ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ, ΓΕΝΙΚΟ ΤΜΗΜΑ

Πάτρα 26504 Tel.: 2610 997308 E-mail: adoikou@upatras.gr
URL: http://www.des.upatras.gr/physics/adoikou/web.html

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΦΥΣΙΚΗΣ Ι

Αναστασία Δόικου

1. Χρησιμοποιώντας την αρχή διατήρησης της ενέργειας μελετήστε την κίνηση σωματίου που κινείται ευθύγραμμα υπό την επίδραση σταθερής δύναμης F. Υπολογείστε δηλαδή τη μετατόπιση του σώματος συναρτήσει του χρόνου: x(t)=?. Επιβεβαιώστε το αποτέλεσμα σας χρησιμοποιώντας το 2^o νόμο του Newton. Δίνεται ότι τη χρονική στιγμή $t = 0$, $x = 0$ και $\upsilon = \upsilon_0$.

2. Σώμα μάζας m αφήνεται ελεύθερο ενώ βρίσκεται σε κεκλιμένο επίπεδο με γωνία κλίσης θ και απέχει απόσταση d από το ελεύθερο άκρο ελατηρίου μεγάλου μήκους και σταθεράς k, που έχει προσαρτηθεί στο κάτω άκρο του κεκλιμένου επιπέδου. Θεωρώντας το συντελεστή κινητικής τριβής μ_κ σταθερό υπολογείστε: α) Πόση είναι η ταχύτητα του σώματος ακριβώς πριν προσκρούσει στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου? β) Πόση είναι η μέγιστη συμπίεση του ελατηρίου?

3. Μελετήστε την κίνηση σωματίου μάζας m μέσα σε ρευστό πυκνότητας ρ. Η άνωση λαμβάνεται υπόψην, $A = \rho V g$, και η δύναμη της αντίστασης είναι ανάλογη της ταχύτητας του σωματίου, $T = \eta\, \upsilon$. Βρείτε την ταχύτητα του σωματίου συναρτήσει του χρόνου: υ(t) =?. Υπολογείστε επίσης την οριακή ταχύτητα του σωματίου.

4. Σώμα μάζας m, το οποίο κρέμεται από ένα σταθερό σημείο, με νήμα μήκους L περιστρέφεται γύρω από την κατακόρυφο με γωνιακή ταχύτητα ω, έτσι ώστε το νήμα να σχηματίζει γωνία θ με την κατακόρυφο. Βρείτε τη γωνία θ συναρτήσει των: ω, g, L. Η παραπάνω διάταξη ονομάζεται κωνικό εκκρεμές.

5. 'Ενα έντομο κινείται με σταθερή ταχύτητα υ κατά μήκος ράβδου η οποία περιστρέφεται γύρω από το ένα άκρο της. Η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου ως πρός την επιφάνεια της γης είναι ω. Υπολογείστε την ταχύτητα και την επιτάχυνση του εντόμου ως πρός τη γη.

6. Θεωρούμε την κίνηση ενός σωματίου μέσα σε ρευστό. Η δύναμη της αντίστασης είναι ανάλογη της ταχύτητας του σωματίου $T = -\lambda\, \upsilon$. Θεωρούμε επίσης ότι η κίνηση είναι ευθύγραμμη και σε περιοχή όπου η δυναμική ενέργεια έχει τη μορφή $U(x) = \alpha\, x^2$.

Δείξτε ότι η μετατόπιση του σωματίου συναρτήσει του χρόνου είναι $x(t) = x_0\, e^{-\lambda t/2m} \sin(\omega t + \theta)$ και συγκεκριμένα αν για $t = 0$, $x = 0$ τότε $\theta = 0$. Βρείτε την τιμή του ω συναρτήσει των: λ, α, m. Υπολογείστε επίσης την ταχύτητα και την επιτάχυνση του σωματίου. Η δύναμη της βαρύτητας και η άνωση **δε** λαμβάνονται υπόψην.

