

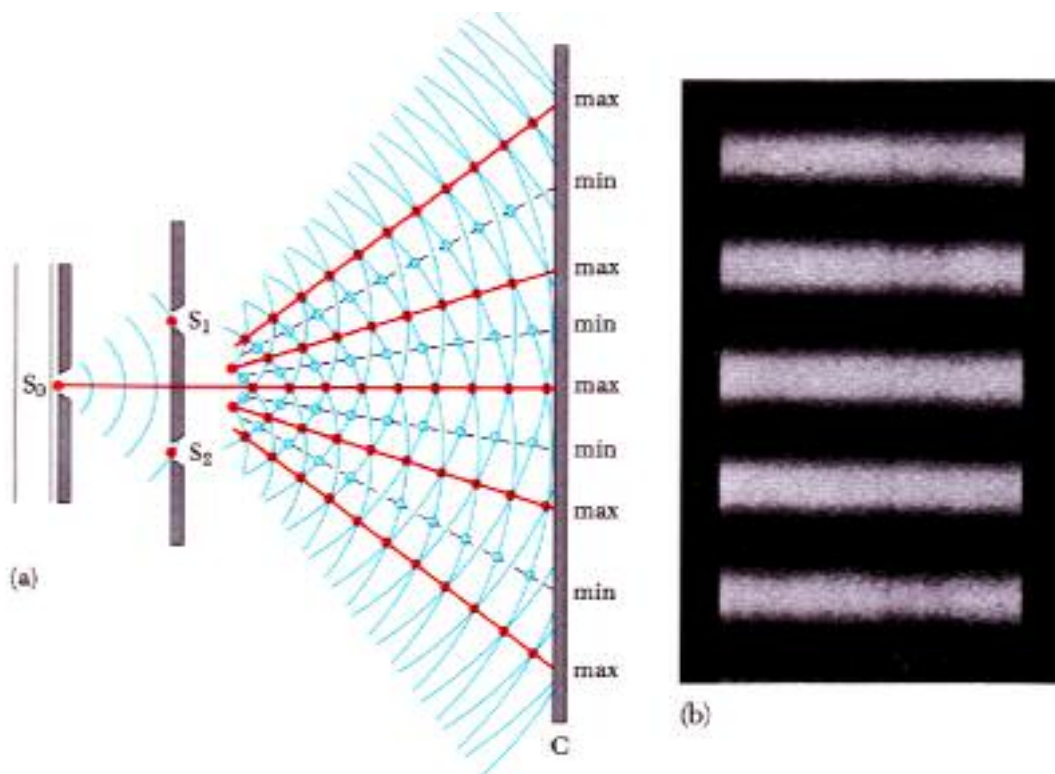
# ΣΥΜΒΟΛΗ ΦΩΤΟΣ

**ΣΥΜΒΟΛΗ** (Interference): είναι το αποτέλεσμα της ταυτόχρονη διάδοσης δύο κυμάτων στον ίδιο χώρο.

**ΑΡΧΗ ΤΗΣ ΕΠΑΛΛΗΛΙΑΣ:** αν δύο ή περισσότερες διαταραχές διαδίδονται μέσα σ' ένα μέσον, τότε η ολική διαταραχή μέσα στο μέσον ισούται με την διανυσματική συνισταμένη των επί μέρους διαταραχών.

