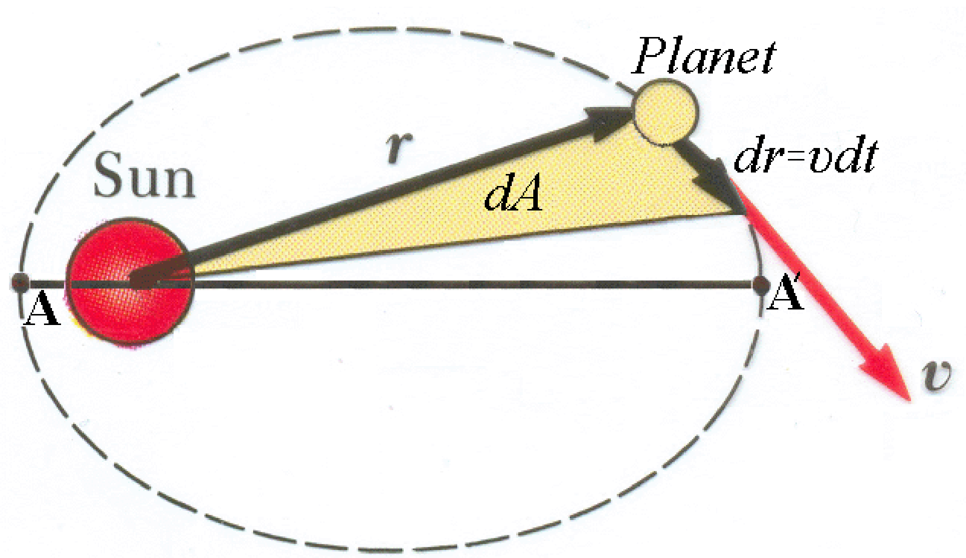
Φροντιστήριο 4^o:
Πεδίο βαρύτητος, Θερμότης, …….

Νόμοι του Kepler:

1) Οι πλανήτες κινούνται σε ελλειπτικές τροχιές, τη μία εστία των οποίων καταλαμβάνει ο Ήλιος
2) Η επιβατική ακτίνα κάθε πλανήτη (με αρχή αξόνων τον Ήλιο) σαρώνει ίσες επιφάνειες σε ίσους χρόνους
3) Το τετράγωνο της περιόδου ενός πλανήτη είναι ανάλογο προς το κύβο του μεγάλου ημιάξονα του της τροχιάς του πλανήτη



Παράδειγμα 1^o: Αν η δύναμη που ασκείται πάνω σ' ένα σώμα είναι κεντρική, δηλ. έχει τη μορφή $\vec{F} = f(r)\hat{r}$, βρείτε τις εξισώσεις κίνησης του σώματος, και την τροχιά του σώματος.

Λύση: Εφαρμόζουμε το 2^o νόμο του Νεύτωνα: $\vec{F} = m\vec{a}$. Λόγω της μορφής της δύναμης, θα χρησιμοποιήσουμε **πολικές συντεταγμένες** (βλέπε Φροντιστήριο 2).

Παίρνομε ως αρχή των αξόνων 0, το κέντρο της ελκτικής ή απωστικής δύναμης. Η επιτάχυνση σε πολικές συντεταγμένες δίδεται από τη σχέση:

$$\vec{a} = \left(\frac{d^2 r}{dt^2} - r\omega^2\right)\hat{r} + \left(2\frac{dr}{dt}\omega + r\frac{d^2\theta}{dt^2}\right)\hat{\theta} \qquad (1)$$

(βλέπε Φροντιστήριο 2), όπου $\hat{r}, \hat{\theta}$ είναι τα μοναδιαία διανύσματα κατά τις διευθύνσεις της ακτίνας και της γωνίας (!), αντίστοιχα. Επομένως, ο $2^{ος}$ νόμος του Νεύτωνα γράφεται:

$$f(r)\hat{r} = m\left[\left(\frac{d^2 r}{dt^2} - r\omega^2\right)\hat{r} + \left(2\frac{dr}{dt}\omega + r\frac{d^2\theta}{dt^2}\right)\hat{\theta}\right]. \qquad (2)$$

