

ΑΣΚΗΣΗ 14/15

ΜΕΛΕΤΗ ΚΥΚΛΩΜΑΤΟΣ RL ΚΑΙ ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΕ RC ΚΥΚΛΩΜΑ

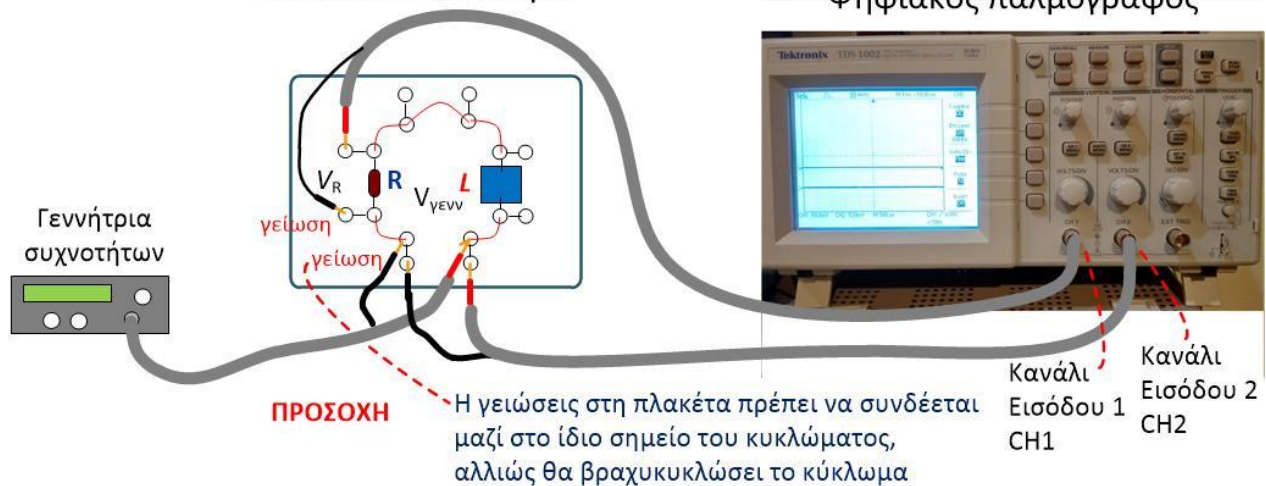
ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ: χαμηλοπερατό-υψιπερατό φίλτρο (low-high pass filter)

Σκοπός: Μελέτη χαρακτηριστικών καμπύλων του ρεύματος και της τάσης που παρατηρούνται με το άνοιγμα και το κλείσιμο του διακόπτη σε κύκλωμα πηνίου αντίστασης στη σειρά, προσδιορισμός της σταθεράς RL του κυκλώματος και εφαρμογή του RL κυκλώματος σαν χαμηλο- υψι-περατό φίλτρο.

■ **ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΤΑΞΗ** για μέτρηση της τάσης V_C στα άκρα του πυκνωτή.

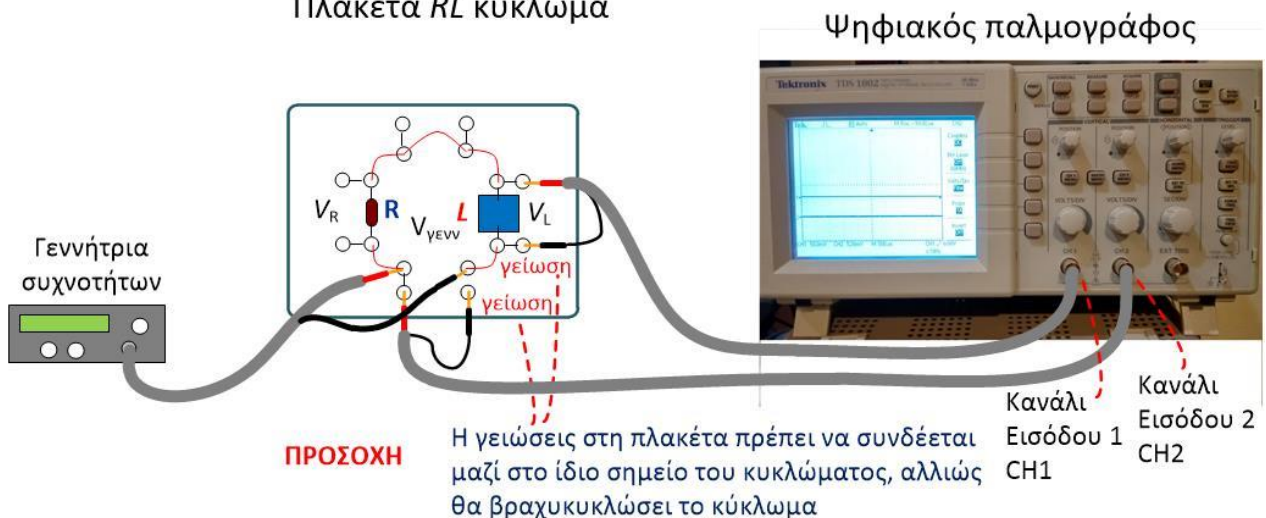
Συνδεσμολογία A για τροφοδοσία RL κυκλώματος με τετραγωνικούς παλμούς και μέτρηση της τάσης V_R στα άκρα της αντίστασης.

Πλακέτα RL κύκλωμα



Συνδεσμολογία B για τροφοδοσία RL κυκλώματος με τετραγωνικούς παλμούς και μέτρηση της τάσης V_L στα άκρα του πηνίου.

Πλακέτα RL κύκλωμα



Σχήμα 1 Πειραματική διάταξη μελέτης κυκλώματος RL για τη μέτρηση της διαφοράς δυναμικού V_R στα άκρα της αντίστασης (Συνδεσμολογία A) και V_L στα άκρα του πηνίου (Συνδεσμολογία B).

Ο ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΣΥΣΚΕΥΕΣ

1. Γεννήτρια συχνοτήτων τετραγωνικών και ημιτονοειδών παλμών.
2. Πλακέτα με αντίσταση (100 Ω) και πηνίο (300 σπειρών 2 mH).
3. Δύο ομοαξονικά καλώδια.
4. Ψηφιακός παλμογράφος.
5. Γεννήτρια τετραγωνικών παλμών.

Βασικές λειτουργίες παλμογράφου

Σε τι χρησιμεύει ο παλμογράφος

Με τον παλμογράφο δεν μετρούμε απλώς τάσεις όπως με τα πολύμετρα, αλλά στην οθόνη του οργάνου μπορούμε να παρατηρήσουμε τη χρονική εξέλιξη τάσεων. Συγκεκριμένα, στην οθόνη του παλμογράφου γίνεται γρήγορη απεικόνιση της τάσης συναρτήσεως του πραγματικού χρόνου η οποία ανανεώνεται διαδοχικά.

Έτσι μπορούμε να προσδιορίσουμε το πλάτος και την περίοδο περιοδικά μεταβαλλόμενων τάσεων.

Επίσης μπορούμε να τις συγκρίνουμε τη χρονική εξέλιξη δύο τάσεων και να προσδιορίσουμε την μεταξύ των χρονική διαφορά καθώς και τη διαφορά φάσης.

Βασικά μέρη ενός ψηφιακού παλμογράφου

Οθόνη παλμογράφου όπου απεικονίζεται η χρονική εξέλιξη της μετρούμενης τάσεως $V(t)$.

Κουμπιά ελέγχου οριζόντιου, κατακόρυφου άξονα

Κατακόρυφος άξονας μέτρησης των τάσεων V .

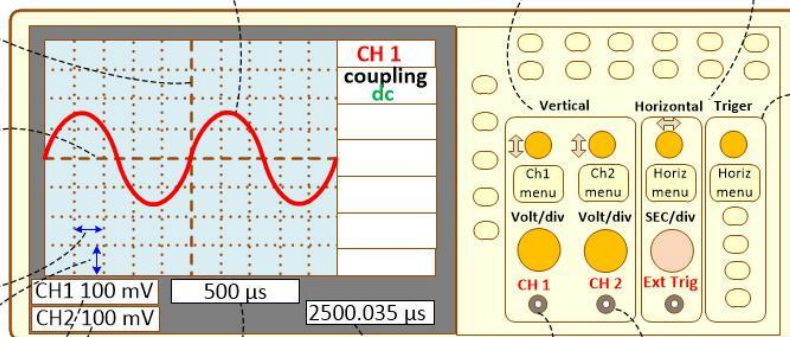
Οριζόντιος άξονας μέτρησης του χρόνου t .

Μια υποδιαίρεση (div) οριζόντια, κατακόρυφη.

Ενδείξεις της κατακόρυφης υποδιαίρεσης του καναλιού 1 CH1 και καναλιού 2 CH2 σε Volt ανά 1 div (Volt/div) που φανερώνει πόσα Volt αντιστοιχούν σε μια κατακόρυφη υποδιαίρεση.

Ένδειξη οριζόντιας υποδιαίρεσης του χρόνου sec/div που φανερώνει πόσα sec αντιστοιχούν σε μια οριζόντια υποδιαίρεση (κοινή και για τα δύο κανάλια).

Η συχνότητα του σήματος



Κουμπιά ελέγχου χρονισμού σάρωσης τα οποία καθορίζουν το ακριβές αρχικό σημείο όπου αρχίζει η γραφική παράσταση $V(t)$.

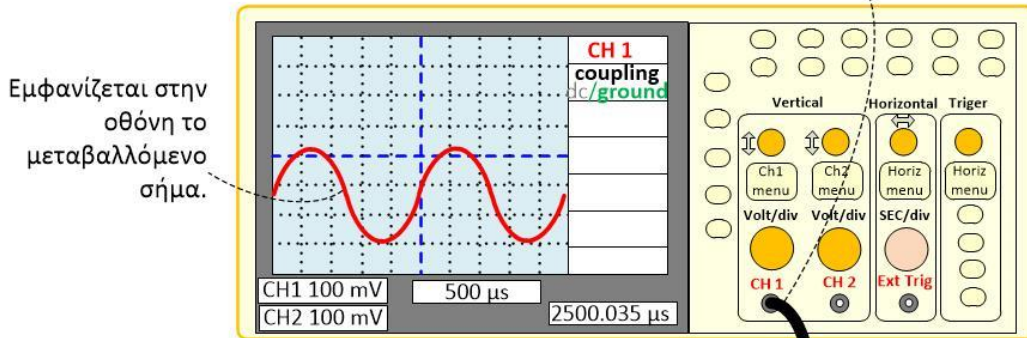
Είσοδος τάσης Κανάλι 1 CH1

Είσοδος τάσης Κανάλι 2 CH2

Εισαγωγή σήματος (τάσης) στο CH1 και διαδικασία μέτρησης

Πατάμε το κουμπί Ch1 menu...

...εισάγουμε με BNC καλώδιο τη τάση στο CH1

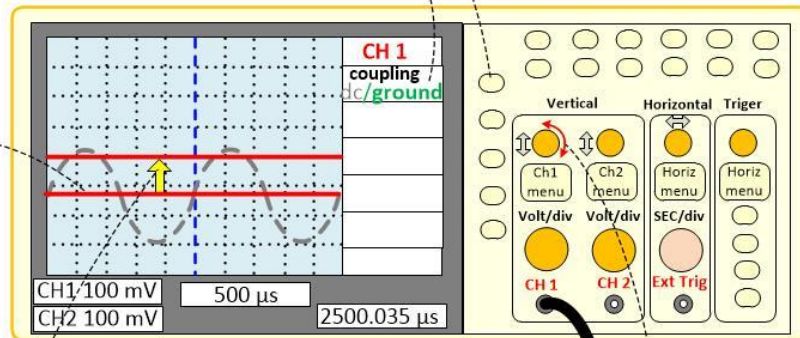


Εμφανίζεται στην οθόνη το μεταβαλλόμενο σήμα.

Αν θέλουμε το μηδέν του σήματος να αντιστοιχεί στο μηδέν του κατακόρυφου άξονα...

...τότε πατάμε επανειλημμένα το κουμπί ελέγχου του coupling μέχρι να εμφανιστεί η ένδειξη coupling ground όπου γειώνει την είσοδο του καναλιού 1 (Ch1)...

..έτσι στην οθόνη το σήμα γίνεται ευθεία γραμμή.



