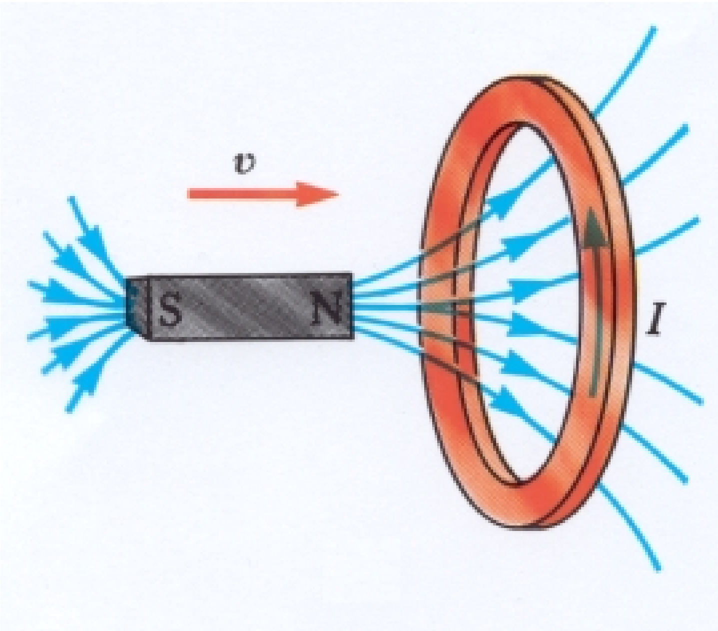
Κεφ. 17 *(part I, pages 1-10)*

ΧΡΟΝΟΕΞΑΡΤΩΜΕΝΑ ΗΜΜ ΠΕΔΙΑ

Νόμος του Faraday



Η επαγόμενη ΗΕΔ στο κύκλωμα C ισούται με τη χρονική μεταβολή της μαγνητικής ροής που διαπερνά το κύκλωμα,

$$E_{HE\Delta} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

όπου $\Phi_B = \oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$ είναι η μαγν. ροή που υπολογίζεται πάνω στην επιφάνεια A που περικλείεται από το κύκλωμα C (μονάδες Webers).

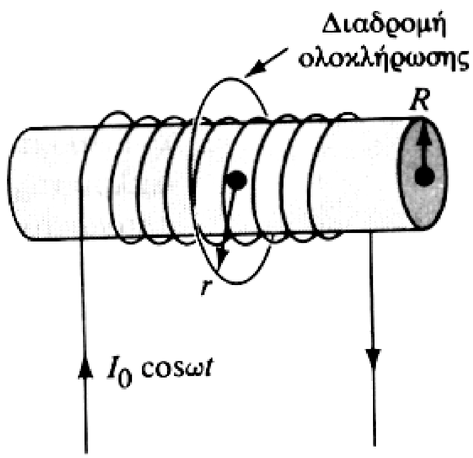
Η παρουσία ΗΕΔ στο κύκλωμα συνεπάγεται την ύπαρξη ηλεκτρικού πεδίου Ε μέσα στο κύκλωμα, που ορίζεται από τη σχέση

$$E_{HE\Delta} = \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

οπότε ο νόμος Faraday μπορεί να γραφεί επίσης και υπό τη μορφή

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

- ***Παράδειγμα:*** *Στο ακόλουθο σχήμα να υπολογιστεί το ηλεκτρικό πεδίο έξω από το σωληνοειδές.*



Εφαρμόζομε το ν. Faraday πάνω στη περιφέρεια του σχήματος της οποίας το κέντρο κείται πάνω στον άξονα του σωληνοειδούς,

$$\oint_C \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int_A \vec{B}\cdot d\vec{A} \qquad (1)$$