Η σχέση αυτή αναλύεται σε 2 εξισώσεις, κατά την ακτινική και την επιτρόχιο διεύθυνση:

$$m\left(\frac{d^2 r}{dt^2} - r\omega^2\right) = f(r) \qquad (2\alpha)$$

$$m\left(2\frac{dr}{dt}\omega + r\frac{d^2\theta}{dt^2}\right) = 0. \qquad (2\beta)$$

Μπορούμε να ξαναγράψουμε την (2β) ως εξής:

$$0 = m\left(2\frac{dr}{dt}\omega + r\frac{d^2\theta}{dt^2}\right) = \frac{1}{r}\frac{d}{dt}(mr^2\omega), \qquad (2\beta 1)$$

η οποία ολοκληρούμενη δίδει:

$$mr^2\omega = c, \qquad (2\beta 2)$$

όπου c η σταθερά ολοκλήρωσης. Να θυμηθούμε τον ορισμό της στροφορμής:

$$\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{\upsilon} \xrightarrow[\text{συντεταγ.}]{\text{σε πολικές}} \vec{r} \times m(\upsilon_r \hat{r} + r\omega\hat{\theta}) = \vec{r} \times mr\omega\hat{\theta} = mr^2\omega\hat{z},$$

όπου $\hat{z} = \hat{r} \times \hat{\theta}$ είναι το μοναδιαίο διάνυσμα στον άξονα-z (ο οποίος είναι κάθετος προς το παραπάνω επίπεδο της έλλειψης!). Συνεπώς, το πρώτο μέρος της (2β2) παριστάνει τη στροφορμή. Ακόμη, η (2β2) λέει ότι στη περίπτωση κεντρικών δυνάμεων η στροφορμή είναι σταθερά (!), δηλ.

$$L = mr^2\omega \equiv mr^2\frac{d\theta}{dt}: \text{σταθ.} \quad (2β3)$$

Γυρνάμε στην εξίσωση (2α) και απαλείφουμε τη γωνιακή εξάρτηση. Πράγματι η (2β3) λύεται ως προς: $\omega = L/mr^2$ και αντικαθιστούμε στην (2α),

$$\frac{d^2r}{dt^2} - \frac{L^2}{m^2r^3} = f(r)/m \quad (3)$$

όπου τώρα βλέπουμε ότι η μόνη ανεξάρτητη μεταβλητή στη διαφορική εξίσωση (3) είναι το r. Θεωρούμε τώρα ως κεντρική δύναμη την ελκτική δύναμη βαρύτητος: $f(r) = -G\frac{mM}{r^2}$, οπότε η (3) γράφεται:

$$\frac{d^2r}{dt^2} - \frac{L^2}{m^2r^3} = -G\frac{M}{r^2}. \quad (4)$$

Η λύση r=r(t) της (4) δεν βρίσκεται πολύ εύκολα. Αντί αυτού, θα προσπαθήσουμε να βρούμε τη **τροχιά** του σώματος, r=r(θ), θεωρώντας ότι το σώμα Μ παραμένει ακίνητο στην αρχή των αξόνων 0. Απαλείφουμε κατ' αρχήν τον χρόνο t μεταξύ των (2β3) και (4):

$$\frac{dr}{dt}=\frac{dr}{d\theta}\cdot\frac{d\theta}{dt}=\omega\frac{dr}{d\theta}\xrightarrow[\lambda\acute{o}\gamma\omega\ \tau\eta\varsigma\ (2\beta 3)]{}(\frac{L}{mr^2})\frac{dr}{d\theta},$$