7. Θεωρείστε σταγόνα βροχής κατά την πτώση της οποίας προσκολλώνται επιπλέον σταγονίδια αυξάνοντας έτσι τη μάζα της. Θεωρείστε επίσης ότι η μάζα της σταγόνας μεταβάλλεται γραμμικά συναρτήσει της μετατόπισης, $m = k\, x$. Χρησιμοποιώντας το γενικευμένο 2^o νόμο του Newton καθορίστε την αντίστοιχη διαφορική εξίσωση και δείξτε ότι μια λύση της είναι: $\upsilon = \alpha\, t$, όπου υ η ταχύτητα της σταγόνας, α μία σταθερά (επιτάχυνση) και t ο χρόνος. Βρείτε την επιτάχυνση α συναρτήσει της σταθεράς βαρύτητας g. Υπολογείστε τη μετατόπιση της σταγόνας συναρτήσει του χρόνου. Δίνεται ότι τη χρονική στιγμή $t=0$, $x=0$ και $\upsilon=0$.

8. Ένα κινητό κινείται σε χώρο όπου η δυναμική ενέργεια δίνεται από τη σχέση $U(x) = a\, x + c$, όπου x η μετατόπιση και a, c γνωστές σταθερές. Το κινητό βρίσκεται επίσης μέσα σε ρευστό όπου αναπτύσσονται δυνάμεις τριβής $T= -b\, u$, u η ταχύτητα και b γνωστή σταθερά. Αν η μάζα του κινητού m είναι γνωστή, να βρεθεί η εξίσωση κίνησης του σώματος, δηλαδή η μετατόπιση συναρτήσει του χρόνου. Θεωρούμε ότι τη χρονική στιγμή $t=0$, $u = 0$ και $x = 0$.

9. Μια μάζα m είναι δεμένη σε ένα ελατήριο σταθεράς k και κρέμεται κατακόρυφα. Εαν η μάζα αφεθεί ελεύθερη όταν το ελατήριο δεν έχει εκταθεί, αποδείξτε ότι: α) το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με απομάκρυνση μετρούμενη από τη θέση στην οποία το ελατήριο δεν έχει εκταθεί που δίνεται από τη σχέση: $y = mg/k\,(1 - \cos \omega t)$ β) η μέγιστη τάση του ελατηρίου είναι 2mg.

10. Ένας ομογενής δίσκος ακτίνας r_1 και μάζας m_1, περιστρέφεται χωρίς τριβή με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω_0 γύρω από κατακόρυφο άξονα, ο οποίος διέρχεται από το κέντρο του δίσκου. Ένας δεύτερος ομογενής δίσκος, ακτίνας r_2 και μάζας m_2, που αρχικά δεν περιστρέφεται πέφτει πάνω στον πρώτο δίσκο ομοκεντρικά. Επειδή οι επιφάνειες είναι τραχιές, οι δύο δίσκοι αποκτούν τελικά την ίδια γωνιακή ταχύτητα ω. α) Υπολογείστε τις αντίστοιχες ροπές αδράνειας I_1 και I_2 του κάθε δίσκου και την τελική γωνιακή ταχύτητα ω του συστήματος των δύο δίσκων. (Υπενθυμίζεται ότι η στοιχειώδης μάζα επιφανειακής κατανομής δίνεται ως: $dm = \sigma\, dA$, όπου σ η επιφανειακή πυκνότητα και dA η στοιχειώδης επιφάνεια, η οποία σε πολικές συντεταγμένες είναι: $dA = 2\,\pi\, r\, dr$). β) Αποδείξτε ότι στην περίπτωση αυτή υπάρχει απώλεια ενέργειας και υπολογείστε το λόγο της τελικής προς την αρχική κινητική ενέργεια.(r_1, m_1, r_2, m_2, ω_0: γνωστές ποσότητες).

11. Ένα σώμα μάζας m και ταχύτητας υ_0 συγκρούεται και κολλά στη εξωτερική επιφάνεια μιας ομογενούς στερεάς σφαίρας μάζας M και ακτίνας R. Αν η σφαίρα είναι αρχικά ακίνητη και είναι στερεωμένη σε έναν άξονα χωρίς τριβή που διέρχεται από τον κέντρο της και είναι κάθετος στην τροχιά του σώματος, υπολογείστε: α) τη γωνιακή ταχύτητα του συστήματος μετά την πρόσκρουση β) το ποσό της ενέργειας που χάθηκε κατά την κρούση. Εξηγείστε που οφείλετε η απώλεια της ενέργειας. Η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της είναι γνωστή, $I = 2/5M\,R^2$.

