

- ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ & ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ -
- Ηλεκ/γων Μηχ/κών & Τεχνολογίας Υπολογιστών 2006/07 -

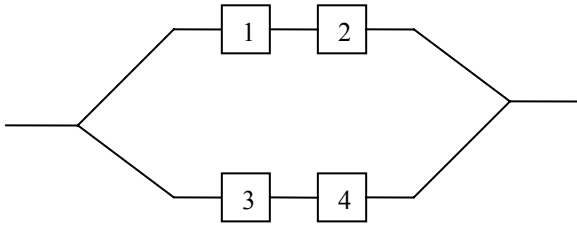
ΑΣΚΗΣΕΙΣ #1 – ΠΙΘΑΝΟΘΕΩΡΙΑ

1. Δίνονται τα γεγονότα A , B και Γ και οι πιθανότητες: $P(A) = P(B) = P(\Gamma) = p$, $P(A \cap B) = P(A \cap \Gamma) = P(B \cap \Gamma) = q$, $P(A \cap B \cap \Gamma) = r$. Να βρείτε τη πιθανότητα:
(α) να συμβαίνει τουλάχιστον ένα από τα A , B και Γ .
(β) να συμβαίνουν τουλάχιστον δύο από τα A , B και Γ .
(γ) να συμβαίνει ακριβώς ένα από τα A , B και Γ .
(δ) να συμβαίνουν ακριβώς δύο από τα A , B και Γ .
[Απ. $3p-3q+r$, $3q-2r$, $3(p-2q+r)$, $3(q-r)$]
2. Ένα παλιό αυτοκίνητο χαλάει 65% από βλάβη μηχανική, 20% από αμέλεια του οδηγού, 5% από βλάβη μηχανική και αμέλεια του οδηγού. Επίσης χαλάει και από άλλες αιτίες. Ποια η πιθανότητα να χαλάσει το αυτοκίνητο μόνο από βλάβη μηχανική ή μόνο από αμέλεια του οδηγού;
[Απ. 0.75]
3. Ένα κιβώτιο έχει 5 λαμπτήρες από τους οποίους οι 3 είναι ελαττωματικοί. Ελέγχουμε τους λαμπτήρες, έναν προς έναν, χωρίς επανάθεση
(α) μέχρι να βρούμε τον πρώτο ελαττωματικό.
(β) μέχρι να βρούμε όλους τους ελαττωματικούς.
Να γραφεί ο δειγματοχώρος για τα δύο πειράματα αντίστοιχα.
4. Ρίχνουμε τέσσερα (διακριτά) ζάρια μια φορά
(α) Περιγράψτε τον δειγματοχώρο του πειράματος.
(β) Να βρεθεί η πιθανότητα να έχουμε τουλάχιστον έναν άσσο.
(γ) Να βρεθεί η πιθανότητα να έχουμε άθροισμα 13.
[Απ. 0.5177, 0.1080]
5. Ένα δοχείο με 100 βίδες περιέχει 5 ελαττωματικές. Ποια είναι η πιθανότητα αν επιλέξουμε δύο βίδες τυχαία και χωρίς επαναποθέτηση από το δοχείο να είναι και οι δύο καλές;
[Απ. 0.902]
6. Επιλέγουμε τυχαία ένα σημείο στο μοναδιαίο τετράγωνο. (α) Υπολογίστε την πιθανότητα να βρίσκετε στο τρίγωνο που ορίζεται από τις $x = 0$, $y = 0$ και $x+y = 1$.
(β) Αν γνωρίζουμε ότι το σημείο που επιλέχθηκε τυχαία στο μοναδιαίο τετράγωνο ανήκει στο τρίγωνο που ορίζεται από τις $x = 0$, $y = 0$ και $x+y = 1$, βρείτε τη πιθανότητα να ανήκει και στο τρίγωνο που ορίζεται από τις $y = 0$, $x = 1$ και $x = y$.
[Απ. $1/2$, $1/2$]
7. Έστω A και B δύο ξένα μεταξύ τους (ασυμβίβαστα) γεγονότα και έστω ότι $P(A) > 0$ και $P(B) > 0$. Εξετάστε εάν είναι δυνατόν τα A και B να είναι ανεξάρτητα γεγονότα.
8. Ένας φοιτητής δίνει ένα διαγώνισμα πολλαπλών επιλογών, στο οποίο κάθε ερώτημα έχει 5 δυνατές απαντήσεις, από τις οποίες ακριβώς μία είναι σωστή. Αν ο φοιτητής γνωρίζει την απάντηση, επιλέγει τη σωστή απάντηση. Αλλιώς επιλέγει τυχαία μία από τις 5 δυνατές απαντήσεις. Υποθέτουμε ότι ο φοιτητής γνωρίζει την απάντηση για το 70% των ερωτημάτων. (α) Ποια είναι η πιθανότητα ο φοιτητής να δώσει τη σωστή απάντηση σε δεδομένο ερώτημα; (β) Αν ο φοιτητής δώσει τη σωστή απάντηση σε κάποιο ερώτημα, ποια η πιθανότητα να γνώριζε την απάντηση;
[Απ. 0.76, 0.921]