και ξανά εφαρμογή του τελεστή της παραγώγου ($\frac{d}{dt}$),

$$\frac{d}{dt}(\frac{dr}{dt})=\frac{d}{dt}(\frac{dr}{d\theta}\frac{L}{mr^2})=\frac{d}{d\theta}(\frac{dr}{d\theta}\frac{L}{mr^2})\cdot\frac{d\theta}{dt}$$

$$=\omega\frac{d}{d\theta}(\frac{dr}{d\theta}\frac{L}{mr^2})=\omega[\frac{d^2r}{d\theta^2}\frac{L}{mr^2}+\frac{dr}{d\theta}\frac{d}{d\theta}(\frac{L}{mr^2})]$$

$$=\omega[\frac{d^2r}{d\theta^2}\frac{L}{mr^2}+\frac{dr}{d\theta}(\frac{-2L}{mr^3}\frac{dr}{d\theta})]=\omega\frac{L}{mr^2}[\frac{d^2r}{d\theta^2}-\frac{2}{r}(\frac{dr}{d\theta})^2]$$

$$=(\frac{L}{mr})^2\cdot\frac{1}{r^2}[\frac{d^2r}{d\theta^2}-\frac{2}{r}(\frac{dr}{d\theta})^2]=(\frac{L}{mr})^2\cdot\frac{d}{d\theta}(\frac{1}{r^2}\frac{dr}{d\theta})$$

διότι $\frac{1}{r^2}[\frac{d^2r}{d\theta^2}-\frac{2}{r}(\frac{dr}{d\theta})^2]=\frac{d}{d\theta}(\frac{1}{r^2}\frac{dr}{d\theta})$. Οπότε η (4) γράφεται

$$(\frac{L}{mr})^2\frac{d}{d\theta}(\frac{1}{r^2}\frac{dr}{d\theta})-\frac{L^2}{m^2r^3}=-G\frac{M}{r^2},$$

ή

$$\frac{d}{d\theta}(\frac{1}{r^2}\frac{dr}{d\theta})-\frac{1}{r}=-\frac{GMm^2}{L^2} \qquad (5)$$

Εισάγομε τη νέα μεταβλητή: u=1/r, οπότε η παράγωγος είναι: $\frac{du}{d\theta}=\frac{du}{dr}\cdot\frac{dr}{d\theta}=-\frac{1}{r^2}\frac{dr}{d\theta}$, συνεπώς η (5) γράφεται:

$$\frac{d}{d\theta}(-\frac{du}{d\theta})-u=-\frac{GMm^2}{L^2} \quad \text{ή} \quad \frac{d^2u}{d\theta^2}+(u-\frac{GMm^2}{L^2})=0 \qquad (6)$$

Έστω $w = (u - \frac{GMm^2}{L^2})$, οπότε η (6) γράφεται

$$\frac{d^2w}{d\theta^2} + w = 0. \qquad (7)$$

Όπως έχομε βρει (Φροντιστήριο 1), η λύση της (7) είναι: $w = A\cos(\theta+\delta)$, όπου δ μια σταθερά ολοκλήρωσης. Συνεπώς, η μαθημ. σχέση της τροχιάς έχει τη μορφή:

$$\frac{1}{r} = A\cos(\theta+\delta) + \frac{GMm^2}{L^2} \qquad (8)$$

Για ευκολία μας θεωρούμε ότι για t=0 είναι θ=0, άρα δ=0.

Κωνικές τομές. Ορίζεται ως κωνική τομή μια οικογένεια καμπύλων (στο επίπεδο) που δίδονται από τη μαθηματική σχέση (σε πολικές συντ.):

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{a}(1+\varepsilon\cos\theta) \qquad (9)$$

όπου η σταθερά ε καλείται εκκεντρότης της καμπύλης και α είναι μια άλλη σταθερά. Ανάλογα της τιμής της ε, έχομε τις ακόλουθες καμπύλες:

0< ε < 1	Έλλειψη
ε = 1	Παραβολή
ε > 1	Υπερβολή
ε = 0	Κύκλος

Στη περίπτωση ελλειπτικής τροχιάς, το σημείο Α (καλείται περιήλιο) αντιστοιχεί στη γωνία θ=0 , ενώ το σημείο Α' (καλείται αφήλιο) αντιστοιχεί στη γωνία θ=π (βλέπε αρχικό σχήμα). Οπότε από την (9) έχομε

$$r_1 = \frac{a}{1+\varepsilon} \quad \text{και} \quad r_2 = \frac{a}{1-\varepsilon}.$$