Λόγω συμμετρίας, το Ε πρέπει να είναι εφαπτόμενο στη κυκλική διαδρομή και επί πλέον να είναι Ε=Ε(r). Αρα, το 1ο ολοκλήρωμα ισούται με Ε(r)·2πr. Για το 2ο ολοκλήρωμα θα πρέπει να θυμηθούμε ότι μέσα στο σωληνοειδές το μαγν. πεδίο είναι περίπου ομογενές και ίσο με $B=\mu_o nI$, *όπου δίδεται το ρεύμα ίσο με* $I=I_o cos\omega t$. *Τότε το δεύτερο ολοκλήρωμα θα ισούται με*

$$B\cdot\pi R^2=\mu_o nI\cdot\pi R^2=\mu_o n\pi R^2 I_o cos\omega t.$$

Αντικαθιστώντας στην (1) έχουμε,

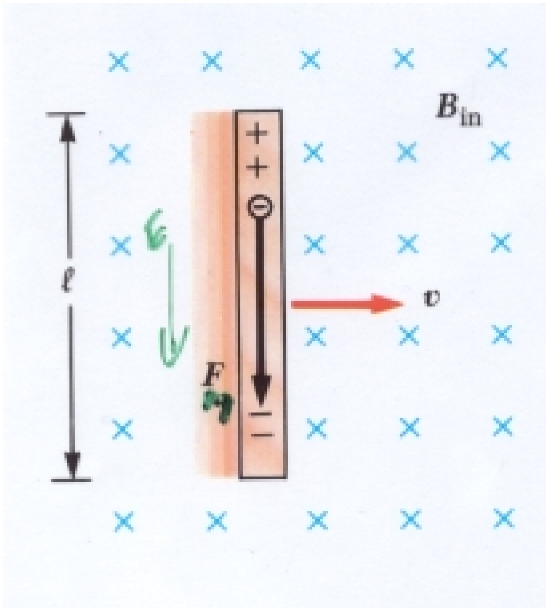
$$E2\pi r = -\mu_o \pi R^2 nI_o \frac{d}{dt} cos\omega t$$

ή

$$E = \frac{\mu_o R^2 nI_o\omega}{2r} sin\omega t, \quad \text{για } r>R$$

(Αφήνεται σαν άσκηση να βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο και για r<R).

- *ΗΜΜ επαγωγή από κινούμενο αγωγό μέσα σε μαγνητικό πεδίο*

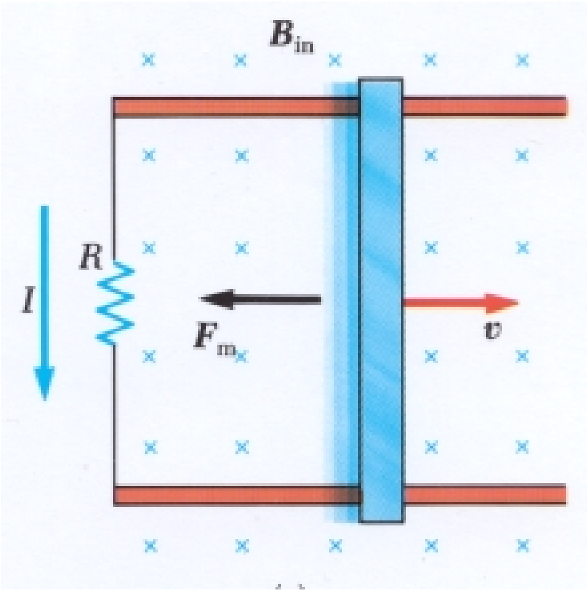


Σε κάθε φορτίο ασκείται η δύναμη Lorentz $F_m=qυB$ (προς τα κάτω). Η συσσώρευση σταματά όταν επέλθει εξίσωση μεταξύ των δύο δυνάμεων $F_E=F_m$ ή $qE=qυB$ όπου $E=V_{επ}/l$, άρα $V_{επ}=υlB$.