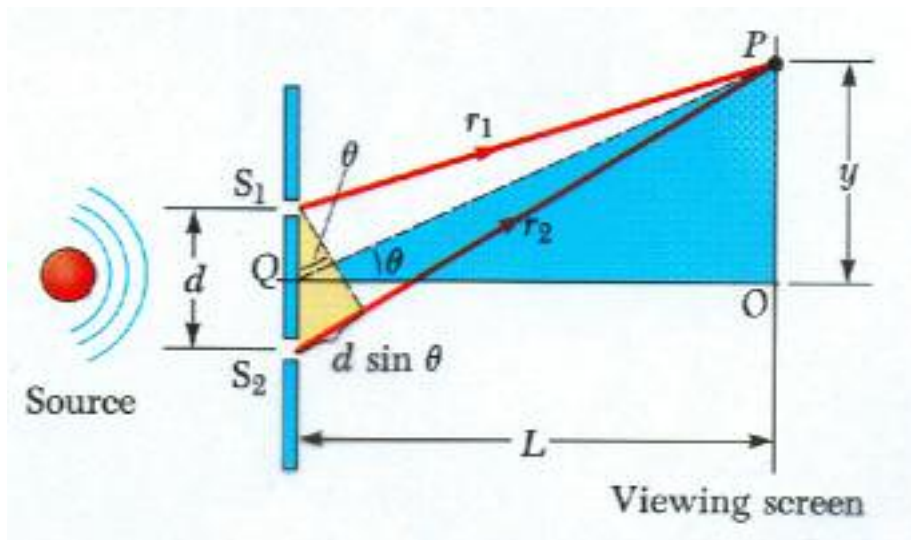
**ΠΡΟΫΠΟΘΕΣΕΙΣ ΣΥΜΒΟΛΗΣ:**

1. Σύμφωνες πηγές, δηλ. να διατηρούν σταθερή την διαφορά φάσης μεταξύ τους
2. Μονοχρωματικές πηγές, δηλ. να εκπέμπουν το ίδιο μήκος κύματος.



**ΠΕΙΡΑΜΑ ΤΟΥ YOUNG:**

(θεωρούμε σημειακό το πάχος των σχισμών)



**Επαλληλία διαταραχών στο P:**

$$E_1 = E_0 \sin(kr_1 - \omega t)$$

$$E_2 = E_0 \sin(kr_2 - \omega t)$$

**άρα**

$$E = E_1 + E_2 = [2E_0 \cos(\frac{kr_2 - kr_1}{2})] \sin(kr - \omega t)$$

όπου  $r = (r_1 + r_2)/2$ , δηλ. η **συνιστάμενη διαταραχή είναι πάλι οδεύον κύμα με πλάτος:**

$$E_{\text{πλάτος}} = 2E_0 \cos(\frac{k(r_2 - r_1)}{2})$$

**Η ένταση της ακτινοβολίας είναι** (βλέπε R.A.Serway, εξίσωση (34.26))

$$I = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_{\text{πλάτος}}^2$$

**άρα:**

$$I = 2 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_0^2 \cos^2(\frac{k(r_2 - r_1)}{2})$$

**Στα σημεία όπου η ένταση γίνεται μέγιστη θα έχουμε,**

**Ενισχυτική συμβολή ( $I=\max$ ):**  $\frac{1}{2}k(r_2 - r_1) = m\pi, \quad m = 0,1,2,3\dots$

**ενώ στα σημεία όπου η ένταση γίνεται ελάχιστη έχουμε:**

**Καταστρεπτική συμβολή ( $I=0$ ):**  $\frac{1}{2}k(r_2 - r_1) = m\pi + \frac{\pi}{2}; \quad m = 0,1,2,3\dots$

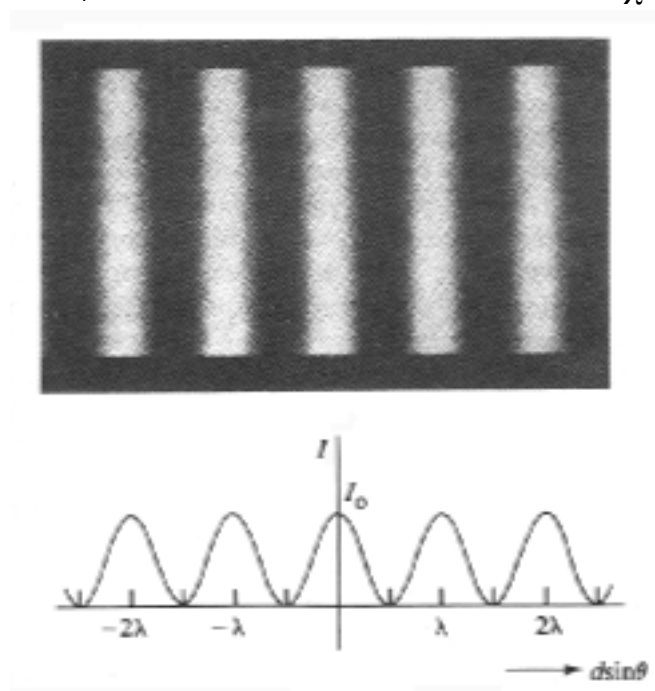
**Από το σχήμα έχουμε:  $r_2 - r_1 = d\sin\theta$ , ενώ ο κυματριθμός ορίζεται:  $k=2\pi/\lambda$ , οπότε οι προηγούμενες σχέσεις γράφονται:**