Ο μεγάλος ημιάξονας a της έλλειψης ισούται με: $2a=r_1+r_2$, ή

$$a = \tfrac{1}{2}(r_1+r_2) = \frac{a}{1-\varepsilon^2},$$

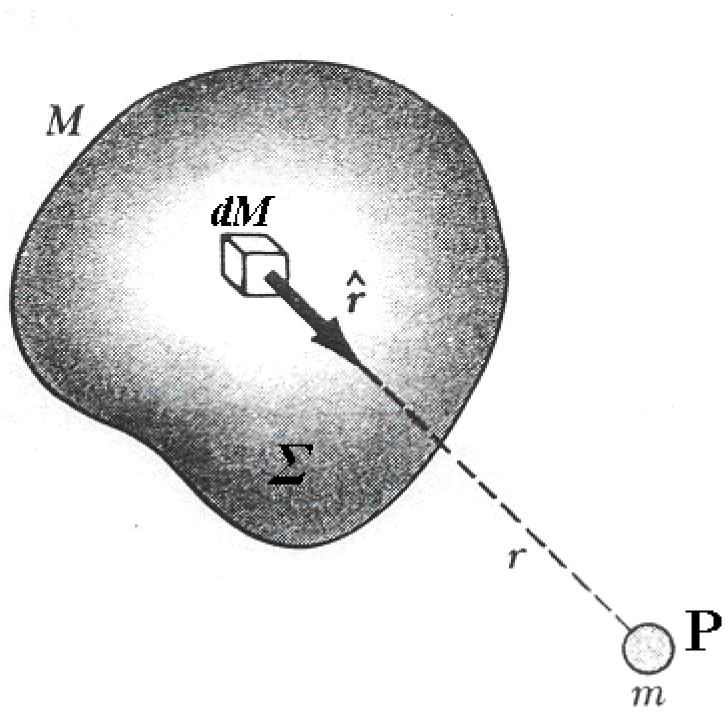
και ο μικρός ημιάξονας ισούται: $b = a\sqrt{1-\varepsilon^2}$. Το εμβαδόν της έλλειψης είναι: A=πab.

Βρήκαμε λοιπόν ότι η τροχιά του σώματος στη περίπτωση δυνάμεων βαρύτητος δίδεται από τη σχέση:

$$\frac{1}{r} = \frac{GMm^2}{L^2} + A\cos\theta$$

Το πλάτος A υπολογίζεται από την εξίσωση της ενέργειας (αφήνεται σαν άσκηση να δειχθεί ότι: $A = -\frac{GMm^2}{L^2}\sqrt{1+\frac{2E}{m}(\frac{L}{GMm})^2}$, όπου *E* είναι η ολική ενέργεια του σώματος).

Παράδειγμα 2ο: Σώμα Σ μάζας M καταλαμβάνει όγκο V στο χώρο. Να βρεθεί η δυναμική ενέργεια που έχει σώμα μάζας m, που βρίσκεται σε συγκεκριμένο σημείο του χώρου P.