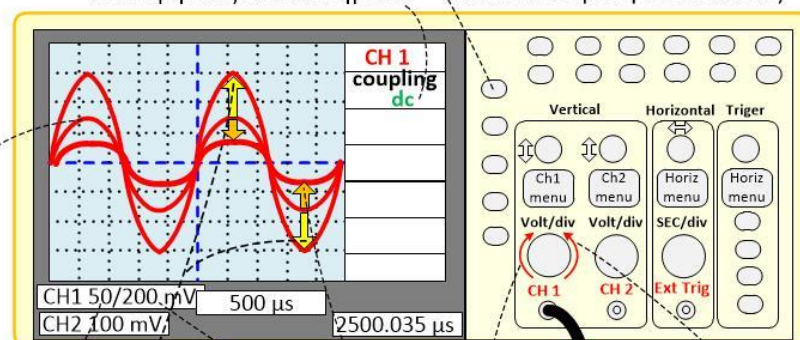
...μετατοπίζεται το σήμα (ευθεία γραμμή) στο μηδέν της κλίμακας της τάσης.

Κατόπιν περιστρέφοντας το κουμπί κατακόρυφης μετακίνησης...

Κατόπιν πατάμε επανειλημμένα το κουμπί ελέγχου του coupling μέχρι να εμφανιστεί η ένδειξη coupling dc τότε εμφανίζεται το σήμα...

(Εναλλακτικά θέτοντας σε coupling ac αποκόπτεται η τυχόν συνεχής συνιστώσα του σήματος και παίρνουμε την εναλλασσόμενη συνιστώσα.)

...τότε αντί για την ευθεία γραμμή εμφανίζεται πάλι στην οθόνη το μεταβαλλόμενο σήμα μαζί με την τυχούσα συνεχή (dc) συνιστώσα και το μηδέν της τάσης αντιστοιχεί στο μηδέν του κατακόρυφου άξονα.



...τότε ελαττώνονται τα Volt/div του CH1...

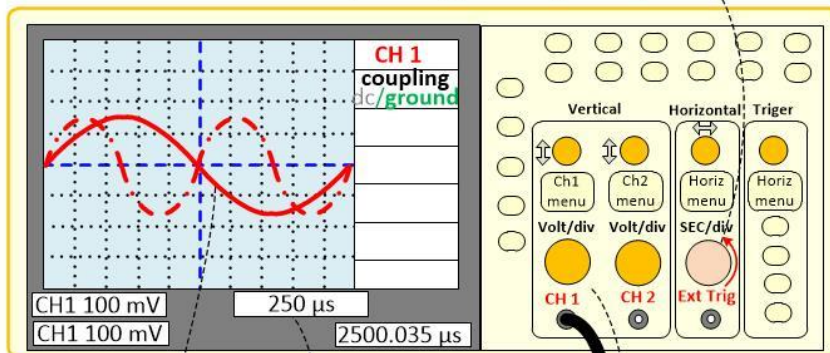
...και ενισχύεται το σήμα στην οθόνη.

Αν περιστρέψουμε αριστερά το κουμπί ελέγχου των Volt/div...

Εναλλακτικά, περιστρέφοντας προς τα δεξιά αυξάνονται τα Volt/div και εξασθενεί το σήμα στην οθόνη.

Αν θέλουμε να αλλάξουμε την κλίμακα του χρόνου,...

...τότε περιστρέφοντας αριστερά το κουμπί ελέγχου του χρόνου/div...

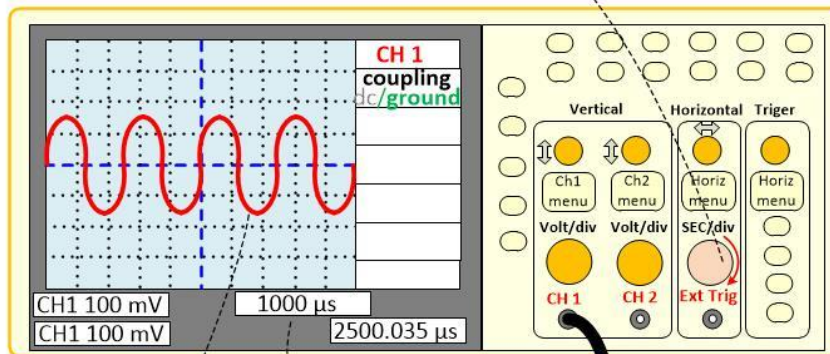


...ελαττώνονται τα sec/div και...

...εμφανίζονται λιγότερες περιόδους του σήματος.

Αντίστροφα,...

...αν περιστρέψουμε δεξιά το κουμπί ελέγχου του χρόνου sec/div...



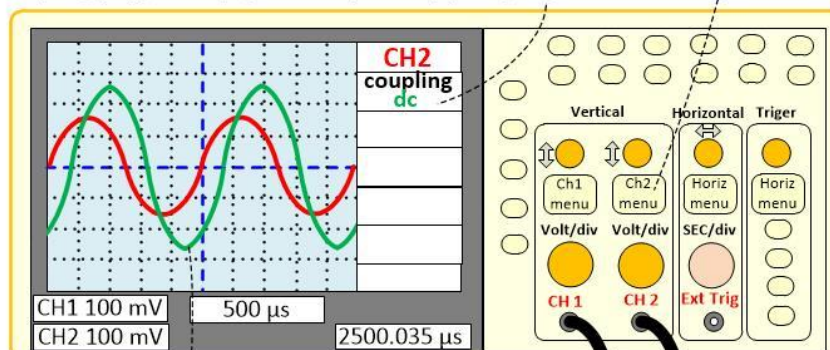
...αυξάνονται τα sec/div και...

...εμφανίζονται περισσότερες περιόδους του σήματος.

Εισαγωγή δεύτερου σήματος (τάσης) μέσω του CH2

Πατάμε το κουμπί Ch2 menu...

...κατόπιν πατάμε επανειλημμένα το κουμπί ελέγχου του coupling μέχρι να εμφανιστεί η ένδειξη coupling dc...



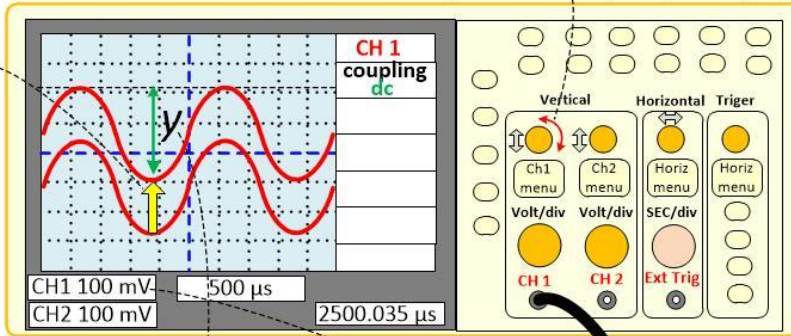
...και εμφανίζεται στην οθόνη και το δεύτερο σήμα, το οποίο μπορούμε να συγκρίνουμε με το άλλο σήμα.

Εισάγουμε με BNC καλώδιο τη δεύτερη τάση στο CH2...

Μέτρηση της πλάτους του σήματος μέγιστο-μέγιστο (peak-peak p-p)

Περιστρέφοντας το κουμπί κατακόρυφης μετακίνησης του αντίστοιχου καναλιού (CH1) που έχουμε εισάγει το σήμα...

...το σήμα μετατοπίζεται κατακόρυφα ώστε κάποιο μέγιστο (ή ελάχιστο) να συμπίπτει με κάποια οριζόντια γραμμή της οθόνης που θα χρησιμοποιηθεί για αρχικό σημείο μέτρησης της τάσης...

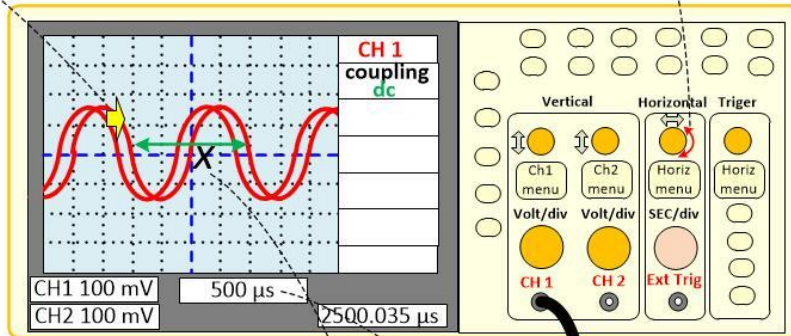


...Κατόπιν μετρούμε τα συνολικά y div (υποδιαίρεσεις) που απέχει κατακόρυφα το συγκεκριμένο ελάχιστο από το μέγιστο....

...Το πλάτος V_{pp} βρίσκεται πολλαπλασιάζοντας το y div επί τα V/div δηλαδή $V_{pp} = y \text{ div } V/div$.

Μέτρηση της περιόδου του σήματος

...μετατοπίζεται το σήμα οριζόντια στην οθόνη ώστε να τέμνει τον οριζόντιο άξονα σε κάποια αρχή μιας υποδιαίρεσης η οποία θα χρησιμοποιηθεί για αρχικό σημείο μέτρησης του χρόνου της περιόδου....



...Κατόπιν μετρούμε σε πόσα συνολικά x div (υποδιαίρεσεις) το σήμα τέμνει κατά δεύτερη συνεχή φορά τον οριζόντιο άξονα....

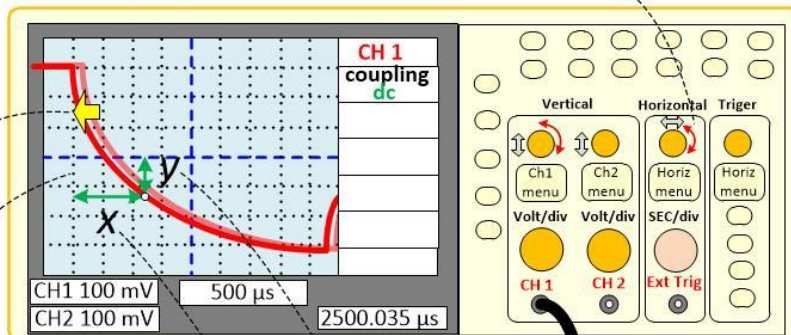
...Η περίοδος T βρίσκεται πολλαπλασιάζοντας το x div επί τα sec/div δηλαδή $T = x \text{ div } sec/div$.

Καταγραφή της χρονικής εξέλιξης του σήματος $V(t)$

Έστω ότι έχουμε να μετρήσουμε το ρεύμα φόρτισης ή εκφόρτισης πυκνωτή RC κυκλώματος....

...Περιστρέφοντας το κουμπί οριζόντιας μετακίνησης...

...το σήμα μετατοπίζεται οριζόντια, ώστε το σήμα να τέμνει κάποια κατακόρυφη γραμμή η οποία θα γίνει η αρχή μέτρησης του χρόνου....

