + \frac{1}{6} a \left(-3 \sqrt{3} a + \sqrt{a^2} \left(3 \sqrt{3} + 2 \pi \right) \right) \right)$$

$$\text{In[41]:= } \mathbf{\text{Simplify}[\%]}$$

$$\text{Out[41]= } \frac{1}{2} a \left(-4 \sqrt{3} a + \sqrt{a^2} \left(3 \sqrt{3} + 4 \pi \right) \right)$$

$$\text{In[42]:= } \mathbf{\text{PowerExpand}[\%]}$$

$$\text{Out[42]= } \frac{1}{2} a \left(-4 \sqrt{3} a + a \left(3 \sqrt{3} + 4 \pi \right) \right)$$

$$\text{In[43]:= } \mathbf{\text{Simplify}[\%]}$$

$$\text{Out[43]= } -\frac{1}{2} a^2 \left(\sqrt{3} - 4 \pi \right)$$