- *Περίπτωση που ο κινούμενος αγωγός κλείνει κύκλωμα*

Η μαγνητική ροή που διαπερνά το κύκλωμα είναι $Φ_m=B(lx)$, όπου $A=(lx)$ είναι το εμβαδόν της επιφανείας που περικλείεται *από το κύκλωμα. Αρα, η επαγόμενη ΗΕΔ είναι*

$$E_{HE\Delta} = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -Bl\frac{dx}{dt} = -Bl\upsilon$$



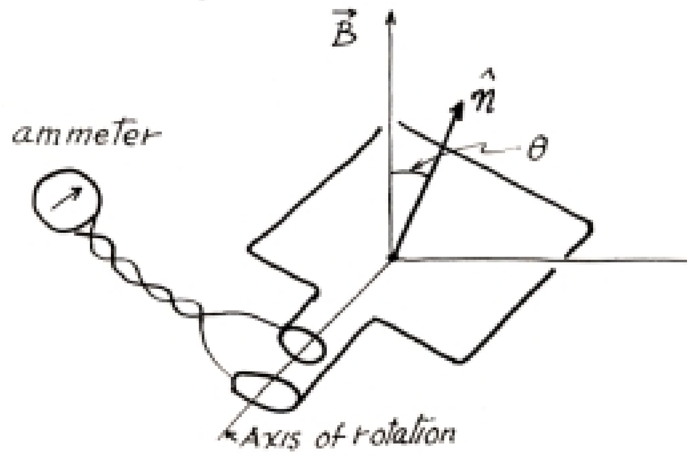
Συνεπώς, η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την αντίσταση R θα είναι

$$I = \frac{|E_{HE\Delta}|}{R} = \frac{B\upsilon l}{R}$$

Η φορά του ρεύματος ρυθμίζεται από τον κανόνα Lentz

- *Περιστρεφόμενο πλαίσιο μέσα σε μαγν. πεδίο (ηλεκτρογεννήτριες - κινητήρες)*

Υποθέτω ότι το μαγν. πεδίο B είναι ομογενές και ότι το πλαίσιο περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα $\omega=d\theta/dt$, οπότε $\theta=\omega t$.



Η επαγόμενη τάση στο πλαίσιο θα είναι

$$E_{HE\Delta} = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d}{dt}(BA\,cos\omega t)$$

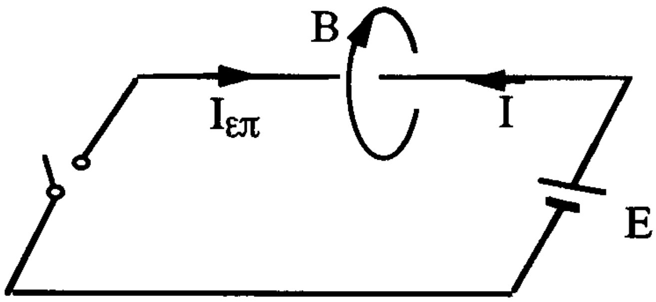
$$= BA\omega\,sin\omega t = E_0\,sin\omega t$$

όπου $E_o=BA\omega$, δηλ. παράγεται ac τάση.

Αντίστροφα, αν τροφοδοτήσουμε το πλαίσιο με συνεχές ρεύμα I από κάποια πηγή, ασκείται μηχανική ροπή επί του πλαισίου ($\tau=\mu B sin\theta$, όπου $\mu=IA$), οπότε το πλαίσιο υποχρεώνεται να περιστρέφεται, δηλ. παραγωγή περιστροφικής κίνησης.

• *ΑΥΤΕΠΑΓΩΓΗ*

Εστω κύκλωμα που διαρρέεται από ρεύμα Ι



Το ρεύμα Ι δημιουργεί μαγν. πεδίο Β και επομένως η μαγν. ροή που διαπερνά το κύκλωμα θα πρέπει να είναι ανάλογος του Ι,

$$\Phi_m = LI$$

Η σταθερά αναλογίας L καλείται συντελεστής αυτεπαγωγής του κυκλώματος (μονάδες 1Henry).