**Ενισχυτική συμβολή:**  $d \sin\theta = m\lambda, \quad m = 0,1,2,3\dots$

**Καταστρεπτική συμβολή:**  $d \sin\theta = (m + \frac{1}{2})\lambda, \quad m = 0,1,2,3\dots$

**Συνεπώς η ένταση της ακτινοβολίας που προέρχεται από την συμβολή δύο σύμφωνων πηγών (ή από δύο σχισμές) είναι:**

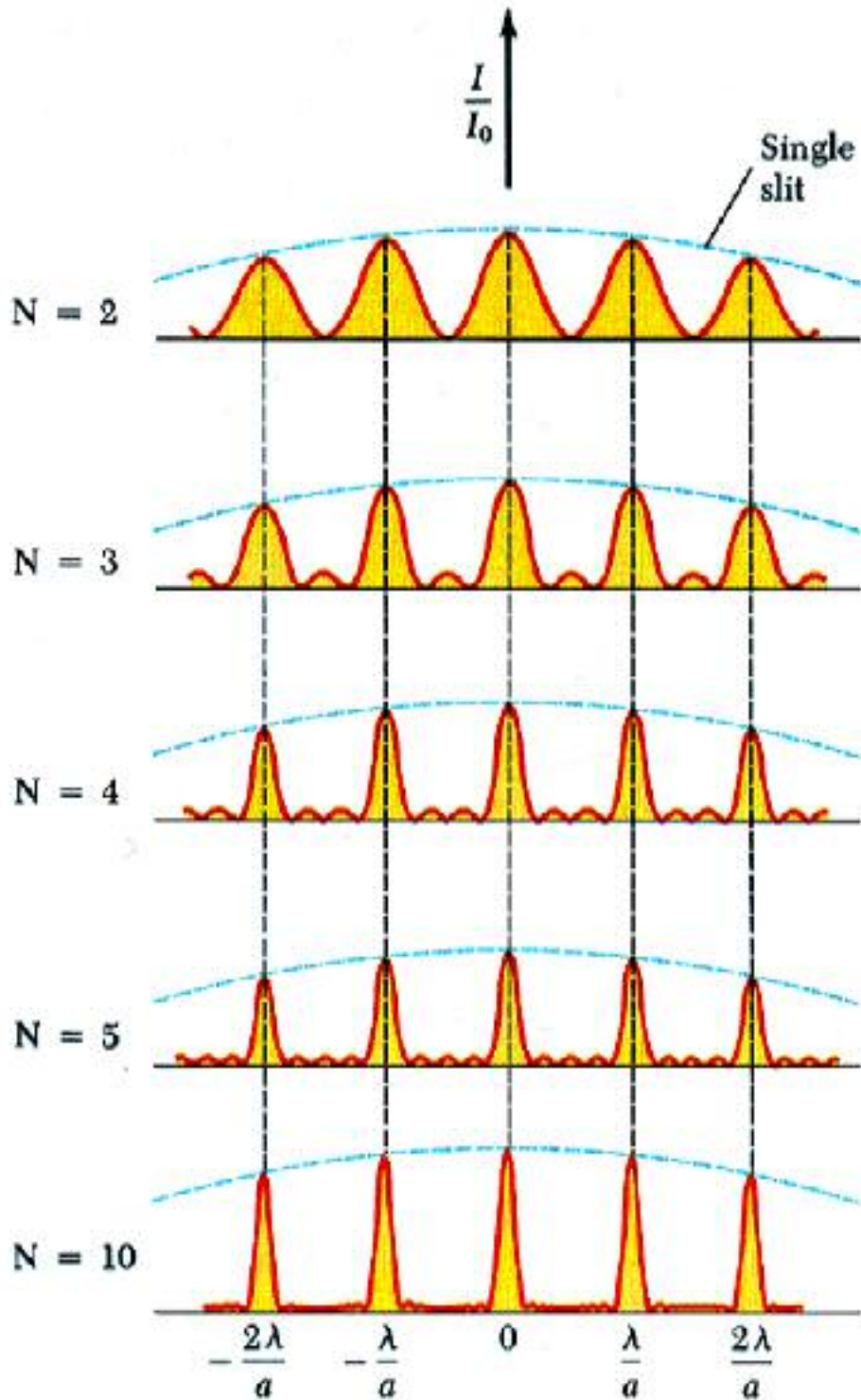
$$I = 2\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_0^2 \cos^2 \gamma, \quad \text{όπου} \quad \gamma = \frac{\pi d \sin\theta}{\lambda}$$



**(φωτεινοί κροσσοί - σκοτεινοί κροσσοί συμβολής)**

Αντίστοιχα, η ένταση της ακτινοβολίας που προέρχεται από την συμβολή  $N$  σύμφωνων πηγών (ή από  $N$  σχισμές) είναι:

$$I = I_0 \frac{\sin^2(N\gamma)}{\sin^2 \gamma} \quad (*), \quad \text{όπου} \quad \gamma = \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}$$