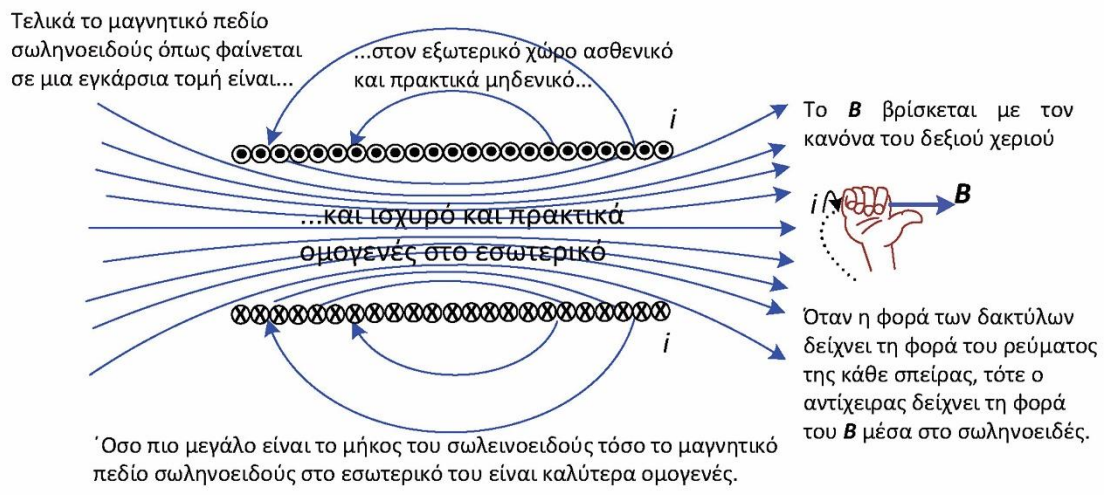
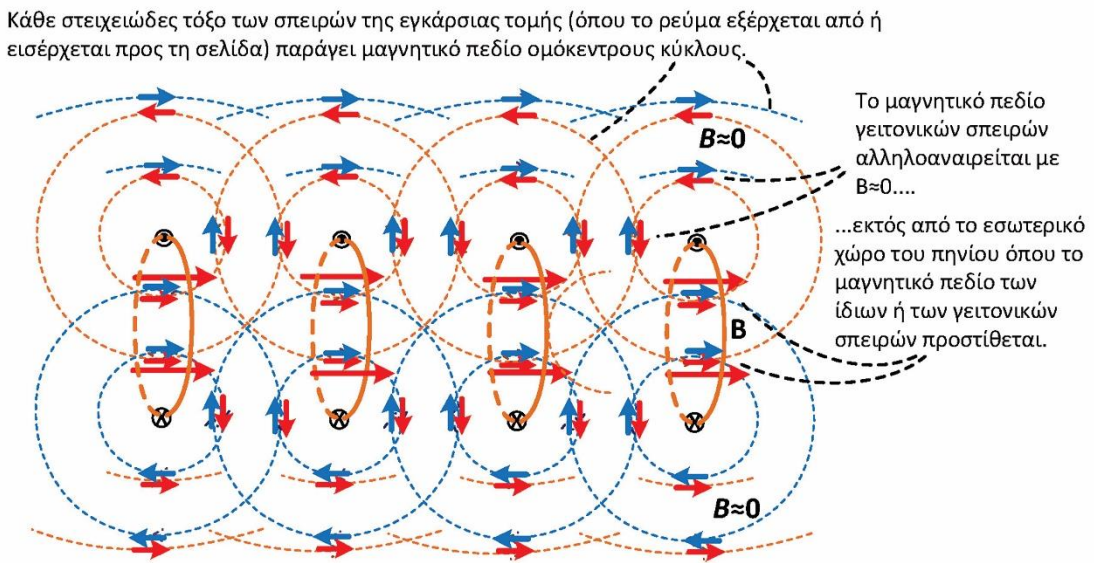
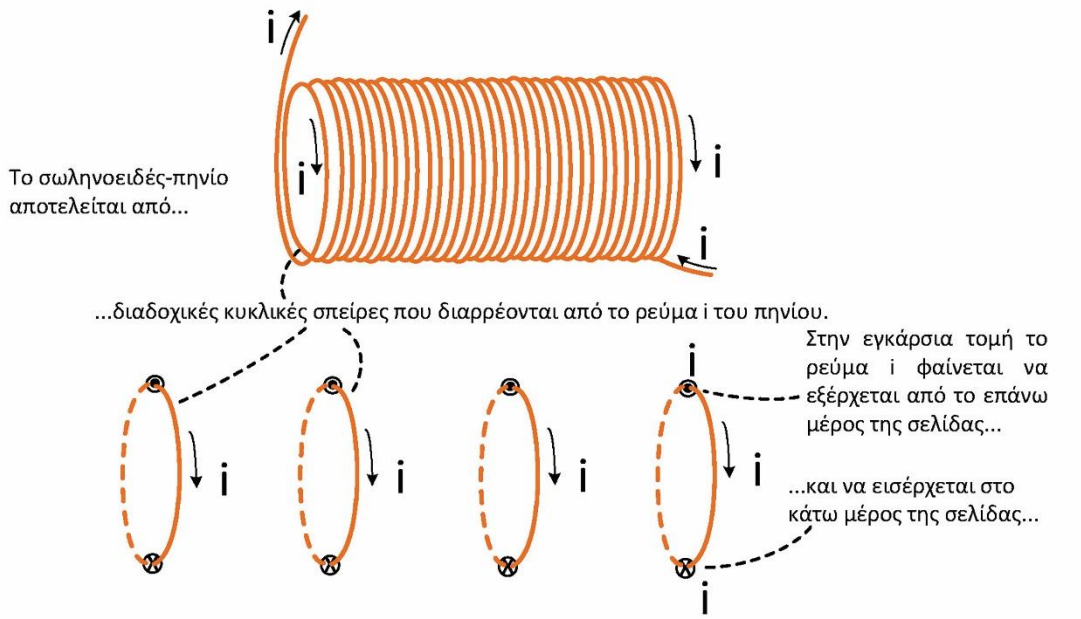


...Κατόπιν μετρούμε τις συντεταγμένες x div και y div (υποδιαίρεσεις) των σημείων του σήματος....

...Η τάση $V(t)$ βρίσκεται από $V = y \text{ div } V/div$ ενώ ο χρόνος από $t = x \text{ div } sec/div$.

A. ΣΥΝΟΠΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ (ΑΣΚΗΣΗΣ 14)

A1. ΣΩΛΗΝΟΕΙΔΕΣ Η ΠΗΝΙΟ αποτελείται από αγωγίμο σύρμα τυλιγμένο σε σχήμα ελατηρίου.



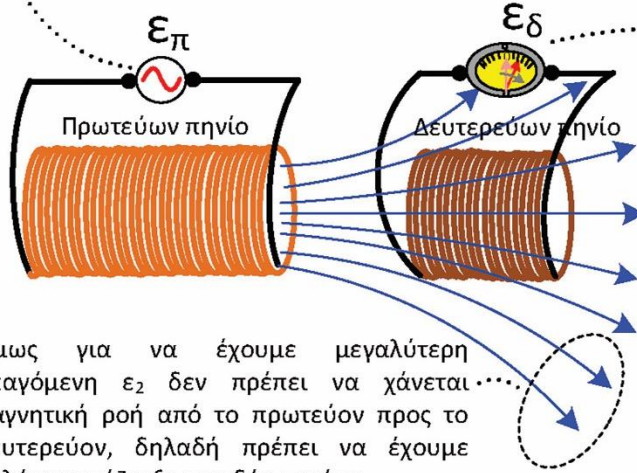
Α2. ΑΜΟΙΒΑΙΑ ΕΠΑΓΩΓΗ

Αν εφαρμοστεί εναλλασσόμενη τάση, ε_{π} από το δύκτιο,...

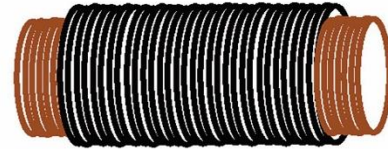
...στο πρώτο πηνίο, που λέγεται πρωτεύον πηνίο,...

....τότε θα προκαλείται μεταβολή της μαγνητικής ροής $d\Phi_{B\delta}/dt$ από το πρωτεύον πηνίο στο δεύτερο πηνίο, το οποίο λέγεται δευτερεύον πηνίο...

...και έτσι επάγεται ηλεκτρεγερτική δύναμη $\varepsilon_{\delta} = -d\Phi_{B\delta}/dt$ δηλαδή επάγεται εναλλασσόμενη τάση στο δευτερεύον πηνίο.



Όμως για να έχουμε μεγαλύτερη επαγόμενη ε_2 δεν πρέπει να χάνεται μαγνητική ροή από το πρωτεύον προς το δευτερεύον, δηλαδή πρέπει να έχουμε καλύτερη σύζευξη των δύο πηνίων.



Καλύτερη σύζευξη χωρίς απώλειες μαγνητικής ροής μπορεί να επιτευχθεί με την τοποθέτηση του δευτερεύοντος μέσα στο πρωτεύον.

Η συνολική μαγνητική ροή Φ_{δ} που διαρρέει το δευτερεύον πηνίο είναι

$$\Phi_{B\delta} = L_{\delta\pi} I_{\pi} \quad (1)$$

Ο συντελεστής $L_{\delta\pi}$ καλείται **συντελεστής αμοιβαίας επαγωγής** και εξαρτάται από τη σχετική θέση των δύο πηνίων, η οποία καθορίζει πόση μαγνητική ροή από το πρωτεύον πηνίο θα περάσει μέσα από το δευτερεύον πηνίο. Αλλάζοντας τη σχετική θέση των δύο πηνίων, τότε θα έχουμε άλλη τιμή του συντελεστή. Η χρονική μεταβολή της ροής βρίσκεται παραγωγίζοντας την Εξ. (1) ως προς το χρόνο

$$\frac{d\Phi_{B\delta}}{dt} = L_{\delta\pi} \frac{dI_{\pi}}{dt} \quad (2)$$

Λαμβάνοντας υπόψη και ότι $\varepsilon_{\delta} = -\frac{d\Phi_{B\delta}}{dt}$, είναι η επαγόμενη ΗΕΔ ε_{δ} στο δεύτερο πηνίο τότε

$$\varepsilon_{\delta} = -L_{\delta\pi} \frac{dI_{\pi}}{dt} \quad (3)$$

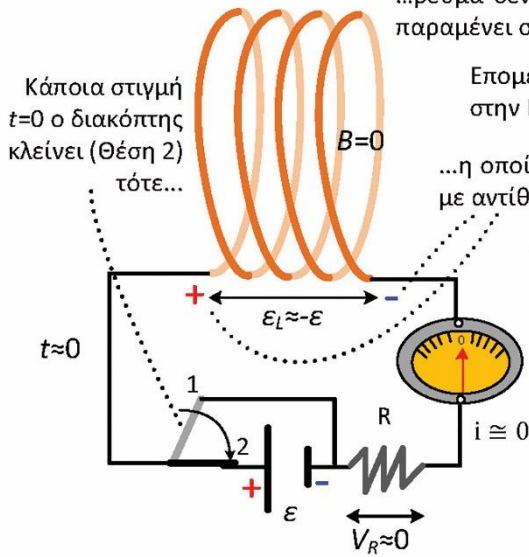
η οποία φαίνεται να είναι ανάλογη της μεταβολής του ρεύματος I_{π} στο πρώτο πηνίο. Όμως ο συντελεστής αμοιβαίας επαγωγής $L_{\delta\pi}$ εξαρτάται από τη σχετική θέση των δύο πηνίων και δύσκολα μπορεί να υπολογιστεί. Μόνο στην ειδική περίπτωση που το πρωτεύον πηνίο είναι μέσα στο δευτερεύον, τότε ο $L_{\delta\pi}$ μπορεί να υπολογιστεί εύκολα με βάση τις Εξ. (1) και (2).

Α2. ΑΥΤΕΠΑΓΩΓΗ

Εκτός από επαγόμενη ΗΕΔ από ένα πηνίο (πρωτεύον) σε ένα άλλο πηνίο (δευτερεύον) λόγω μεταβολής της μαγνητικής ροής, μπορεί να επάγεται ΗΕΔ και στο ίδιο το πηνίο λόγω μεταβολής της μαγνητικής ροής από την μεταβολή του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει το ίδιο το πηνίο. Αυτό το φαινόμενο ονομάζεται **αυτεπαγωγή** και διαπιστώνεται πειραματικά, όπως περιγράφεται στο παρακάτω πείραμα.

Το πηνίο τροφοδοτείται με σταθερή τάση

...ρεύμα δεν αρχίζει να διαρρέει το πηνίο ακαριαία, αλλά αρχικά παραμένει στιγμιαία κοντά στο μηδέν.

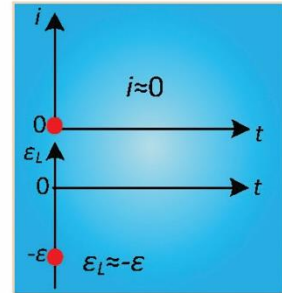
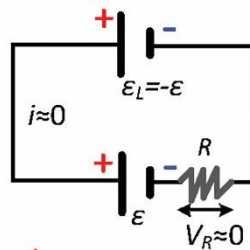


Επομένως κάποια αντίθετη ΗΕΔ θα πρέπει να αντιτίθεται στην ΗΕΔ της πηγής...

...η οποία λέγεται αντί-ΗΕΔ ϵ_L και εφαρμόζει στα άκρα του πηνίου με αντίθετη πολικότητα από αυτή της πηγής.

