

- ΠΙΘΑΝΟΘΕΩΡΙΑ & ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ -
- Ηλεκ/γων Μηχ/κών & Τεχνολογίας Υπολογιστών 2006/07 -
ΑΣΚΗΣΕΙΣ #5 – ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ –

1. Ο σφυγμός των ενηλίκων ανδρών ηλικίας 18-25 ετών σε κάποια χώρα ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέση τιμή 72.5 κτύπους το λεπτό και τυπική απόκλιση 9.7 κτύπους το λεπτό.

(α) Να βρεθεί το 0.15 ποσοστιαίο σημείο (15-στο εκατοστιαίο σημείο του σφυγμού των ενηλίκων ανδρών 18-25 ετών σ' αυτή τη χώρα.

(β) Αν κάποια υπηρεσία προσλαμβάνει μόνον άνδρες 18-25 ετών με σφυγμό όχι μεγαλύτερο των 80 κτύπων ανά λεπτό, τι ποσοστό των ανδρών 18-25 δεν ικανοποιούν την απαίτηση της υπηρεσίας γιατί έχουν υψηλούς σφυγμούς;

(γ) Να βρεθεί η πιθανότητα ότι ακριβώς 2 από 8 συγκεκριμένους υποψήφιους στην παραπάνω υπηρεσία (άνδρες ηλικίας 18-25) έχουν σφυγμούς περισσότερους από 80 κτύπους το λεπτό.

[Απ. 62.412, 22.06%, 0.3054]

2. Μια εταιρεία κατασκευάζει μπαταρίες με τάση που ακολουθεί κανονική κατανομή μέσης τιμής 45.1 volt και τυπικής απόκλισης 0.04 volt. Εάν τέσσερις τέτοιες μπαταρίες συνδεθούν στη σειρά, υπολογίστε τα 95% και 99% όρια εμπιστοσύνης για την ολική τάση.

[Απ. (180.24, 180.56), (180.19, 180.61)]

3. Θέλουμε να εκτιμήσουμε τη μέση τιμή ενός πληθυσμού με διάστημα εμπιστοσύνης 99%. Σε πείραμα 50 ανεξάρτητων παρατηρήσεων, βρέθηκε $\bar{X} = 0.72$ και $s^2 = 0.022$. (α) Να βρεθεί και να ερμηνευτεί το 99% διάστημα εμπιστοσύνης για τη μέση τιμή του πληθυσμού. (β) Να βρεθεί ο ελάχιστος αριθμός παρατηρήσεων που πρέπει να επιλεγούν από τον πληθυσμό ώστε το 99% δ.ε. που θα προκύψει να έχει μέγιστο πλάτος 0.06. (Υπόδ. Να γίνει η προσέγγιση $\sigma^2 \approx 0.022$). (γ) Έστω ότι δεν μας ικανοποιεί το πλάτος του διαστήματος που βρέθηκε στο (α), αλλά δεν είναι δυνατόν να κάνουμε περισσότερες από 50 παρατηρήσεις. Τι πρέπει να κάνουμε;

[Απ. (0.666, 0.7774), 163]

4. Σε δείγμα 100 εξαρτημάτων βρέθηκαν 20 ελαττωματικά. (α) Να βρεθεί και να ερμηνευτεί το 98% δ.ε. για την αναλογία των ελαττωματικών εξαρτημάτων στην αποθήκη. (β) Αν δεν μας ικανοποιεί το πλάτος του παραπάνω διαστήματος και θέλουμε να βρούμε ένα διάστημα με πλάτος 0.1 διατηρώντας το επίπεδο εμπιστοσύνης 98%, πόσα εξαρτήματα πρέπει να συμπεριλάβουμε στο πείραμα; (γ) Αν θέλουμε διάστημα με πλάτος 0.08 τι δείγμα θα πρέπει να πάρουμε;

[Απ. (0.1068, 0.2932), 543, 849]

5. Γίνονται μετρήσεις στην αντίσταση (μετρούμενη σε ohms) που παρουσιάζει ένα σύρμα. Οι μετρήσεις γίνονται σε 4 κομμάτια από την παραγωγή Α και σε 5 κομμάτια από την παραγωγή Β. Τα αποτελέσματα των μετρήσεων είναι όπως φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

	1	2	3	4	5
Αντίσταση (σε ohms) από παραγωγή Α	.143	.142	.143	.137	
Αντίσταση (σε ohms) από παραγωγή Β	.140	.142	.136	.138	.140

Αν μ_1 και μ_2 είναι οι πραγματικές μέσες αντιστάσεις των συρμάτων της παραγωγής Α και Β αντίστοιχα, υποθέστε ότι οι αντιστάσεις ακολουθούν κανονικές κατανομές $\mathcal{N}(\mu_1, \sigma^2)$ και $\mathcal{N}(\mu_2, \sigma^2)$ στις δύο παραγωγές. (α) Να υπολογιστεί το 95% διάστημα εμπιστοσύνης για τη διαφορά $\mu_1 - \mu_2$. (β) Θα μπορούσαμε να ισχυριστούμε ότι οι μέσες αντιστάσεις στις δύο παραγωγές διαφέρουν μεταξύ τους; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