9. Μία ασφαλιστική εταιρεία κατηγοριοποιεί τους οδηγούς που ασφαλίζει σε τρεις κατηγορίες: (A1) χαμηλής επικινδυνότητας (A2) μεσαίας επικινδυνότητας και (A3) υψηλής επικινδυνότητας. Από τους ασφαλισμένους σήμερα στην εταιρεία, το 30% είναι στην κατηγορία A1, το 50% στην κατηγορία A2, και το 20% στην κατηγορία A3. Στη διάρκεια ενός έτους η πιθανότητα ότι ένας τυχαίος οδηγός θα έχει τουλάχιστον ένα ατύχημα είναι .10 για την κατηγορία A1, .30 για τη κατηγορία A2 και .50 για τη κατηγορία A3. Εάν τον επόμενο χρόνο ένας τυχαίος ασφαλισμένος οδηγός αυτής της εταιρείας έχει ένα ατύχημα με το αυτοκίνητο του, ποιά είναι η πιθανότητα να ανήκει στην κατηγορία A1; Στη κατηγορία A2; Στη κατηγορία A3;

[Απ. 0.107, 0.5357, 0.357]

10. Ένα σύστημα αποτελείται από 4 εξαρτήματα συνδεδεμένα όπως στην εικόνα. Το σύστημα λειτουργεί όταν τουλάχιστον ένας από τους κλάδους 1-2 ή 3-4 βρίσκεται σε λειτουργία. Κάθε ένας από τους κλάδους λειτουργεί όταν και τα δύο εξαρτήματα που βρίσκονται επάνω του λειτουργούν. Εάν υποθέσουμε ότι η λειτουργία κάθε



εξαρτήματος δεν επηρεάζεται από την λειτουργία των υπολοίπων και το καθένα λειτουργεί με πιθανότητα 90%, (α) ποια η πιθανότητα ότι το σύστημα θα λειτουργεί; (β) ποια θα πρέπει να είναι η πιθανότητα λειτουργίας του καθενός εξαρτήματος για να εξασφαλιστεί αξιοπιστία 99% για ολόκληρο το σύστημα;

[Απ. 0.9639, 0.95]

11. Ένα δοχείο περιέχει 5 άσπρες και 8 μαύρες μπάλλες. Παίρνουμε κατά τύχη μία-μία μπάλλα χωρίς επανάθεση μέχρι να μείνουν μπάλλες ενός μόνο χρώματος στο δοχείο. Ποια η πιθανότητα να μείνουν στο δοχείο μόνο άσπρες μπάλλες;

[Απ. 0.3845]

12. Στη διαδρομή Los Angeles – New York λειτουργούν 3 αεροπορικές εταιρείες κατά τη διάρκεια της νύχτας. Για την αεροπορική εταιρεία 1 είναι γνωστό ότι το 40% των πτήσεων καθυστερούν για την απογείωση, για την αεροπορική εταιρεία 2, αντίστοιχα, το 50% των πτήσεων και για την εταιρεία 3 το 70%. Εάν μια συγκεκριμένη νύχτα, αποφασίσω να πετάξω σ' αυτή τη διαδρομή και επιλέξω τυχαία μια από τις 3 αεροπορικές εταιρείες,
(α) ποια η πιθανότητα να διαλέξω την αεροπορική εταιρεία 1 και να καθυστερήσει η πτήση μου;
(β) ποια η πιθανότητα ότι θα καθυστερήσει η πτήση μου;
(γ) Δεδομένου ότι η πτήση μου καθυστέρησε ποια η πιθανότητα ότι επέλεξα την αεροπορική εταιρεία 1;

[Απ. 0.133, 0.533, 0.25]