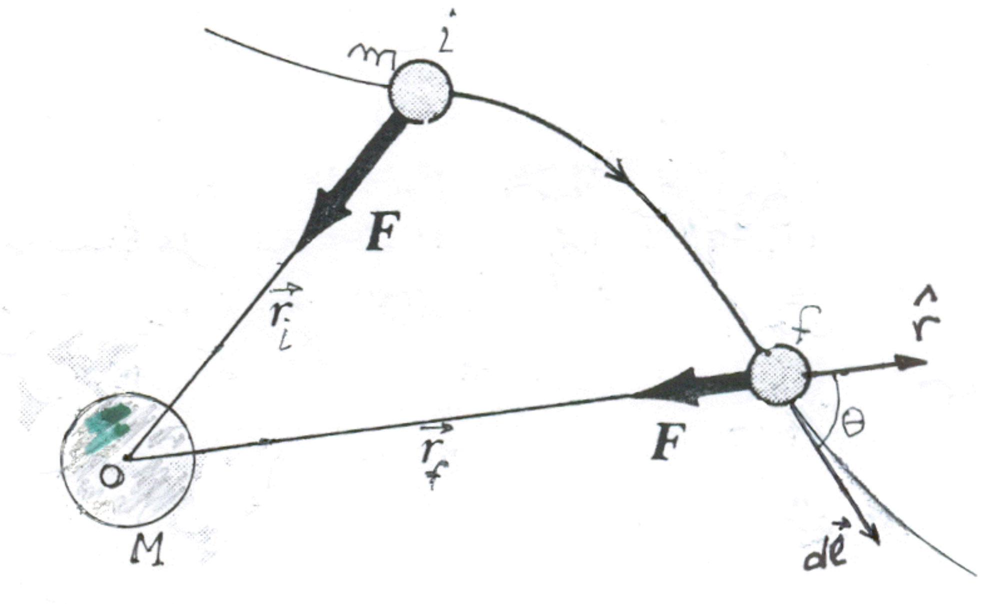


Σχήμα 1

Λύση: Η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας ($\Delta U \equiv U_f - U_i$) που κατέχει ένα σημειακό σώμα m, δίδεται εξ ορισμού από τη σχέση:

$$U_f - U_i = -W_{i\to f}\text{, όπου } W_{i\to f} = \int_i^f \vec{F}\cdot d\vec{l}$$

είναι το παραγόμενο έργο κατά τη μετακίνηση του **σημειακού** σώματος m από την αρχική θέση–i στη τελική θέση–f. Αν η δύναμη F είναι ελκτική και έχει για παράδειγμα τη μορφή των δυνάμεων βαρύτητος: $\vec{F} = \dfrac{GMm}{r^2}(-\hat{r})$, όπως στο παρακάτω σχήμα,



τότε το αριθμ. γινόμενο μέσα στο ολοκλήρωμα γράφεται:

$$\vec{F}\cdot d\vec{l} = -\frac{GMm}{r^2}(\hat{r}\cdot d\vec{l}\,) = -\frac{GMm}{r^2}(dl\cos\theta) = -\frac{GMm}{r^2}(dr),$$

διότι $dl\cos\theta = dr$, οπότε το παραπάνω έργο υπολογίζεται

$$W_{i\to f} = \int_i^f \vec{F}\cdot d\vec{l} = -\int_i^f \frac{GMm}{r^2}dr$$
$$= -GMm\int_{r_i}^{r_f}\frac{dr}{r^2} = -GMm\left(-\frac{1}{r}\right)\Bigg|_{r=r_i}^{r=r_f} = GMm\left(\frac{1}{r_f}-\frac{1}{r_i}\right).$$

Συνεπώς η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας είναι,

$$U_f - U_i = -GMm\left(\frac{1}{r_f}-\frac{1}{r_i}\right).$$

Αν για παράδειγμα δεχθούμε ότι ως θέση–i το άπειρο (ή το ίδιο για τη θέση–f , που είναι αδιάφορο), και υποθέσουμε ότι $U_i=0$, τότε η σχέση γράφεται

$$U_f = -\frac{GMm}{r_f}$$

και επειδή δεν υπάρχει λόγος, αγνοούμε τον δείκτη f, άρα έχουμε (για 2 σημειακά σώματα M, m),