Αν μεταβάλλεται το ρεύμα τροφοδοσίας Ι, τότε εμφανίζεται τάση εξ επαγωγής στο κύκλωμα ίση με

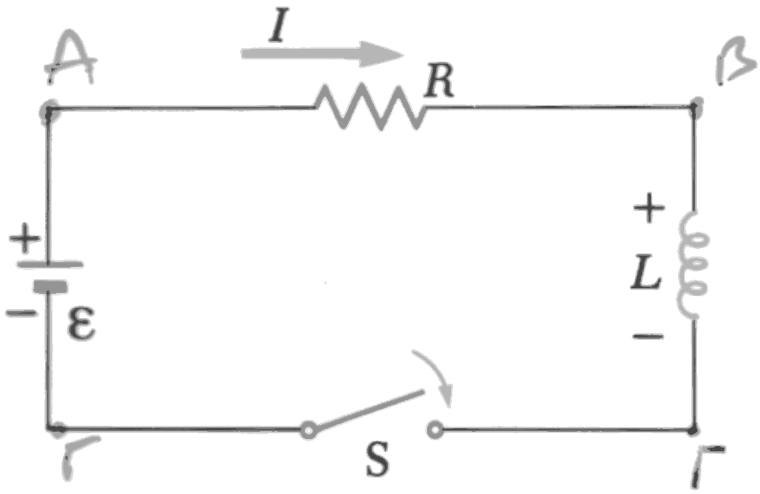
$$E_{\varepsilon\pi} = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$$

Επομένως, επάγεται ρεύμα $I_{επ}$ το οποίο θα έχει τέτοια φορά ώστε να διατηρείται σταθερή η μαγν. ροή Φ_m δια μέσου του κυκλώματος (νόμος του Lenz).

*Γενικά, **αυτεπαγωγή** είναι το φαινόμενο κατά το οποίο κάθε μεταβολή του ρεύματος που διαρρέει ένα κύκλωμα έχει σαν αποτέλεσμα την εμφάνιση τάσης εξ επαγωγής (ή $I_{επ}$) στο κύκλωμα, η οποία αντιτίθεται στο εξωτερικό αίτιο που προκαλεί την μεταβολή του μαγν. ροής.*

*(**Ασκηση:** Να αποδειχθεί ότι ο συντελεστής αυτεπαγωγής ενός σωληνοειδούς ισούται με $L=\mu_o N^2 A/l$)*

Παράδειγμα: το κύκλωμα RL



Κλείνομε τον διακόπτη S στη χρονική στιγμή t=0. Ο 2ος κανόνας Kirchhoff δίδει

$$(V_A\text{-}V_B)+(V_B\text{-}V_\Gamma)+(V_\Gamma\text{-}V_A)=0$$

ή

$$IR + L\frac{dI}{dt} - E = 0 \qquad (1)$$

Η (1) ολοκληρώνεται εύκολα, με αρχικές συνθήκες για t=0, I=0. Οντως, η (1) γράφεται,

$$L\frac{dI}{dt} = E - IR$$

ή

$$\frac{dI}{(E/R) - I} = \frac{R}{L}dt,$$

την οποία ολοκληρώνοντας παίρνομε,

$$ln\left(\frac{E}{R} - I\right) = -\frac{R}{L}t + \varphi,$$

όπου φ=σταθερά ολοκλήρωσης. Εφόσον για t=0, I=0, έπεται φ=ln(E/R). Τελικά η λύση αυτή γράφεται

$$I = \frac{E}{R}(1 - e^{-(R/L)t})$$

Παρατηρούμε ότι για $t \to \infty$, το ρεύμα τείνει ασυμπτωτικά προς τη τιμή (E/R). Η ποσότης $\tau = L/R$ έχει διαστάσεις χρόνου και καλείται σταθερά χρόνου (ή σταθερά αποκατάστασης) του κυκλώματος. Η ποσότης 5τ δηλώνει χονδρικά τον χρόνο που απαιτείται για να αποκατασταθεί το 99.4% της τελικής κατάστασης του κυκλώματος.