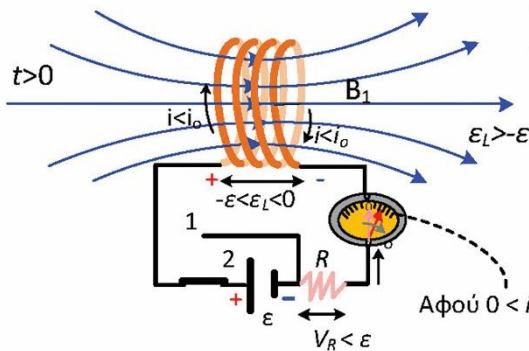
Από το νόμο των βρόχων $\epsilon - V_R + \epsilon_L = 0$ αφού $i=0$ και $V_R=iR=0$, τότε θα είναι $\epsilon_L = -\epsilon$

Έτσι για $t=0$ το ισοδύναμο κύκλωμα είναι:

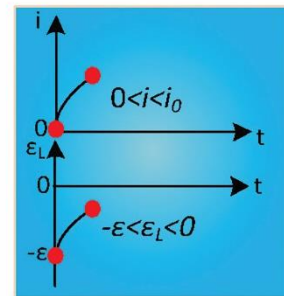
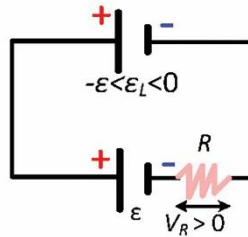


Το πηνίο αρχίζει να διαρρέεται από μικρό ρεύμα

Όμως το πηνίο κατόπιν θα αρχίσει να διαρρέεται αρχικά από ένα μικρό ρεύμα $0 < i < i_0 = \epsilon/R$, το οποίο δημιουργεί κάποιο μικρό μαγνητικό πεδίο B_1 στο πηνίο...



Για τις χρονικές στιγμές $t > 0$ το ισοδύναμο κύκλωμα είναι:

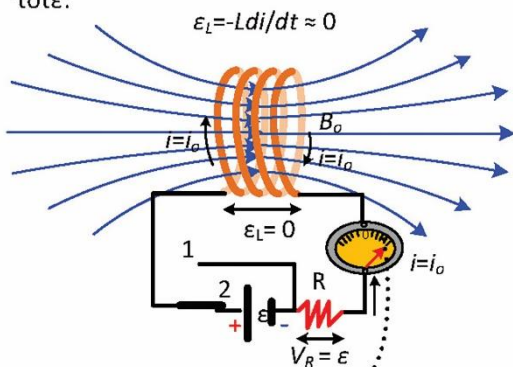


...υπάρχει πτώση τάσης $0 < V_R = iR < \epsilon$ στην αντίσταση και επομένως η ϵ_L αριθμητικά είναι μικρότερη της ϵ ...

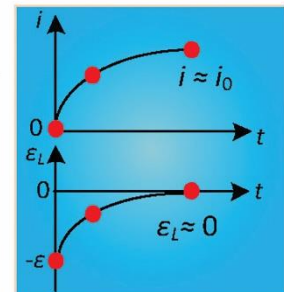
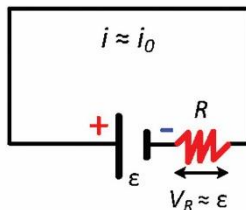
...γιατί από $\epsilon - iR + \epsilon_L = 0$ έχουμε $\epsilon_L = -\epsilon + iR > -\epsilon$ $|\epsilon_L| < |\epsilon|$

Το πηνίο διαρρέεται από το μέγιστο ρεύμα i_0

Καθώς αυξάνεται το ρεύμα μέσω του πηνίου, μειώνεται ο ρυθμός di/dt , και σε μεγάλους χρόνους θα τείνει προς το μηδέν $di/dt \approx 0$ τότε:



Εδώ το πηνίο συμπεριφέρεται σαν βραχυκύκλωμα και το ισοδύναμο κύκλωμα είναι:



Αφού $\epsilon_L \approx 0$, το ρεύμα στο κύκλωμα πρακτικά δεν αλλάζει άλλο φθάνοντας στην μέγιστη τιμή i_0 ...

...γιατί από $\epsilon - iR + \epsilon_L = 0$ με $\epsilon_L = 0$ έχουμε $\epsilon - i_0R = 0$ $i_0 = \epsilon/R$

Η έκφραση της αντί-ΗΕΔ ε_L προκύπτει όπως η επαγόμενη ΗΕΔ στη περίπτωση της αμοιβαίας επαγωγής Εξ. (1)-(3) όπου η συνολική μαγνητική από το πηνίο είναι $N\Phi_B = Li$, όπου L είναι ο **συντελεστής αυτεπαγωγής**. Αφού είναι $\varepsilon_L = -N d\Phi/dt$ τότε

$$\varepsilon_L = -N \frac{d\Phi}{dt} = -L \frac{di}{dt} \quad (4)$$

Θα παρουσιάσουμε την ποσοτική έκφραση που περιγράφει την χρονική εξέλιξη της αντί-ΗΕΔ και του ρεύματος σε ένα RL κύκλωμα όταν κλείνει ο διακόπτης και αρχίζει να διαρρέεται από ρεύμα το κύκλωμα. Ξεκινώντας από το νόμο των βρόχων στο κύκλωμα RL : $\varepsilon - V_R + \varepsilon_L = 0$ και

αντικαθιστώντας την πτώση τάσεως $V_R = iR$ και την ε_L από την Εξ. (4) καταλήγουμε στη διαφορική εξίσωση χωρισμένων μεταβλητών

$$\varepsilon - iR - L \frac{di}{dt} = 0 \quad (5)$$

η οποία γράφεται: $\varepsilon - iR = L \frac{di}{dt}$. Διαιρώντας με R παίρνουμε $\frac{\varepsilon}{R} - i = \frac{L}{R} \frac{di}{dt}$. Αντικαθιστώντας το λόγο $\frac{\varepsilon}{R}$ με $i_o = \frac{\varepsilon}{R}$, έχουμε $i_o - i = \frac{L}{R} \frac{di}{dt}$, στην οποία διαχωρίζουμε τις μεταβλητές i και t στα δύο μέλη και γράφεται $\frac{R}{L} dt = \frac{di}{i_o - i}$. Γράφοντας το διαφορικό να ταιριάζει με τον παρονομαστή παίρνουμε $-\frac{R}{L} dt = \frac{d(i_o - i)}{i_o - i}$, την οποία αν την ολοκληρώσουμε από $t=0$ όπου το ρεύμα είναι $i=0$ μέχρι μια τυχαία τιμή του χρόνου t όπου το ρεύμα παίρνει την τιμή $i(t)$, έχουμε

$$\int_0^t -\frac{R}{L} dt = \int_0^i \frac{d(i_o - i)}{i_o - i} \quad (6)$$

από όπου παίρνουμε: $-\frac{R}{L}t = \ln \frac{(i_o - i)}{i_o}$ ή $\frac{(i_o - i)}{i_o} = e^{-\frac{R}{L}t}$ ή $(i_o - i) = i_o e^{-\frac{R}{L}t}$ από όπου προκύπτει η $i(t)$

$$i(t) = i_o \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) \quad (7)$$

Παρατηρούμε ότι η ποσότητα $\frac{R}{L}$ έχει διαστάσεις αντιστρόφου χρόνου και έτσι εξασφαλίζει ότι ο αντίστοιχος εκθέτης είναι καθαρός αριθμός. Αφού η σταθερά $\frac{L}{R}$ έχει διαστάσεις χρόνου, καλείται **επαγωγική σταθερά χρόνου** και είναι ανάλογη της σταθεράς χρόνου RC , που είδαμε στο RC κύκλωμα. Η σταθερά $\frac{L}{R}$ καθορίζει το χρόνο το πόσο γρήγορα το κύκλωμα φθάνει στη σταθερά κατάσταση, όπου το ρεύμα φθάνει στη μέγιστη τιμή. Πράγματι, για $t=0$ το ρεύμα είναι μηδενικό $i(t=0) = 0$, ενώ καθώς περνά ο χρόνος, ο όρος $e^{-\frac{R}{L}t}$ τείνει στο μηδέν και το ρεύμα στο κύκλωμα βαθμιαία αυξάνεται. Τελικά, σε χρόνο 5 φορές την επαγωγική σταθερά χρόνου $\frac{L}{R}$, δηλαδή $t = 5 \frac{L}{R}$, ο όρος $e^{-\frac{R}{L}t}$ γίνεται πρακτικά μηδέν γιατί $e^{-5} = 0.007$, οπότε το ρεύμα φθάνει στη τιμή της σταθεράς κατάστασης $i(t \geq 5 \frac{L}{R}) \cong i_o$. Η αντί-ΗΕΔ ε_L προκύπτει παραγωγίζοντας ως προς το χρόνο την Εξ.(7). Πράγματι, $\varepsilon_L = -L \frac{di(t)}{dt} = -L \frac{d}{dt} \left[i_o \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) \right] = -Li_o \frac{R}{L} e^{-\frac{R}{L}t}$, από όπου θεωρώντας $i_o R = \varepsilon$, παίρνουμε την χρονική εξέλιξη $\varepsilon_L(t)$

$$\varepsilon_L(t) = -\varepsilon e^{-\frac{R}{L}t} \quad (8)$$

Παρατηρούμε ότι για $t=0$, η αντί-ΗΕΔ είναι μέγιστη αρνητική $\varepsilon_L(t=0) = -\varepsilon$, και έτσι αντισταθμίζει την ΗΕΔ ε της πηγής, διατηρώντας στιγμιαία το ρεύμα στο κύκλωμα μηδενικό. Καθώς όμως περνά ο χρόνος, ο όρος $e^{-\frac{R}{L}t}$ τείνει στο μηδέν και η $\varepsilon_L(t)$ βαθμιαία τείνει προς το μηδέν και τελικά σε χρόνο $t \geq 5\frac{L}{R}$ γίνεται πρακτικά μηδέν, όπου το κύκλωμα φθάνει στη σταθερή κατάσταση $\varepsilon_L(t > 5\frac{L}{R}) \cong 0$ και το ρεύμα φθάνει στη μέγιστη τιμή, $i \cong i_0$.

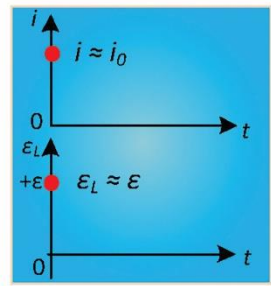
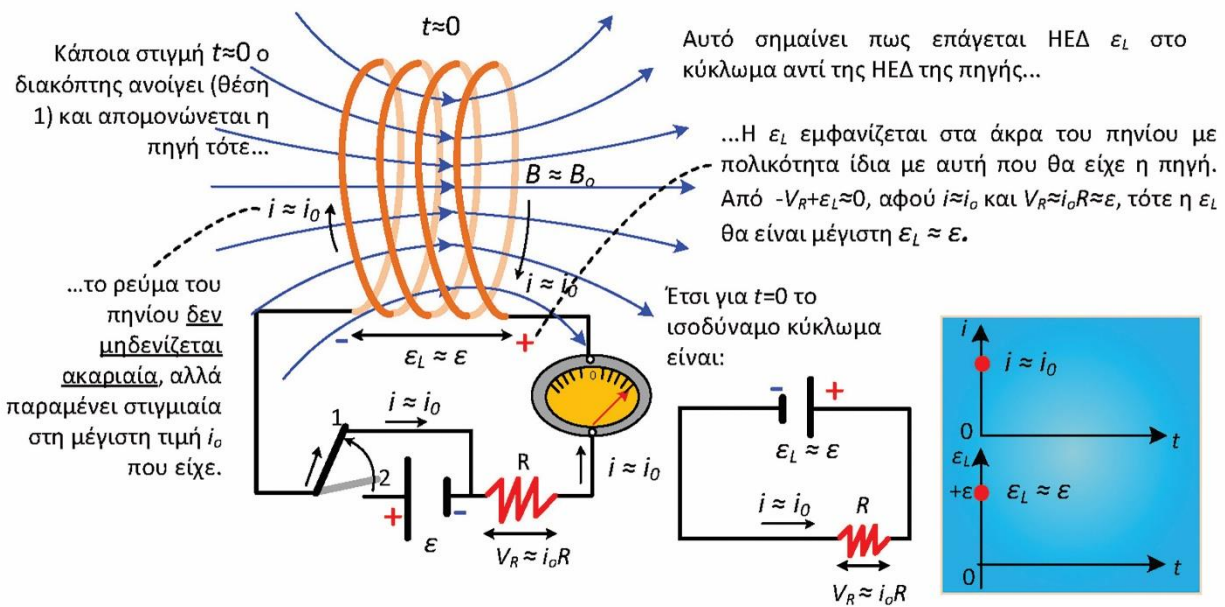
Ο προσδιορισμός της επαγωγικής σταθεράς χρόνου $\frac{L}{R}$ γίνεται με παρόμοιο τρόπο όπως η αντίστοιχη σταθερά RC που είδαμε στο RC κύκλωμα. Συγκεκριμένα, σε χρόνο $t = \frac{L}{R}$ σύμφωνα με τις Εξ. (7) και (8) το ρεύμα που διαρρέει το πηνίο θα είναι: $i(t) \cong 0.63 i_0$ και $\varepsilon_L \cong -0.37 \varepsilon$.