Απόδειξη της σχέσης (\*) (μπορείτε να την παραλείψετε)

Υποθέτουμε ότι διαθέτουμε  $N$  σύμφωνες πηγές ή  $N$  σχισμές οι οποίες είναι παρατεταγμένες επί ευθείας γραμμής και ισαπέχουν μεταξύ τους απόσταση  $d$  (η ίδια διάταξη με αυτή του σχήματος 37.4). Εφαρμόζοντας την αρχή της επαλληλίας θα έχουμε ότι η συνισταμένη διαταραχή στο σημείο  $P$ :

$$E = E_1 + E_2 + \dots + E_N = E_0 \sin(kr_1 - \omega t) + E_0 \sin(kr_2 - \omega t) + \dots + E_0 \sin(kr_N - \omega t) \quad (\alpha)$$

Υποθέτω ότι το σημείο  $P$  βρίσκεται πολύ μακριά από τις στοιχειώδεις πηγές, οπότε μπορώ να υποθέσω ότι:  $d \sin \theta \approx r_2 - r_1 \approx r_3 - r_2 \approx \dots \approx r_N - r_{N-1}$ . Έτσι έχω

$$\begin{aligned} kr_2 &= kr_1 + kd \sin \theta = kr_1 + \varepsilon, \\ kr_3 &= kr_2 + kd \sin \theta = kr_1 + 2\varepsilon, \\ kr_4 &= kr_3 + kd \sin \theta = kr_1 + 3\varepsilon, \end{aligned}$$

.....

$$kr_N = kr_{N-1} + kd \sin \theta = kr_1 + (N-1)\varepsilon, \quad \text{όπου } \varepsilon = kd \sin \theta = \frac{2\pi d \sin \theta}{\lambda}.$$

Οπότε μπορώ να υπολογίσω το τριγωνομετρικό άθροισμα:

$$\begin{aligned} S &= \sin(kr_1 - \omega t) + \sin(kr_2 - \omega t) + \sin(kr_3 - \omega t) + \dots + \sin(kr_N - \omega t) \\ &= \sin(kr_1 - \omega t) + \sin(kr_1 - \omega t + \varepsilon) + \sin(kr_1 - \omega t + 2\varepsilon) + \dots + \sin(kr_1 - \omega t + (N-1)\varepsilon) \end{aligned}$$

Πράγματι

$$S = \frac{\sin(N \frac{\varepsilon}{2})}{\sin(\frac{\varepsilon}{2})} \sin(kr - \omega t), \quad \text{όπου } r = \frac{2r_1 + (N-1)\varepsilon}{2} = \frac{r_1 + r_N}{2}$$

Επομένως, η (α) γράφεται, για  $\gamma = \frac{1}{2} kd \sin \theta = \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} = 2\varepsilon$ ,

$$E = E_0 \frac{\sin N\gamma}{\sin \gamma} \sin(kr - \omega t) \quad (\beta)$$

δηλ.

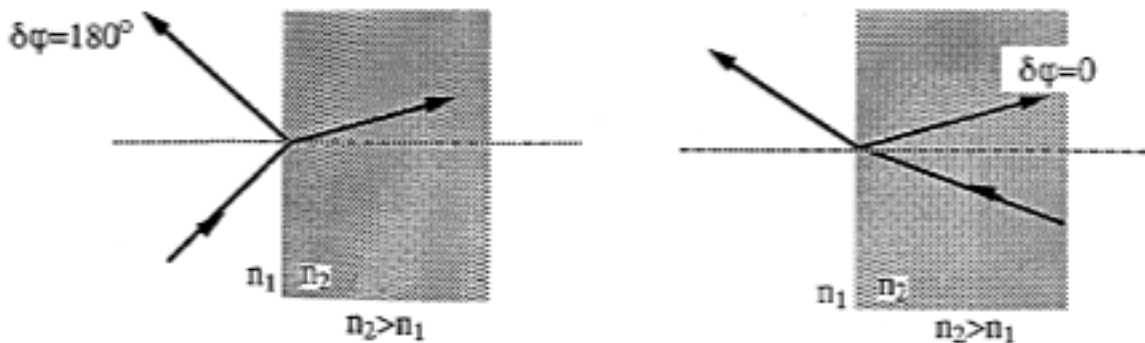
η συνισταμένη διαταραχή είναι πάλι **οδεύον** κύμα, με πλάτος:  $E_0 \frac{\sin N\gamma}{\sin \gamma}$ .