[Απ. (- 0.001996, 0.006096), όχι]

6. Μελετάμε τη σχετική ευκολία χειρισμού δύο διαφορετικών αυτοκινήτων (τύπου Α και τύπου Β) που διαφέρουν στο μήκος, στον άξονα και στην ακτίνα στροφής. Παίρνουμε ένα τυχαίο δείγμα από 14 ανθρώπους και τους ζητάμε να παρκάρουν (σε παράλληλο parking) τα δύο αυτοκίνητα. Ο παρακάτω πίνακας δίνει το χρόνο (σε δευτερόλεπτα) που κάνουν να παρκάρουν τα δύο αυτοκίνητα τα 14 άτομα του δείγματος.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Τύπος Α (X_i)	37.0	25.8	16.2	24.2	22.0	33.4	23.8	58.2	33.6	24.4	23.4	21.2	36.2	29.8
Τύπος Β (Y_i)	17.8	20.2	16.8	41.4	21.4	38.4	16.8	32.2	27.8	23.2	29.6	20.6	32.2	53.8

(α) Αν υποθέσουμε ότι οι διαφορές των χρόνων παρκαρίσματος για τους δύο τύπους αυτοκινήτων είναι κανονικά κατανομημένες τυχαίες μεταβλητές, να κατασκευαστούν τα 90%, 95% και 99% διαστήματα εμπιστοσύνης για τη διαφορά των μέσων χρόνων που απαιτείται για το παρκάρισμα των δύο αυτοκινήτων.

(β) Σε τι συμπέρασμα καταλήγουμε αναφορικά με την σχετική ευκολία χειρισμού των δύο αυτοκινήτων όσο αφορά το παρκάρισμα;

[Απ. (-4.79, 7.214), (-6.11, 8.53), (-9, 11.42)]

7. Για να προσδιοριστεί αν μια επεξεργασία ελαττώνει τον αριθμό των βακτηριδίων στο γάλα πάρθηκαν τυχαία 10 δείγματα γάλακτος και κατεγράφη ο αριθμός των βακτηριδίων πριν και μετά την επεξεργασία. Τα αποτελέσματα (σε λογαριθμική κλίμακα) είναι:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Πριν (X_i)	6.88	7.05	8.24	5.20	6.16	6.67	7.01	5.46	5.87	6.54
Μετά (Y_i)	6.85	6.84	7.07	5.05	6.18	6.71	6.49	5.24	5.88	6.41

(α) Να κατασκευαστεί το 90% διάστημα εμπιστοσύνης για τη διαφορά του μέσου αριθμού βακτηριδίων πριν και μετά την επεξεργασία. (β) Τι υποθέσεις χρειάζεται να κάνουμε για την απάντηση μας στο ερώτημα (α); (γ) Ερμηνεύοντας το διάστημα εμπιστοσύνης που βρήκατε στο ερώτημα (α) να απαντήσετε εάν είναι πράγματι αποτελεσματική η επεξεργασία;

[Απ. (0.023, 0.449)]

8. Σε πείραμα σύγκρισης του βαθμού οξύτητας (PH) δύο χημικών διαλυμάτων Α και Β επιλέγησαν 5 δείγματα Α και 7 δείγματα Β. Η ανάλυση έδωσε τα εξής συγκεντρωτικά αποτελέσματα για το PH.

$$\bar{X}_A = 7.45 \quad S_A^2 = 0.0012$$

$$\bar{X}_B = 7.50 \quad S_B^2 = 0.0014$$

Υποθέστε ότι οι βαθμοί οξύτητας των διαλυμάτων, ακολουθούν κανονικές κατανομές $N(\mu_A, \sigma_A)$ και $N(\mu_B, \sigma_B)$ και ότι οι μετρήσεις αντιστοιχούν σε τυχαία ανεξάρτητα δείγματα. (α) Υπολογίστε το 90% δ.ε. για το λόγο $\frac{\sigma_B^2}{\sigma_A^2}$ των διασπορών του PH στα δύο

διαλύματα. Βάσει του διαστήματος που βρήκατε είναι λογικό να υποθέσετε ότι $\sigma_A^2 = \sigma_B^2$;

(β) Υπολογίστε το 99% δ.ε. για τη διαφορά των μέσων βαθμών οξύτητας των δύο διαλυμάτων. Μπορούμε να ισχυριστούμε ότι ο μέσος βαθμός οξύτητας στα δύο διαλύματα διαφέρει;

Απ. (0.189, 5.28), είναι λογικό, (-0.1174, 0.0174), όχι]