Ο συντελεστής αυτεπαγωγής L ευθύγραμμου σωληνοειδούς μεγάλου μήκους l και διατομής A υπολογίζεται ως εξής: από την $N\Phi_B = Li$ λύνουμε ως προς L και αντικαθιστούμε $\Phi_B=BA$, όπου το μαγνητικό πεδίο σωληνοειδούς είναι $B = \mu_0 iN/l$ και βρίσκουμε

$$L = \mu_0 N^2 \frac{A}{l} \quad (9)$$

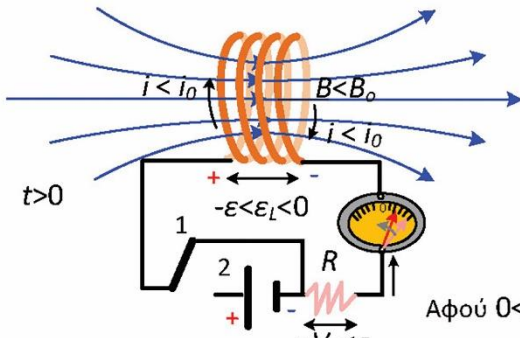
Ας δούμε τώρα πως συμπεριφέρεται το πηνίο όταν διακόπτεται η τροφοδοσία του με τάση.

Το πηνίο παύει να τροφοδοτείται με σταθερή τάση

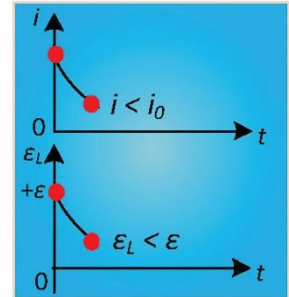
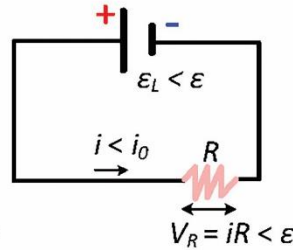


Το πηνίο διαρρέεται από μικρό ρεύμα

Καθώς το ρεύμα του πηνίου ελαττώνεται $i < i_0$ με το χρόνο $t > 0$ το μαγνητικό πεδίο του πηνίου θα ελαττώνεται...



Για $t > 0$ το ισοδύναμο κύκλωμα είναι:



Αφού $0 < i < i_0$...

...θα υπάρχει μικρότερη πτώση τάσης $0 < V_R = iR < ε$ στην αντίσταση και επομένως η $ε_L$ γίνεται τώρα μικρότερη της $ε$,...

...γιατί από έχουμε

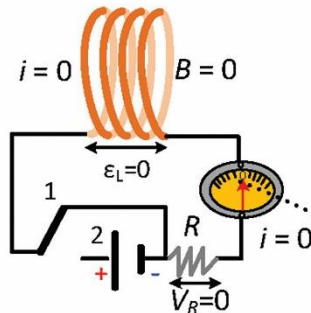
$$-iR - \epsilon_L = 0$$

$$\epsilon_L = iR < \epsilon$$

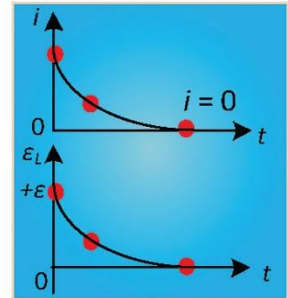
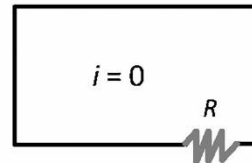
Το ρεύμα στο πηνίο μηδενίζεται

Καθώς μειώνεται ο ρυθμός di/dt , κάποτε θα τείνει προς το μηδέν $di/dt \approx 0$ τότε:

$$\epsilon_L = -L di/dt \approx 0$$



Έτσι τελικά το πηνίο θα συμπεριφέρεται ως βραχυκύκλωμα και το ισοδύναμο κύκλωμα είναι:



Αφού $\epsilon_L = 0$, το ρεύμα στο κύκλωμα πρακτικά θα μηδενίζεται...

...γιατί από έχουμε $-iR - \epsilon_L = 0$
 $iR = 0$ ή $i = 0$

Για να προσδιορίσουμε την ποσοτική έκφραση που περιγράφει την χρονική εξέλιξη της αντί-ΗΕΔ και του ρεύματος σε ένα RL κύκλωμα όταν στο κύκλωμα RL ο διακόπτης που τροφοδοτεί με τάση το κύκλωμα ανοίγει και αρχίζει να ελαττώνεται το ρεύμα, εφαρμόζουμε το νόμο των βρόχων στο κύκλωμα RL και θέτοντας $\epsilon = 0$ έχουμε

$$-V_R + \epsilon_L = 0 \tag{10}$$

και αντικαθιστώντας την πτώση τάσεως $V_R = iR$ και την ϵ_L από την Εξ. (4) καταλήγουμε στη διαφορική εξίσωση

$$-iR - L \frac{di}{dt} = 0 \tag{11}$$

Η περίπτωση είναι ανάλογη αυτής που είδαμε στην εκφόρτιση του πυκνωτή. Παρατηρούμε πως ενώ και οι δύο όροι της Εξ. (11) έχουν αρνητικό πρόσημο, στην πραγματικότητα ο δεύτερος όρος είναι θετικός, αφού υπάρχει μείωση του ρεύματος, με $di < 0$ και έτσι μπορεί να αντισταθμίσει τον πρώτο όρο, που είναι αρνητικός.

Η παραπάνω διαφορική Εξ. (11) είναι χωριζομένων μεταβλητών και γράφεται $-iR = L \frac{di}{dt}$. Διαιρώντας με R παίρνουμε $-i = \frac{L}{R} \frac{di}{dt}$ και διαχωρίζοντας τις μεταβλητές i και t στα δύο μέλη

$$-\frac{R}{L} dt = \frac{di}{i} \quad (12)$$

Ολοκληρώνοντας την Εξ. (12) από $t=0$ όπου το ρεύμα στο RL κύκλωμα είναι $i = i_o$ μέχρι μια τυχαία τιμή του χρόνου t όπου το ρεύμα παίρνει την τιμή $i(t)$ έχουμε

$$\int_0^t -\frac{R}{L} dt = \int_{i_o}^i \frac{di}{i} \quad (13)$$

από όπου $-\frac{R}{L} t = \ln \frac{i}{i_o}$ ή $\frac{i}{i_o} = e^{-\frac{R}{L} t}$, από όπου παίρνουμε την $i(t)$

$$i(t) = i_o e^{-\frac{R}{L} t} \quad (14)$$

Παρατηρούμε ότι για $t=0$ το ρεύμα είναι αυτό της σταθερής κατάστασης που είχε αρχικά με την πηγή στο κύκλωμα, $i(t=0) = i_o$, ενώ καθώς περνά ο χρόνος ο όρος $e^{-\frac{R}{L} t}$ τείνει στο μηδέν και το ρεύμα στο κύκλωμα βαθμιαία μειώνεται εκθετικά. Τελικά, σε χρόνο 5 φορές την επαγωγική σταθερά χρόνου $\frac{L}{R}$, δηλαδή $t = 5 \frac{L}{R}$, ο όρος $e^{-\frac{R}{L} t}$ γίνεται πρακτικά μηδέν, $e^{-5} = 0.007$, οπότε το ρεύμα φθάνει στην τιμή της σταθερής κατάστασης, $i(t \geq 5 \frac{L}{R}) \cong 0$.

Σύμφωνα με την Εξ. (14), η αντί-ΗΕΔ ε_L προκύπτει παραγωγίζοντας ως προς το χρόνο την Εξ. (14). Πράγματι, $\varepsilon_L = -L \frac{di(t)}{dt} = -L \frac{d}{dt} \left[i_o e^{-\frac{R}{L} t} \right] = L i_o \frac{R}{L} e^{-\frac{R}{L} t}$, από όπου θεωρώντας πως $i_o R = \varepsilon$ παίρνουμε την χρονική εξέλιξη $\varepsilon_L(t)$

$$\varepsilon_L(t) = \varepsilon e^{-\frac{R}{L} t} \quad (15)$$

Παρατηρούμε ότι για $t = 0$ η επαγόμενη ΗΕΔ είναι μέγιστη και θετική $\varepsilon_L(t=0) = \varepsilon$, όσο και της πηγής, αντικαθιστώντας την στιγμιαία στο κύκλωμα. Έτσι, το πηνίο αντιστέκεται στην ελάττωση του ρεύματος από το άνοιγμα του διακόπτη, σαν να συνεχίζει να υπάρχει ακόμα η ΗΕΔ ε της πηγής, διατηρώντας στιγμιαία το ρεύμα στην τιμή i_o που είχε με κλειστό το διακόπτη. Καθώς όμως περνά ο χρόνος, ο όρος $e^{-\frac{R}{L} t}$ τείνει στο μηδέν και η $\varepsilon_L(t)$ βαθμιαία τείνει προς το μηδέν. Τελικά, σε χρόνο $t \geq 5 \frac{L}{R}$ γίνεται πρακτικά μηδέν, όπου το κύκλωμα φθάνει στη σταθερή κατάσταση $\varepsilon_L(t > 5 \frac{L}{R}) \cong 0$, όπου το ρεύμα μηδενίζεται, $i \cong 0$.

A4. ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ RL ΚΥΚΛΩΜΑΤΟΣ

Εφαρμογή RL κυκλώματος σαν χαμηλοπερατό ή υψηλοπερατό φίλτρο

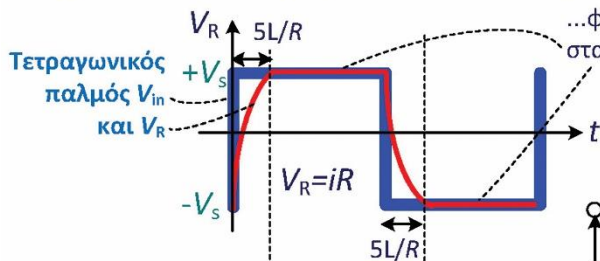
Η απόκριση του RL κυκλώματος σε τετραγωνικούς παλμούς διαφόρων συχνοτήτων

Η τάση εξόδου V_{in} του κυκλώματος RL είναι τετραγωνικός παλμός...
 ...του οποίου μπορούμε να αλλάζουμε τη περίοδο T (συχνότητά ν).
 Τη τάση του τετραγωνικού παλμού τη οδηγούμε με ομοαξονικό καλώδιο στο ένα κανάλι του παλμογράφου όπου τη μετράμε συναρτήσεϊ του χρόνου t .
 Η τάση V_L στα άκρα του πηνίου, ... είναι η αντι-ΗΕΔ ή αυτεπαγωγής του πηνίου.
 Τη τάση V_L την οδηγούμε με ομοαξονικό καλώδιο στο δεύτερο κανάλι του παλμογράφου όπου τη μετράμε συναρτήσεϊ του χρόνου t (αφού αποσυνδέσουμε την V_R).
 Μελετάμε τη τάση που παρατηρείται με τη βοήθεια ενός παλμογράφου...
 ...στα άκρα της αντίστασης V_R , ... η οποία εκφράζει το ρεύμα i που διαρρέει το κύκλωμα RL και το πηνίο, γιατί $V_R = iR$,...
 Τη τάση V_R την οδηγούμε με ομοαξονικό καλώδιο στο δεύτερο κανάλι του παλμογράφου όπου τη μετράμε συναρτήσεϊ του χρόνου t .
Τι παρατηρούμε στην οθόνη του παλμογράφου.

Πολύ μικρή περίοδος $T/2 \ll 5L/R$ Μικρές συχνότητες ν

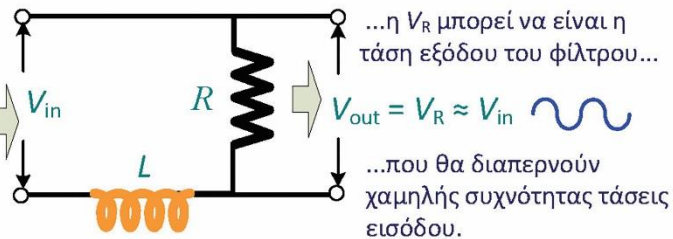
Σε χρόνο $5L/R \ll T/2$ το ρεύμα i , που είναι ανάλογο της V_R ,...