12. Μια συμπαγής ράβδος μάζας M και μήκους L περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο χωρίς τριβές γύρω από άξονα ο οποίος διέρχεται από το μέσο της και είναι κάθετος σε αυτή. Η μάζα της ράβδου κατανέμεται ανομοιόμορφα κατά μήκος της με γραμμική πυκνότητα $\lambda = \alpha\,(L/2 - x)$, όπου x η συντεταγμένη κατά μήκος της ράβδου μετρούμενη από το μέσο της και α γνωστή σταθερά. Στα δύο άκρα της ράβδου έχουν στερεωθεί δύο σώματα μάζας m_1 και m_2, αντίστοιχα. Υπολογείστε: α) τη ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της και είναι κάθετος σε αυτή β) τη στροφορμή της όταν η γωνιακή ταχύτητα είναι ω γ) τη γωνιακή επιτάχυνση του συστήματος όταν η ράβδος σχηματίζει γωνία θ με την οριζόντιο.

13. Χρησιμοποιώντας την έκφραση της στοιχειώδους επιφάνειας ds σε πολικές συντεταγμένες υπολογείστε το εμβαδό κύκλου και ημικυκλίου ακτίνας r. (Δείτε τη σχετική σημείωση στο τέλος).

14. Βρείτε το κέντρο μάζας ημικυκλικής επιφάνειας ακτίνας r και σταθερής επιφανειακής πυκνότητας σ.

15. Βρείτε το κέντρο μάζας ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου διαστάσεων a και b. Το σώμα θεωρούμε ότι έχει σταθερή επιφανειακή πυκνότητα σ.

16. Ένας πύραυλος με ολική αρχική μάζα M_i εκτοξεύεται κατακόρυφα από την επιφάνεια της Γης. Όταν τα καύσιμά του έχουν καεί εντελώς, ο πύραυλος έχει φτάσει σε ένα ύψος μικρό σε σύγκριση με την ακτίνα της Γης. Αποδείξτε ότι η τελική ταχύτητα του πυραύλου είναι: $\upsilon = -\upsilon_e \ln(M_i/M_f) - gt$, όπου ο χρόνος καύσης $t = (M_i - M_f)(dm/dt)^{-1}$. M_f είναι η τελική ολική μάζα του πυραύλου, υ_e είναι η ταχύτητα εκτόξευσης των αερίων, ως προς τον πύραυλο, και dm/dt είναι ο σταθερός ρυθμός κατανάλωσης των καυσίμων. Η επιτάχυνση της βαρύτητας g στην επιφάνεια της Γης θεωρείται γνωστή.

17. Υποθέστε ότι το μοντέλο ενός αυτοκινήτου είναι ένας κύλινδρος που κινείται με ταχύτητα υ. Σε χρόνο dt, μιά στήλη αέρα μάζας dm κινείται κατά μία απόσταση υ dt και έχει κινητική ενέργεια: $dE = dm\,\upsilon^2/2$. Χρησιμοποιώντας αυτό το μοντέλο, υπολογίστε ποιά είναι η ισχύς που χάνεται λόγω της αντίστασης του αέρα και ποιά είναι η οπισθέλκουσα δύναμη. Η πυκνότητα του αέρα ρ θεωρείται γνωστή.

18. Μάζα m συνδέεται με δύο λαστιχένια νήματα μήκους L, που το καθένα υφίσταται τάση T. Η μάζα απομακρύνεται κατακόρυφα κατά μια *μικρή* απόσταση y. Εάν υποτεθεί ότι η τάση δε μεταβάλλεται αισθητά, αποδείξτε ότι:

α) η δύναμη επαναφοράς είναι, $F = -2Ty/L$

β) το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με κυκλική συχνότητα $\omega = (2T/mL)^{1/2}$.

Σημείωση:

Η πυκνότητα σώματος ορίζεται ως:

α. Στη μία διάσταση: $\lambda = dm/dx$ (γραμμική πυκνότητα).

β. Στις δύο διαστάσεις: $\sigma = dm/ds$ (επιφανειακή πυκνότητα), όπου ds η στοιχειώδης επιφάνεια.

Σε καρτεσιανές συντεταγμένες (x, y): $ds = dx\, dy$.

Σε πολικές συντεταγμένες (ρ, φ): $ds = \rho\, d\rho\, d\varphi$.

Υπενθυμίζουμε ότι: $x = \rho \cos\varphi$, $y = \rho \sin\varphi$.

γ. Στις τρείς διαστάσεις: $\rho = dm/dV$, όπου dV ο στοιχειώδης όγκος.

Σε καρτεσιανές συντεταγμένες (x, y, z): $dV = dx\, dy\, dz$.