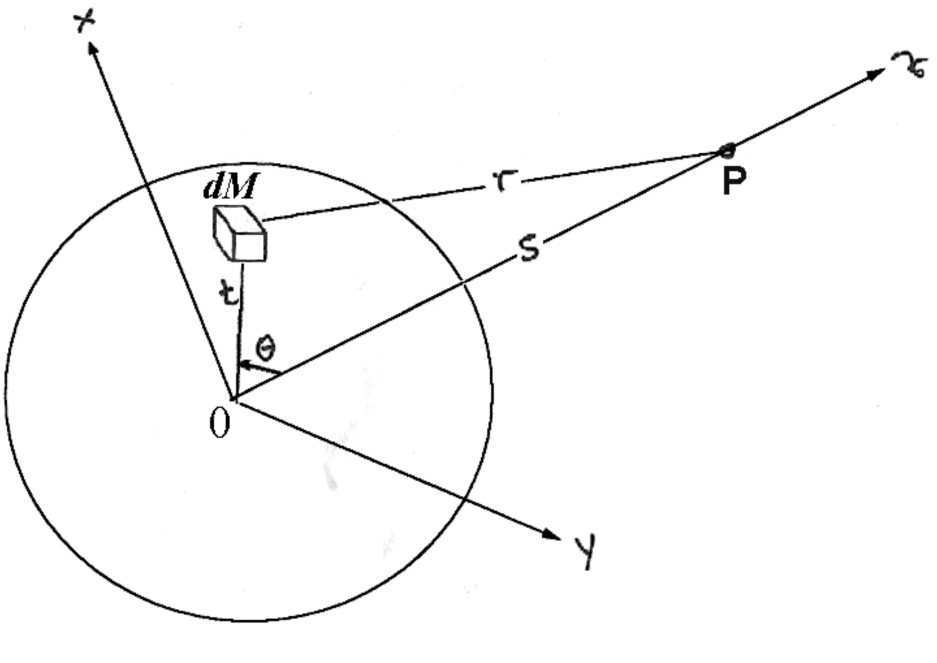
$$U = -\frac{GMm}{r}. \quad (1)$$

Επιστρέφουμε τώρα στο Σχήμα 1. Θεωρούμε ως "σημειακά" τα σώματα dM και m, οπότε η (1) γράφεται,

$$dU = -\frac{GdMm}{r}. \quad (2)$$

Θα προσέξατε την αλλαγή στο συμβολισμό: $U\to dU$. Τώρα μπορούμε να βρούμε τη δυναμική ενέργεια της μάζας m που δημιουργεί όλο το σώμα M, ολοκληρώνουμε την (2) πάνω σε όλο το σώμα Σ.

Έστω λοιπόν ότι το σώμα Σ έχει σφαιρικό σχήμα ακτίνος R και είναι ομογενές (*που σημαίνει ότι έχει σταθερή πυκνότητα μάζας:* $\rho = M / \frac{4}{3}\pi R^3$). Παίρνομε ως αρχή των αξόνων 0 το κέντρο της σφαίρας και επιλέγουμε τη διεύθυνση 0P σαν άξονα–z (χωρίς αυτό να περιορίζει τη γενικότητα, βλέπε παρακάτω σχήμα). Υποθέτουμε ότι το σημείο P βρίσκεται εκτός της σφαίρας σε απόσταση, $s = 0P > R$. Η στοιχειώδης μάζα dM και τα σημεία 0 και P βρίσκονται πάντοτε στο ίδιο “μεσημβρινό” επίπεδο, οπότε η γωνία στο σχήμα είναι η γωνία θ για τις σφαιρικές συντεταγμέν.



Η στοιχειώδης μάζα σε σφαιρικές συντεταγμένες είναι: (βλέπε Φροντιστήριο 2): $dM = \rho dV = \rho t^2 \sin\theta \, dt d\theta d\varphi$, όπου t είναι η ακτίνα της στοιχειώδους μάζας (έχουμε αλλάξει τον συμβολισμό από $r \to t$, για να μη δημιουργείται σύγχυση). Η συνολική δυναμική ενέργεια στο P βρίσκεται ολοκληρώνοντας την (2),

$$U_P = \int dU = -\int_{\Sigma} \frac{GdMm}{r} = -G\rho m \int_{\Sigma} \frac{t^2 dt \sin\theta \, d\theta d\varphi}{r} \quad (3)$$

όπου $r=\sqrt{t^2+s^2-2ts\cos\theta}$. Συνεπώς η (3) γράφεται

$$U_P=-G\rho m\int_0^R t^2dt\int_0^\pi \frac{\sin\theta\, d\theta}{\sqrt{t^2+s^2-2ts\cos\theta}}\int_0^{2\pi}d\varphi$$
$$=-G\rho m\int_0^R t^2dt\int_0^\pi \frac{\sin\theta\, d\theta}{\sqrt{t^2+s^2-2ts\cos\theta}}\,2\pi\,. \qquad (4)$$