...και επομένως η V_R πρακτικά παρακολουθεί την V_{in} των τετραγωνικών παλμών.
Άρα $V_R \approx V_{in}$



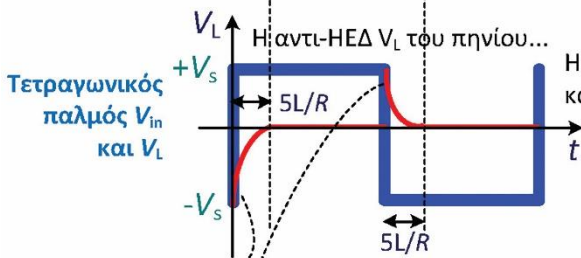
...φθάνει γρήγορα την σταθερή τιμή του...

Επομένως το κύκλωμα RL μπορεί να λειτουργεί σαν **χαμηλοπερατό φίλτρο**.



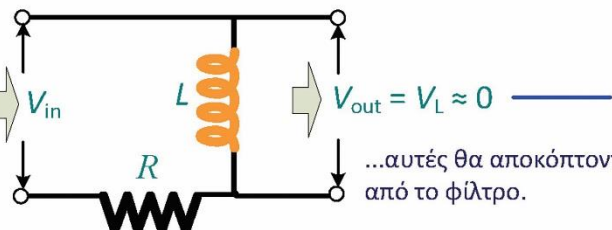
Αν εισάγουμε εναλλασσόμενες τάσεις V_{in} μικρής συχνότητας,...

...η V_R μπορεί να είναι η τάση εξόδου του φίλτρου...
 ...που θα διαπερνούν χαμηλής συχνότητας τάσεις εισόδου.



Η V_L επάγεται γρήγορα, μόνο μέσα σε χρόνο $5L/R \ll T/2$ και μετά το περισσότερο χρόνο είναι μηδέν.
Άρα $V_L \approx 0$.

Άρα αν σαν έξοδος χρησιμοποιηθεί η V_L , τότε το κύκλωμα RL λειτουργεί σαν **φίλτρο κόφτης χαμηλών συχνοτήτων**.

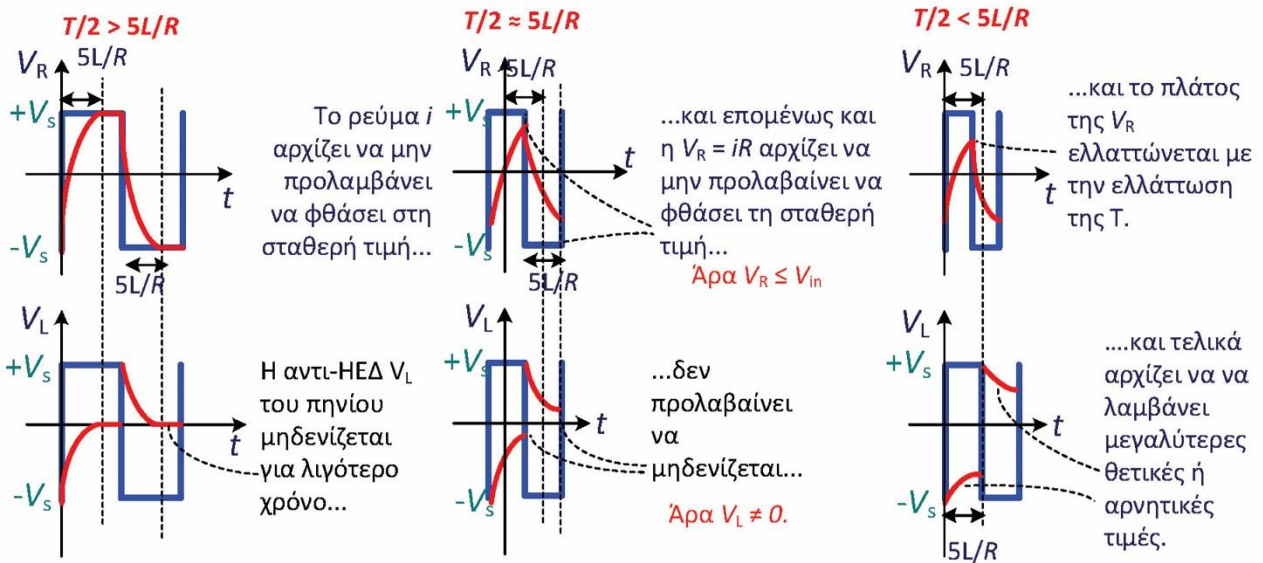


...είναι πάντα αντίθετη της εφαρμοζόμενης τάσης των τετραγωνικών παλμών.

Αν εισάγουμε εναλλασσόμενες τάσεις V_{in} μικρής συχνότητας,...

...αυτές θα αποκρίπτονται από το φίλτρο.

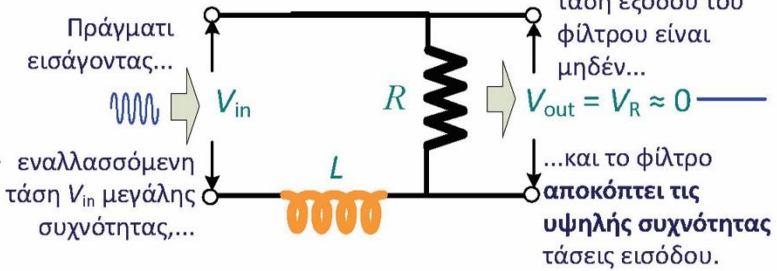
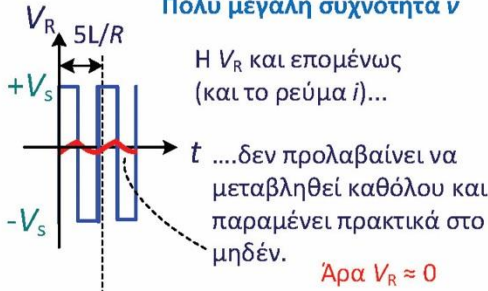
Ελλαττώνοντας τη περίοδο των τετραγωνικών παλμών ή αυξάνοντας τη συχνότητά των



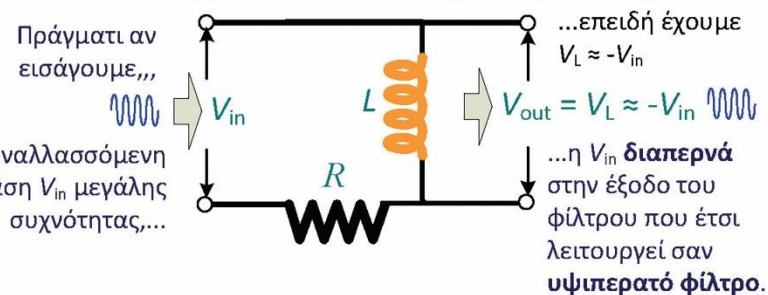
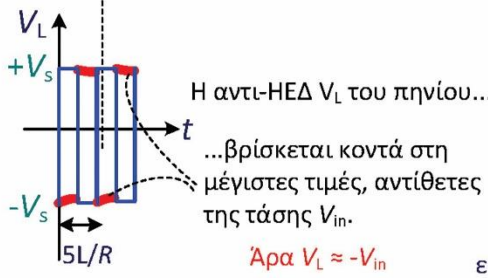
Είδαμε πως αν έξοδος είναι η V_R , το κύκλωμα RL μπορεί να λειτουργεί σαν **χαμηλοπερατό φίλτρο**. Αντίθετα, θα αποκόπτει τις υψηλές συχνότητες.

Πολύ μικρή περίοδος $T/2 \ll 5L/R$

Πολύ μεγάλη συχνότητα ν



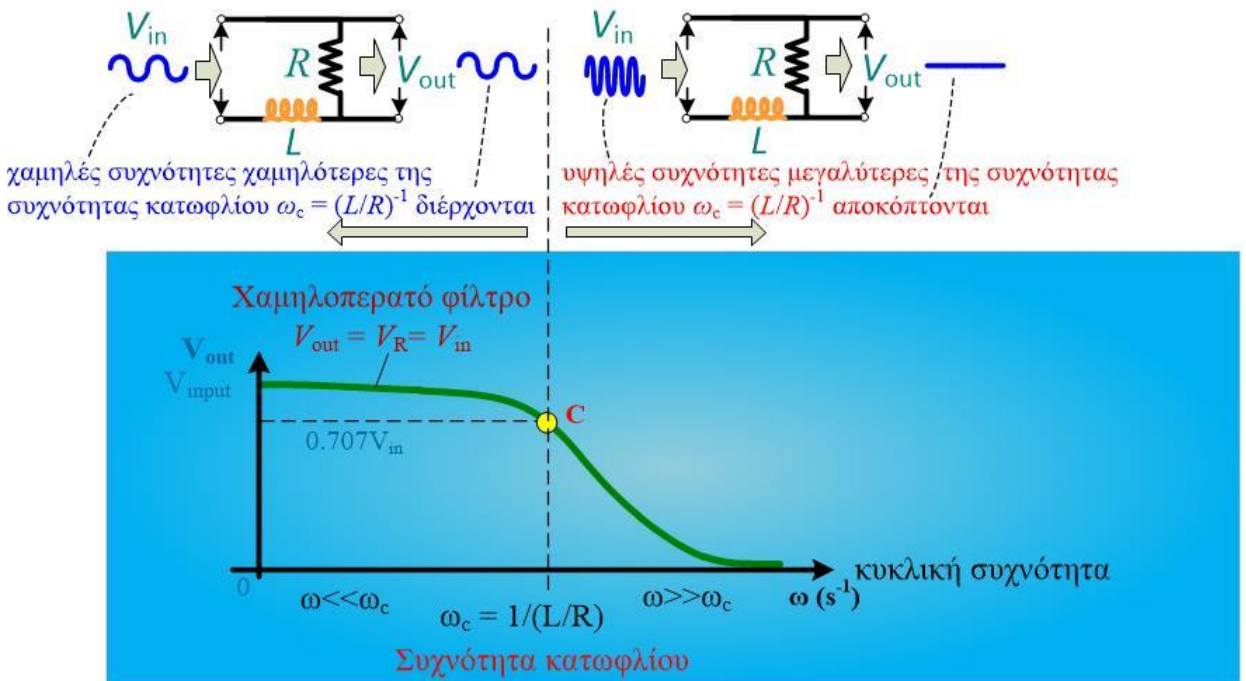
Αν σαν έξοδος χρησιμοποιηθεί η V_L , τότε το κύκλωμα RL είδαμε πως λειτουργεί σαν **φίλτρο κόφτης χαμηλών συχνοτήτων**. Αντίθετα, θα αφήνει να διαπερνούν σήματα υψηλών συχνοτήτων.



