

Πρώτο Έτος Πολιτικών Μηχανικών

Εργαστήριο 9

Άσκηση 1.

Να βρεθούν οι μερικές παράγωγοι:

$$\alpha) \frac{\partial^2(x^2y^3)}{\partial x \partial y}, \quad \beta) \frac{\partial^3(x^2y^3)}{\partial^2 x \partial y}, \quad \gamma) \frac{\partial^2(\sin 3x \cos 4y)}{\partial x \partial y}.$$

Άσκηση 2.

Να βρεθεί το ολικό διαφορικό $dz = \frac{\partial z}{\partial x}dx + \frac{\partial z}{\partial y}dy$ των συναρτήσεων:

$$\alpha) z = x^3y + x^2y^2 + xy^3, \quad \beta) z = x \sin y - y \sin x.$$

Άσκηση 3.

Υπολογίστε κατά προσέγγιση τη μεταβολή της υποτείνουσας ενός ορθογωνίου τριγώνου με κάθετες πλευρές 6cm και 8cm, όταν η μικρότερη πλευρά μεγαλώσει κατά 1/4cm και η μεγαλύτερη πλευρά μικρύνει κατά 1/8cm.

Άσκηση 4.

Βρείτε τα τοπικά ακρότατα της συνάρτησης $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3x - 11y + 20$ όταν $-\pi < x, y < \pi$.

Άσκηση 5.

Να υπολογισθούν τα διπλά ολοκληρώματα:

$$\alpha) \int_1^2 \int_y^{3y} (x+y)dx dy \quad \beta) \int_0^1 \int_{x^2}^x dy dx \quad \gamma) \int_0^{\pi/2} \int_2^{4 \cos \theta} p^3 dp d\theta.$$

Άσκηση 6.

Να υπολογισθεί το τριπλό ολοκλήρωμα $\int_0^\pi \int_0^{\pi/4} \int_0^{\sec \phi} \sin 2\phi dp d\phi d\theta$.

Άσκηση 7.

Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:

$$\alpha) f(x, y) = \cos xy \cos x \text{ όταν } 0 \leq x, y \leq \pi, \\ \beta) g(x, y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2} \text{ όταν } -1 \leq x, y \leq 1 \text{ και} \\ \gamma) h(x, y) = \sin(x + y^2) \text{ όταν } -2 \leq x, y \leq 2.$$

Άσκηση 8.

(i) Να σχεδιαστεί η τρισδιάστατη γραφική παράσταση της παραμετρικής επιφανείας $t, \cos 9t, \sin 9t$ όταν $0 \leq t \leq \pi$.

(ii) Να γίνουν σε ένα σχήμα οι γραφικές παραστάσεις των δύο επιφανειών:

- α) $\sin s \cos t, \sin s \sin t, 1 + \cos s$ όταν $0 \leq s \leq \pi, 0 \leq t \leq 2\pi$ και
β) $2 \sin s \cos t, 2 \sin s \sin t, 2 \cos s$ όταν $\pi/2 \leq s \leq \pi, -\pi \leq t \leq \pi$.