

Πρώτο Έτος Πολιτικών Μηχανικών

Εργαστήριο 5

Άσκηση 1.

Να βρεθεί το μήκος της γραμμής $f(x) = \frac{2}{3}x^{3/2}$ αν $1 \leq x \leq 2$.

Άσκηση 2.

Να βρεθεί το μήκος της καμπύλης $y = \ln(\sin x)$ αν $\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

Άσκηση 3.

Να βρείτε, αν υπάρχουν, τα όρια $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{x}$ και $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$.

Άσκηση 4.

Βρείτε το όριο της συνάρτησης $f(x) = (\cos x)^{\sin x} / x!$, όταν $x \rightarrow \infty$.

Άσκηση 5.

Βρείτε τις παρακάτω παραγώγους:

α) $f'(x)$ εάν $f(x) = x^3 e^{-2x}$.

β) $g'(x)$ εάν $g(x) = x \tan^{-1} x$.

γ) $h''(x)$ εάν $h(x) = (2x + 1)(3x^2 - 4x + 2)$.

δ) $k'''(x)$ εάν $k(x) = \frac{\sin^{-1} x}{x^2 - 1}$.

Απλοποιήστε τα αποτελέσματα.

Άσκηση 6.

Υπολογίστε τα ολοκληρώματα:

α) $\int e^{-2x} \sin 3x \, dx$

β) $\int y^3 \ln^2 y \, dy$

γ) $\int_0^{\sqrt[3]{\pi}} e^{-x^2} \cos x^3 \, dx$

Άσκηση 7.

Έστω οι ποσότητες $s_1 = \sqrt{a^2 - (x - a/2)^2}$ και $s_2 = (2\sqrt{4a^2 - x^2} - a\sqrt{3})/2$.

Να βρεθεί και να απλοποιηθεί η παράσταση:

$$4 \left(\int_a^{\frac{3a}{2}} s_1 \, dx + \int_0^a s_2 \, dx \right)$$

Άσκηση 8.

Υπολογίστε τους 8 πρώτους όρους της σειράς Taylor του $\ln(x)$, γύρω από το 1. Υπολογίστε επίσης τους 5 πρώτους όρους της σειράς Maclaurin, της συνάρτησης $f(x) = \tan^{-1} x$. Ποιό είναι το άθροισμα των δύο σειρών;