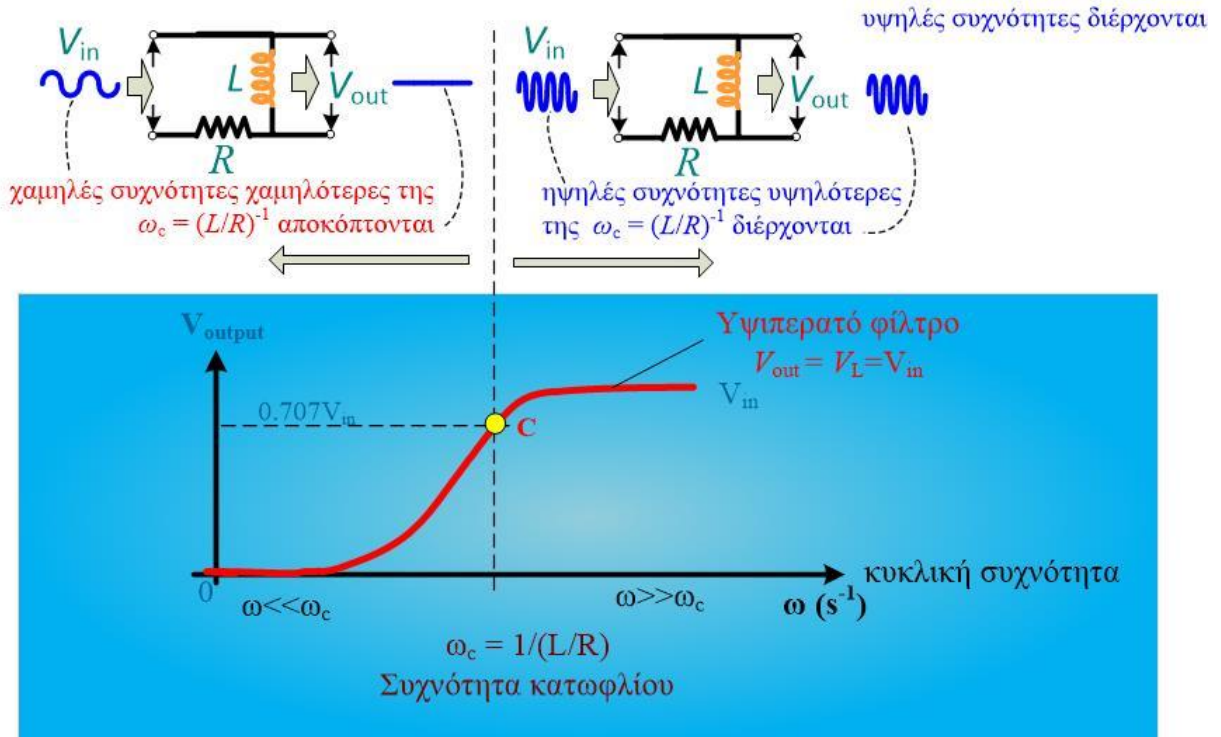
ΣΥΝΟΨΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΧΑΜΗΛΟΠΕΡΑΤΟΥ ΚΑΙ ΥΨΙΠΕΡΑΤΟΥ ΦΙΛΤΡΟΥ

Συνοψίζοντας, είδαμε πως το κύκλωμα RL μπορεί να λειτουργεί ως χαμηλοπερατό και ως υψιπερατό φίλτρο ανάλογα με την τάση που επιλέγεται να είναι η έξοδος του φίλτρου.

Το φίλτρο γίνεται **χαμηλοπερατό** όταν η έξοδος του φίλτρου είναι η τάση V_R στα άκρα της αντίστασης



Το φίλτρο γίνεται **υψιπερατό** όταν η έξοδος του φίλτρου είναι η τάση V_L στα άκρα του πηνίου



ΣΥΝΟΠΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΑΣΚΗΣΗΣ 15

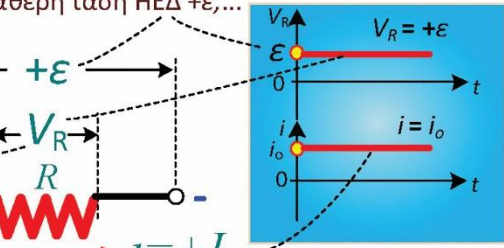
Α1. ΚΥΚΛΩΜΑ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟΥ ΡΕΥΜΑΤΟΣ ΜΕ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ

Το πιο απλό στοιχείο είναι η αντίσταση R , όπου...



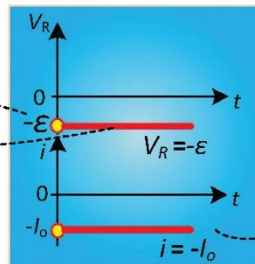
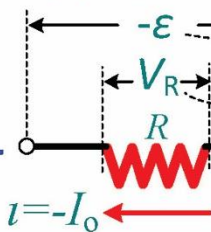
...αν εφαρμόσουμε σταθερή τάση ΗΕΔ $+\epsilon$,...
 ...αμέσως θα δημιουργηθεί στα άκρα της σταθερή πτώση τάσης $V_R = \epsilon$...

...τότε αμέσως θα διέλθει σταθερό ρεύμα $+i_0$...



...Αντιστρέφοντας την ΗΕΔ σε $-\epsilon$...

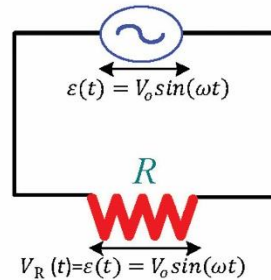
...αμέσως θα δημιουργηθεί στα άκρα της αντίθετη σταθερή πτώση τάσης $V_R = -\epsilon$...



...τότε αμέσως θα διέλθει αντίθετο σταθερό ρεύμα $-i_0$.

Επομένως αφού εφαρμόζοντας ΗΕΔ στην αντίσταση αμέσως δημιουργείται πτώση τάσης στα άκρα της και αμέσως θα διέλθει ρεύμα χωρίς καθυστέρηση,....

...τότε αν εφαρμόσουμε εναλλασσόμενη ΗΕΔ (τάση)...



...θα δημιουργηθεί ίδιας μορφής εναλλασσόμενη πτώση τάσης και ρεύμα....

...χωρίς καμία διαφορά φάσης.

Πράγματι, στο παραπάνω κύκλωμα της αντίστασης με πηγή ΕΡ εφαρμόζοντας τον κανόνα των βρόχων του Kirchhoff, το άθροισμα των τάσεων στον κλειστό βρόχο θα πρέπει να είναι μηδέν

$$v - iR = 0 \quad (1)$$

η οποία γράφεται $V_0 \sin(\omega t) - iR = 0$, την οποία λύνοντας ως προς το ρεύμα i παίρνουμε

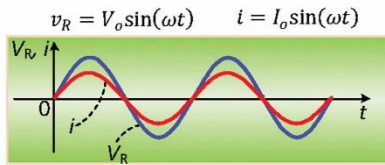
$$i = \frac{V_0 \sin(\omega t)}{R} = \frac{V_0}{R} \sin(\omega t) = I_0 \sin(\omega t) \quad (2)$$

όπου το πλάτος I_0 είναι $I_0 = \frac{V_0}{R}$. Εφόσον είναι $v_R = iR$, τότε η τάση στα άκρα της R θα είναι

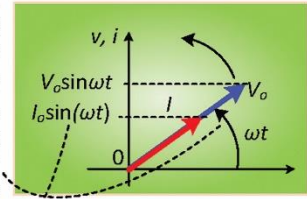
$$v_R = I_0 R \sin(\omega t) = V_R \sin(\omega t) \quad (3)$$

όπου το πλάτος V_R της v_R είναι $V_R=I_oR$. Παρατηρώντας τις Εξ. (2) και (3) διαπιστώνουμε πως το ρεύμα και η τάση στα άκρα της αντίστασης δεν έχουν διαφορά φάσης ευρισκόμενα σε φάση.

Το ρεύμα που διαρρέει την αντίσταση είναι σε φάση με τη πτώση τάσης στα άκρα της
Με μηδενική διαφορά φάσης $\varphi=0$



Εναλλακτική παράσταση είναι το **διάγραμμα φάσεων** όπου οι διευθύνσεις των διανυσμάτων των πλατών της τάσης V_o και ρεύματος I_o ταυτίζονται ($\varphi=0$) και περιστρέφονται με γωνιακή ταχύτητα ω αυτή του ΕΡ



Η προβολή των στο κατακόρυφο άξονα παριστάνει τις στιγμιαίες τιμές της τάσης και του ρεύματος.

Αφού το ρεύμα και η τάση μεταβάλλονται στα κυκλώματα ΕΡ χρειάζεται κάποιες ενδυκτικές τιμές για να περιγράψουν τα μεγέθη αυτά....

Από την άλλη η ισχύς P που καταναλώνεται σαν θερμότητα που αναπτύσσεται στην αντίσταση δεν εξαρτάται από τη φορά του ρεύματος,...

...αλλά από το i^2 , γιατί η στιγμιαία ισχύς που αποδίδεται σαν θερμότητα είναι: $P(t) = [i(t)]^2 R$

...Η μέση τιμή του ΕΡ δεν ενδείκνυται γιατί είναι μηδέν αφού τη μισή περίοδο T το ρεύμα είναι θετικό και την άλλη μισή αρνητικό.

Η μέση τιμή της P είναι:

$$[P]_{\text{μέσο}} = [i^2]_{\text{μέσο}} R = [i^2]_{\text{μέσο}} R = \frac{1}{2} I_o^2 R$$

Δηλαδή: $[i^2]_{\text{μέσο}} = \frac{1}{2} I_o^2$

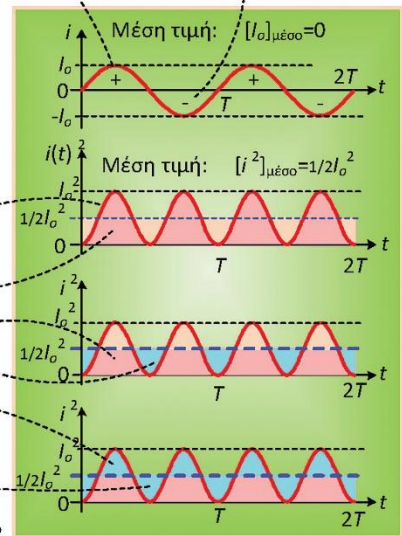
Αυτό συμβαίνει γιατί $[i^2]_{\text{μέσο}} = \frac{1}{2T} \int_0^{2T} (I_o \sin(\omega t))^2 dt$

Το ολοκλήρωμα αυτό αντιστοιχεί στο εμβαδόν που περικλείεται κάτω από τη $[i(t)]^2$ δηλαδή η κόκκινη γραμμοσκιασμένη περιοχή.

Το παραπάνω εμβαδόν ισούται με το εμβαδόν των έγχρωμων περιοχών κάτω από την οριζόντια γραμμή στο $1/2 I_o^2$

Αυτό συμβαίνει γιατί τα γαλάζια εμβαδά πάνω από τη ευθεία στο $1/2 I_o^2$ ισούνται με τα αντίστοιχα συμμετρικά γαλάζια εμβαδά κάτω από αυτή τη γραμμή.

Άρα $[i^2]_{\text{μέσο}} = 1/2 I_o^2$



A2. ΕΝΕΡΓΟΣ ΤΙΜΗ ΡΕΥΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΤΑΣΗΣ

Επομένως η μέση τιμή της ισχύος του ΕΡ που καταναλώνεται σε μια αντίσταση R σαν θερμότητα ισοδυναμεί με την ισχύ που καταναλώνεται στην αντίσταση R όταν αυτή διαρρέεται από ισοδύναμο συνεχές ρεύμα $\frac{I_o}{\sqrt{2}}$, γιατί

$$[P]_{\text{μέσο}} = \left[\frac{I_o}{\sqrt{2}} \right]^2 R = \frac{1}{2} I_o^2 R \quad (4)$$

Το ισοδύναμο συνεχές ρεύμα ονομάζεται ενεργός τιμή I_{rms} του ΕΡ, που είναι η τετραγωνική ρίζα της μέσης τιμής του τετραγώνου του ρεύματος $I_{rms} = \sqrt{[i^2]_{\text{μέση}}}$ και γράφεται

Ενεργός τιμή ρεύματος $I_{rms} = \frac{I_o}{\sqrt{2}} = 0.707 I_o \quad (5)$

Επομένως το γινόμενο $(I_{rms})^2 R$ δίνει τη μέση ισχύ του ΕΡ

$$[P]_{μέσο} = (I_{rms})^2 R \quad (6)$$

Αντίστοιχη έννοια ενεργούς τιμής ορίζεται σε κυκλώματα ΕΡ και για την τάση με πλάτος V_o

Ενεργός τιμή τάσης $V_{rms} = \frac{V_o}{\sqrt{2}} = 0.707 V_o \quad (7)$

Επομένως, το ηλεκτρικό δίκτυο που παρέχει εναλλασσόμενη τάση 220 V, εννοούμε την ενεργό τιμή της τάσης, δηλαδή $V_{rms} = 220 V$ και επομένως το πλάτος της τάσης είναι $V_o = \sqrt{2} V_{rms} = 311 V$. Επιπλέον, **τα αμπερόμετρα και τα βολτόμετρα ΕΡ μετρούν τις ενεργές τιμές I_{rms} και V_{rms} .**

Α2. ΚΥΚΛΩΜΑ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟΥ ΡΕΥΜΑΤΟΣ ΜΕ ΠΥΚΝΩΤΗ

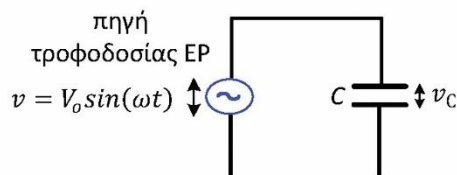
Άλλο ηλεκτρικό στοιχείο είναι ο πυκνωτής C, όπου...

