

Πρώτο Έτος Αρχιτεκτόνων Μηχανικών

Φυλλάδιο 1

I) Να αναλυθούν σε άθροισμα απλών κλασμάτων τα κλάσματα:

$$1) \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x^2 + 4x + 7}{(x+2)(x+3)^2}$$

$$(\text{Απ. } A_1 = 3, A_2 = -2, A_3 = -4).$$

$$2) \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x^5 + 1}{(x^2 - x + 1)^3}$$

$$(\text{Απ. } A_1 = 1, B_1 = 2, A_2 = 1, B_2 = -3, A_3 = -1, B_3 = 2).$$

$$3) \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x^3 + 2x^2 + x + 1}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-5)}$$

$$(\text{Απ. } A_1 = -\frac{5}{8}, A_2 = \frac{19}{3}, A_3 = -\frac{49}{4}, A_4 = \frac{181}{24}).$$

II) Να αποδειχθεί ότι ισχύει η σχέση: $\frac{d}{dx}(\operatorname{arcsec} \theta) = \frac{1}{\theta \sqrt{\theta^2 - 1}} \frac{d\theta}{dx}$

III) Να υπολογισθεί η παράγωγος dy/dx , όταν $y^2 \sin x + y = \arctan x$.

$$\text{Απ. } y' = \frac{1 - (1 + x^2)y^2 \cos x}{(1 + x^2)(2y \sin x + 1)}$$

IV) Χρησιμοποιήστε λογαριθμική παραγωγή για να βρείτε την πρώτη παράγωγο των συναρτήσεων:

$$1) y = \frac{x(1 - x^2)^2}{(1 + x^2)^{1/2}}.$$

$$\text{Απ. } y' = \frac{(1 - 5x^2 - 4x^4)(1 - x^2)}{(1 + x^2)^{3/2}}$$

$$2) y = (3 + 2 \sin x)^{\cos 3x}$$

$$\text{Απ. } (3 + 2 \sin x)^{\cos 3x - 1} (2 \cos x \cos 3x - 9 \ln(3 + 2 \sin x) \sin 3x - 6 \ln(3 + 2 \sin x) \sin x \sin 3x)$$

$$3) y = x^3 e^{2x} \cos^2 x$$

$$\text{Απ. } e^{2x} x^2 \cos x (3 \cos x + 2x \cos x - 2x \sin x)$$

V) Βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης που δίνεται από τις παραμετρικές εξισώσεις, $x = \sqrt{t}$, $y = t - 1/\sqrt{t}$ στο σημείο για το οποίο $t = 4$.

Απ. $17x - 4y = 20$.

VI) Να υπολογισθούν τα ολοκληρώματα με ανάλυση σε απλά κλάσματα:

1) $\int \frac{dx}{x^2 - 4}$

2) $\int \frac{x + 1}{x^3 + x^2 - 6x} dx$

3) $\int \frac{3x + 5}{x^3 - x^2 - x + 1} dx$

4) $\int \frac{x^4 - x^3 - x - 1}{x^3 - x^2} dx$

5) $\int \frac{x^3 + x^2 + x + 2}{x^4 + 3x^2 + 2} dx$

6) $\int \frac{x^2}{a^4 - x^4} dx$

7) $\int \frac{2x^2 + 3}{(x^2 + 1)^2} dx$.