Για να υπολογίσουμε το εσωτερικό ολοκλήρωμα στη (4), κακούμε: $u=t^2+s^2-2ts\cos\theta$, οπότε $du=2ts\sin\theta\, d\theta$ (εδώ στο μετασχηματισμό των μεταβλητών, θεωρούνται μόνο τα (θ,u) μεταβλητές και τα υπόλοιπα μεγέθη σταθερές!), οπότε το εσωτερικό ολοκλήρωμα στη (4) γράφεται:[2]

$$\int_0^\pi \frac{\sin\theta\, d\theta}{\sqrt{t^2+s^2-2ts\cos\theta}}=\frac{1}{2ts}\int\frac{du}{u^{\frac{1}{2}}}=\frac{1}{2ts}\int u^{-\frac{1}{2}}du=\frac{1}{2ts}\frac{u^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}}$$
$$=\frac{1}{ts}\sqrt{t^2+s^2-2ts\cos\theta}\Big|_{\theta=0}^{\theta=\pi}=\frac{1}{ts}[\sqrt{t^2+s^2+2ts}-\sqrt{t^2+s^2-2ts}]$$
$$=\frac{1}{ts}[(t+s)-(t-s)]=\frac{2}{t} \qquad (5)$$

Αντικαθιστώντας πίσω στη (4), παίρνομε

$$U_P=-G\rho m\int_0^R t^2dt\,\left(\frac{2}{t}\right)2\pi=-4\pi G\rho m\left(\frac{t^2}{2}\right)\Big|_{t=0}^{t=R}$$
$$=-4\pi G\rho m\frac{R^2}{2}=-4\pi G\left(\frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}\right)m\frac{R^2}{2}=-\frac{3}{2}\frac{GMm}{R} \qquad (6)$$

[2] Στο εγχειρίδιο ΘΕΜΕΛΙΩΔΗΣ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΗ ΦΥΣΙΚΗ, τόμος Ι, των Alonso & Finn, μπορείτε να βρείτε μια διαφορετική λύση, χωρίζοντας τη σφαίρα σε ομόκεντρους φλοιούς.

Λάθος αποτέλεσμα! Έπρεπε να είχε προκύψει: $U_P = -\frac{GMm}{s}$. Πού έγινε το λάθος; Ίσως κάπου λίγο πριν τη σχέση (5). Θα δείτε εκεί ότι υπάρχει η τετραγωνική ρίζα: $\sqrt{t^2+s^2-2ts}$, η οποία υποτίθεται γράφεται: $\sqrt{(t-s)^2} = t-s$. Εδώ έγινε το λάθος! Αν η υπόριζος ποσότης είναι θετική: $(t-s)>0$ (που σημαίνει ότι το σημείο P είναι εσωτερικό της σφαίρας), τότε καλώς επράξαμε και βρήκαμε το αποτέλεσμα (6) [το οποίο και πάλι είναι λάθος. Γιατί; Αφήνεται σαν άσκηση να βρείτε το σωστό αποτέλεσμα $U_P = \frac{GMm}{2R}(t^2-3R^2)$, για $s<t$].

Αν όμως ισχύει: $(t-s)<0$ (που σημαίνει ότι το σημείο P βρίσκεται εξωτερικά της σφαίρας), τότε $\sqrt{(t-s)^2} = -(t-s)$, οπότε η (5) έπρεπε να είχε γραφθεί:

$$= \frac{1}{ts}[(t+s)-(s-t)] = \frac{2}{s} \quad (5')$$

και αντικαθιστώντας πίσω στη (4), αντί της (6) θα παίρναμε

$$U_P = -G\rho m \int_0^R t^2 dt \left(\frac{2}{s}\right) 2\pi = -\frac{4\pi G\rho m}{s}\left(\frac{t^3}{3}\right)\Bigg|_{t=0}^{t=R}$$

$$= -\frac{4\pi G\rho m}{s}\frac{R^3}{3} = -\frac{4\pi Gm}{s}\left(\frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}\right)\frac{R^3}{3} = -\frac{GMm}{s} \quad (6')$$

που είναι το σωστό αποτέλεσμα για $s>R$ (τώρα μπορούμε να αλλάξουμε με ασφάλεια τον συμβολισμό από $s \to r$, χωρίς να δημιουργείται σύγχυση).