...αν εφαρμόσουμε σταθερή τάση ΗΕΔ $+ε$,...
 ...δεν θα δημιουργείται αμέσως στα άκρα του τάση, αλλά στιγμιαία θα είναι $V_c = 0$ αφού είναι αρχικά αφόρτιστος...
 ...Έτσι πρώτα θα διέλθει μεγάλο ρεύμα φόρτισης I_ϕ ...
 ...και καθώς βαθμιαία θα φορτίζεται ο πυκνωτής το ρεύμα θα ελαττώνεται με το χρόνο...
 Η V_c θα αυξάνεται βαθμιαία μέχρι την τιμή ϵ όπου φορτίζεται ο πυκνωτής.
 ...και θα μηδενιστεί όταν φορτιστεί.

Αν διακόψουμε την ΗΕΔ $\epsilon=0$,...
 ...δεν θα μηδενιστεί αμέσως η V_c , γιατί δεν εκφορτίζεται ο πυκνωτής ακαριαία, αλλά στιγμιαία παραμένει για λίγο $V_c = \epsilon$...
 ...Πρώτα θα διέλθει μεγάλο ρεύμα εκφόρτισης $-I_\phi$...
 ...και καθώς βαθμιαία θα εκφορτίζεται ο πυκνωτής το ρεύμα θα τείνει προς το μηδέν...
 Η V_c βαθμιαία ελαττώνεται καθώς θα εκφορτίζεται ο πυκνωτής μέχρι να μηδενιστεί.
 ...και θα μηδενιστεί όταν εκφορτιστεί.

Επομένως πρώτα δημιουργείται το ρεύμα φόρτισης ή εκφόρτισης και μετά μεταβάλλεται η τάση V_c του πυκνωτή...

Αν εφαρμόσουμε εναλλασσόμενη ΗΕΔ (τάση)...



...και το ρεύμα θα προηγείται πάντα του ρεύματος κατά $\phi = \pi/4$.

...θα δημιουργηθεί εναλλασσόμενο ρεύμα που θα προγείται κατά $\phi = \pi/2$ της εναλλασσόμενης τάσης v_c .

Εφαρμόζοντας στο παραπάνω κύκλωμα τον κανόνα των βρόχων του Kirchhoff, το άθροισμα των τάσεων στον κλειστό βρόχο θα πρέπει να είναι μηδέν. Επομένως

$$v - \frac{q}{C} = 0 \quad (8)$$

η οποία γράφεται $V_o \sin(\omega t) - \frac{q}{C} = 0$, την οποία λύνοντάς την ως προς το φορτίο q παίρνουμε

$$q = C V_o \sin(\omega t) = q_o \sin(\omega t) \quad (9)$$

όπου το πλάτος q_o του φορτίου είναι $q_o = C V_o$. Παραγωγίζοντας την Εξ. (9) ως προς τον χρόνο παίρνουμε το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα

$$i = \frac{dq}{dt} = \omega C V_o \cos(\omega t) = I_o \cos(\omega t) = I_o \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (10)$$

όπου το πλάτος I_o του ρεύματος γράφεται

$$I_o = \frac{V_o}{1/\omega C} = \frac{V_o}{X_C} \quad (11)$$

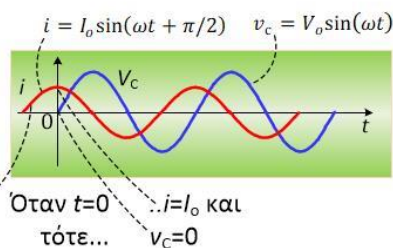
η οποία μοιάζει με το νόμο του Ohm, με τη ποσότητα στον παρονομαστή να ονομάζεται

$$\text{Χωρητική άεργη αντίσταση} \quad X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{V_o}{I_o} \quad (12)$$

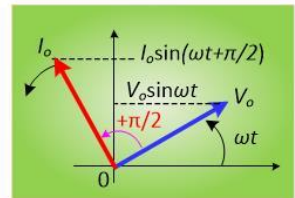
η οποία συμπεριφέρεται σαν αντίσταση και προσδιορίζεται μετρώντας με πολύμετρο ή παλμογράφο τα πλάτος της τάσης V_o στα άκρα του πυκνωτή και το πλάτος του ρεύματος I_o που διαρρέει το κύκλωμα. **Η X_C ελαττώνεται καθώς αυξάνεται η συχνότητα ω του ΕΡ και έτσι σύμφωνα με την Εξ. (11) αυξάνεται το πλάτος I_o του ΕΡ.** Αντίθετα, αν η ω τείνει στο μηδέν και η πηγή παρέχει πρακτικά συνεχή τάση, τότε η χωρητική αντίσταση γίνεται πολύ μεγάλη και έτσι **το πλάτος του ρεύματος μηδενίζεται** και ο πυκνωτής συμπεριφέρεται σαν **ανοιχτός διακόπτης**, όπως αναμένεται σε κύκλωμα συνεχούς ρεύματος.

Παρατηρούμε πως το ρεύμα της Εξ. (10) ως προς την εφαρμοζόμενη τάση $v = V_o \sin(\omega t)$ στα άκρα του πυκνωτή εμφανίζει θετική διαφορά φάσης κατά $+\pi/2$ και προηγείται σε σχέση με την τάση κατά ένα τέταρτο του κύκλου ή ένα τέταρτο της περιόδου.

Επειδή το ρεύμα θα προηγείται πάντα του ρεύματος κατά $\phi = \pi/4$...
...θα είναι μετατοπισμένο στα αριστερά της τάσης σε μικρότερους (νωρίτερους) χρόνους κατά ένα τέταρτο ($-T/4$) της περιόδου.



Στο διάγραμμα φάσεως το διάνυσμα του πλάτους του ρεύματος I_o προηγείται κατά $\pi/2$ του διανύσματος του πλάτους της τάσης V_o



Η προβολή των στο κατακόρυφο άξονα παριστάνει τις στιγμιαίες τιμές της τάσης και του ρεύματος.

Διόρθωση στο βιβλίο

Το παραπάνω σχήμα θα πρέπει να αντικαταστήσει το αντίστοιχο σχήμα του βιβλίου στη σελίδα 296 που εκ παραδρομής μπήκε λάθος σχήμα αυτό του RL κυκλώματος; (σελίδα 298).

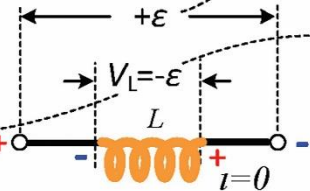
Α3. ΚΥΚΛΩΜΑ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟΥ ΡΕΥΜΑΤΟΣ ΜΕ ΠΗΝΙΟ

Το επόμενο στοιχείο που θα εξετάσουμε είναι το πηνίο...

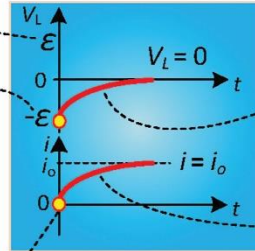


...Αν εφαρμόσουμε σταθερή τάση ΗΕΔ $+ε$,...

...αμέσως θα δημιουργηθεί στιγμιαία αντί-ΗΕΔ στα άκρα του πηνίου $V_L = -ε$...



...η οποία αντιστέκεται στη δημιουργία ρεύματος από την ΗΕΔ και έτσι στην αρχή δεν θα διέλθει ρεύμα από το πηνίο $i=0$.

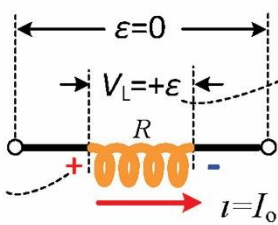


Όμως με την πάροδο του χρόνου η αντι-ΗΕΔ βαθμιαία ελαττώνεται τείνοντας προς το μηδέν...

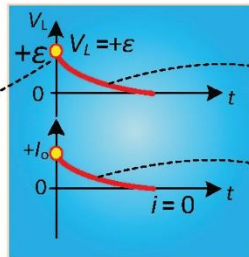
...και το πηνίο βαθμιαία διαρρέεται από ρεύμα μέχρι να φθάσει στη σταθερή τιμή του I_0 .

Αν διακόψουμε την ΗΕΔ, $ε=0$...

...αμέσως θα δημιουργηθεί στιγμιαία στα άκρα του πηνίου αντι-ΗΕΔ που θα αντιτιθέται στην διακοπή της εξωτερικής ΗΕΔ ...



...που αντιστέκεται στον μηδενισμό του ρεύματος και έτσι στην αρχή θα στιγμιαία το ρεύμα θα είναι σταθερό $i=I_0$...



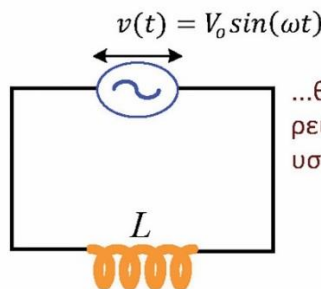
Όμως με την πάροδο του χρόνου η αντι-ΗΕΔ βαθμιαία ελαττώνεται τείνοντας προς το μηδέν...

...καθώς το πηνίο βαθμιαία διαρρέεται από μικρότερο ρεύμα μέχρι να μηδενιστεί.

Επομένως πρώτα δημιουργείται αντί-ΗΕΔ που αντιτίθεται στην αλλαγή της εφαρμοζόμενης ΗΕΔ και μετά μεταβάλλεται το ρεύμα του πηνίου...

...και έτσι η αντι-ΗΕΔ V_L θα προηγείται του ρεύματος i κατά $\varphi = \pi/4$.

Δηλαδή αν εφαρμόσουμε στα άκρα του πηνίου εναλλασσόμενη ΗΕΔ (τάση)...



...θα δημιουργηθεί εναλλασσόμενο ρεύμα στο πηνίο (αντι-ΗΕΔ) που θα υστερεί της τάσης.

Πράγματι, εφαρμόζοντας στο παραπάνω κύκλωμα τον κανόνα των βρόχων του Kirchhoff, το άθροισμα των τάσεων στον κλειστό βρόχο θα πρέπει να είναι μηδέν

$$v - v_L = v - L \frac{di}{dt} = 0 \quad (13)$$

η οποία γράφεται $V_o \sin(\omega t) - L \frac{di}{dt} = 0$. Αυτή είναι διαφορική εξίσωση χωρίζομένων μεταβλητών και γράφεται $di = \frac{1}{L} V_o \sin(\omega t) dt$. Ολοκληρώνοντάς τη για χρόνο 0-t βρίσκουμε το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα

$$i = \frac{1}{L} V_o \int_0^t \sin(\omega t) dt = -\frac{V_o}{\omega L} \cos(\omega t) \quad (14)$$

Χρησιμοποιώντας την ιδιότητα $\cos(\omega t) = -\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$ η Εξ. (14) γίνεται

$$i = \frac{V_o}{\omega L} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \quad (15)$$

όπου το πλάτος I_o του ρεύματος γράφεται $I_o = \frac{V_o}{\omega L}$ ή $I_{rms} = \frac{V_{rms}}{\omega L}$ η οποία μοιάζει με το νόμο του Ohm, ενώ η ποσότητα στον παρονομαστή ονομάζεται

Επαγωγική άεργη αντίσταση $X_L = \omega L \quad (16)$

και συμπεριφέρεται σαν αντίσταση. Η X_L προσδιορίζεται μετρώντας με πολύμετρο ή παλμογράφο τα πλάτος της τάσης V_o στα άκρα του πηνίου και το πλάτος του ρεύματος I_o που διαρρέει το πηνίο. **Η X_L αυξάνεται καθώς αυξάνεται η συχνότητα ω του ΕΡ και έτσι σύμφωνα με την Εξ. (16) ελαττώνεται το πλάτος I_o του ΕΡ.** Αυτό είναι αναμενόμενο, γιατί αυξάνοντας τη συχνότητα ω **μεταβάλλεται περισσότερο απότομα το ρεύμα** και έτσι σύμφωνα με το νόμο του Faraday, η επαγόμενη αντι-ΗΕΔ γίνεται μεγάλη και έτσι μειώνεται το ρεύμα. Αυτό αποδίδεται στην αύξηση της επαγωγικής αντίστασης X_L .

Παρατηρούμε πως το ρεύμα από την Εξ. (15) που διαρρέει το πηνίο ως προς την εφαρμοζόμενη τάση $v = V_o \sin(\omega t)$ έχει αρνητική διαφορά φάσης κατά $-\pi/2$ και υστερεί σε σχέση με την τάση κατά ένα τέταρτο του κύκλου ή ένα τέταρτο της περιόδου.