Η ένταση της ακτινοβολίας είναι

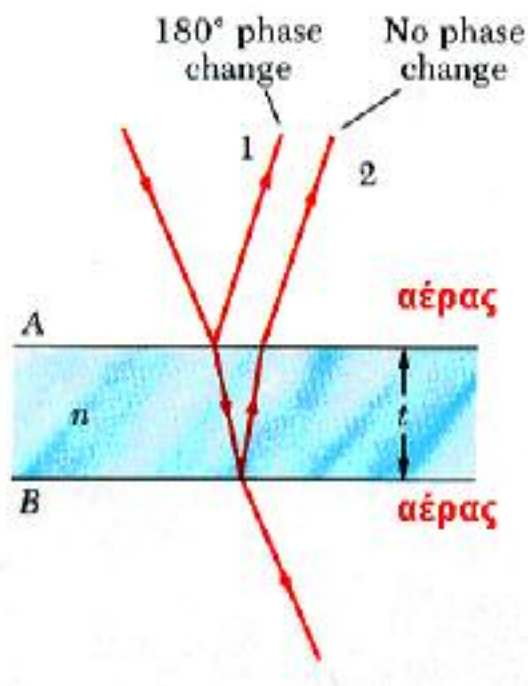
$$I = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_{\text{πλάτος}}^2 = I_0 \frac{\sin^2(N\gamma)}{\sin^2 \gamma}, \quad \text{όπου } I_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_0^2 \quad \text{και} \quad \gamma = \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda} \quad \text{QED.}$$

### ΑΛΜΑ ΦΑΣΗΣ ΣΤΗΝ ΑΝΑΚΛΑΣΗ:

Η ανακλώμενη ακτινοβολία από μια διαχωριστική επιφάνεια δύο οπτικών μέσων υφίσταται ένα άλμα φάσης  $180^\circ$ , μόνον όταν το κύμα διαδιδόμενο σε οπτικό μέσον χαμηλού δείκτη διαθλάσεως προσπίπτει επί διαχωριστικής επιφανείας πίσω από την οποία υπάρχει οπτικό μέσον μεγαλύτερου δείκτη διαθλάσεως.



### ΛΕΠΤΑ ΠΛΑΚΙΔΙΑ:



Για κάθετη πρόσπτωση, οι ακτίνες 1 και 2 έχουν διαφορά δρόμου  $2t$  και άλμα φάσης  $180^\circ$ , άρα δίδουν φαινόμενα συμβολής:

**Ενισχυτική συμβολή:**

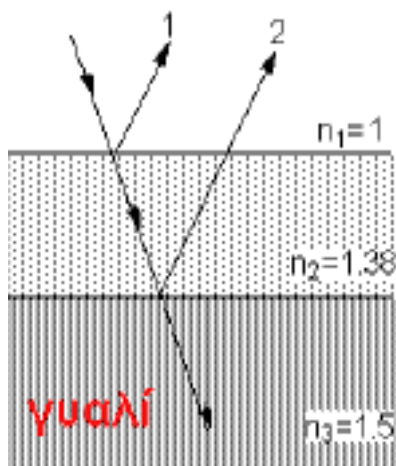
$$2t = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{n}, \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

**Καταστρεπτική συμβολή:**

$$2t = m \frac{\lambda}{n}, \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

( $n$  είναι ο δείκτης διάθλασης του οπτικού μέσου μέσα στο οποίο η ακτίνα 2 διανύει επί πλέον δρόμο  $2t$  έναντι της ακτίνας 1)

**Παράδειγμα:** Στους ηλιακούς θερμοσίφωνες, επιδιώκουμε η ανακλώμενη ακτινοβολία να είναι όσο το δυνατόν ελαχίστη. Γι αυτό το σκοπό μπορούμε να επικαλύψουμε το τζάμι του θερμοσίφωνα με λεπτό στρώμα ουσίας  $MgF_2$ , δείκτη διάθλασης  $n=1.38$ . Πόσο πρέπει να είναι το πάχος του επιστρώματος, ώστε να ελαχιστοποιείται η ανάκλαση του ηλιακού φωτός; Μπορείτε να εργαστείτε με το μέσο μήκος κύματος του ορατού φάσματος,  $\lambda=550 \text{ nm}$ .



**Λύση:** Οι ακτίνες 1 και 2 πρέπει να συμβάλουν καταστρεπτικά, έχοντας και οι δύο ακτίνες υποστεί άλμα φάσης  $180^\circ$ , οπότε για κάθετη πρόσπτωση έχουμε,

$$2t = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{n_2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

ή

$$t = \left(0 + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2n_2} = \frac{550 \text{ nm}}{4 \times 1.38} = 99.6 \text{ nm} \approx 0.1 \mu\text{m}$$