Παράδειγμα 3^o: [ΦΕΒΡ.2005] Τεμάχιο σιδήρου θερμοκρασίας 150^oC και μάζας $m=10gr$ ρίπτεται μέσα σε δεξαμενή που περιέχει μεγάλη ποσότητα νερού, θερμοκρασίας $T_1=20^oC$. Να υπολογιστεί η μεταβολή της εντροπίας του τεμαχίου σιδήρου, ΔS_1, και του νερού της δεξαμενής, ΔS_2, όπως και η ολική μεταβολή της εντροπίας $\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2$ [Η ειδική θερμότης του σιδήρου είναι: $c=0.107\ cal/gr{\cdot}grad$].

Λύση: Επειδή η ποσότης του νερού μέσα στη δεξαμενή θεωρείται μεγάλη, δεν πρόκειται να μεταβληθεί η θερμοκρασία του με τη "εμβάπτιση" ενός μικρού τεμαχίου σιδήρου, συνεπώς η τελική θερμοκρασία του συστήματος θα παραμείνει $T_2=20^oC=293^oK$.

Επειδή η "ψύξη" του σιδήρου (όπως επιτελείται) δεν είναι αντιστρεπτή διεργασία, μπορούμε να σοφιστούμε μιαν αντιστρεπτή διεργασία, η οποία μπορεί να φέρει το σύστημα στην ίδια τελική κατάσταση. Εφόσον, η μεταβολή της εντροπίας $\Delta S=S_{\tau\epsilon\lambda}-S_{\alpha\rho\chi}$ εξαρτάται μόνο από την αρχική και την τελική κατάσταση του συστήματος χωρίς να ενδιαφέρει με ποιό τρόπο μεταβαίνει το σύστημα από την αρχική στη τελική κατάστασή του, θα υπολογίσουμε την ΔS πάνω στη "νοητή" αντιστρεπτή διεργασία. Συγκεκριμένα, ως νοητή αντιστρεπτή διεργασία θεωρούμε τα εξής: το τεμάχιο του σιδήρου έρχεται σε **θερμική επαφή** με μια σειρά από **δεξαμενές θερμότητος**, των οποίων οι θερμοκρασίες κυμαίνονται από:

$$T_1=273+150^oK,\ \ T_1-\Delta T,\ \ T_1-2\Delta T, \ldots,\ T_1-\nu{\cdot}\Delta T = 273+20^oK,$$

όπου $\Delta T=(423-293)/\nu$, και ν είναι ένας πολύ μεγάλος ακέραιος αριθμός. Η "ψύξη" του σιδήρου πάνω στη νοητή διαδρομή καθίσταται έτσι αντιστρεπτή διεργασία. Επομένως, πάνω σ' αυτή τη νοητή αντιστρεπτή "ψύξη" του σιδήρου (όπως την περιγράψαμε) υπολογίζουμε την μεταβολή της εντροπίας του. Το ίδιο σενάριο επαναλαμβάνεται και για τη "θέρμανση" του νερού της δεξαμενής.

(α) Στη νοητή αντιστρεπτή ψύξη του τεμαχίου σιδήρου

από 150^{o}C $\rightarrow$ 20^{o}C:

$$\Delta S_1 = \int_{423}^{293} \frac{dQ}{T} = \int_{423}^{293} \frac{m_{Fe} c_{Fe} dT}{T} = m_{Fe} c_{Fe} [\ln T]_{423}^{293}$$

$$= 10 \times 0.107 \times \ln \tfrac{293}{423} = -0.393\ cal/grad$$

Το ποσόν θερμότητος που αποδίδει το ψυχόμενο τεμάχιο σιδήρου ισούται με:

$$Q = m_{Fe} c_{Fe} \Delta T = 10 \times 0.107 \times (293 - 423) = -139\ cal.$$

(β) Στη νοητή αντιστρεπτή “θέρμανση” της δεξαμενής νερού (η θερμοκρασία του δεν μεταβάλλεται):

$$\Delta S_2 = \frac{Q}{T} = \frac{139\ cal}{293 grad} = 0.474\ cal/grad\ .$$

Συνεπώς, η συνολική μεταβολή της εντροπίας του συστήματος νερού δεξαμενής + τεμαχίου σιδήρου είναι,

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 0.081\ cal/grad,$$

δηλ. η συνολική εντροπία του συστήματος αυξήθηκε!