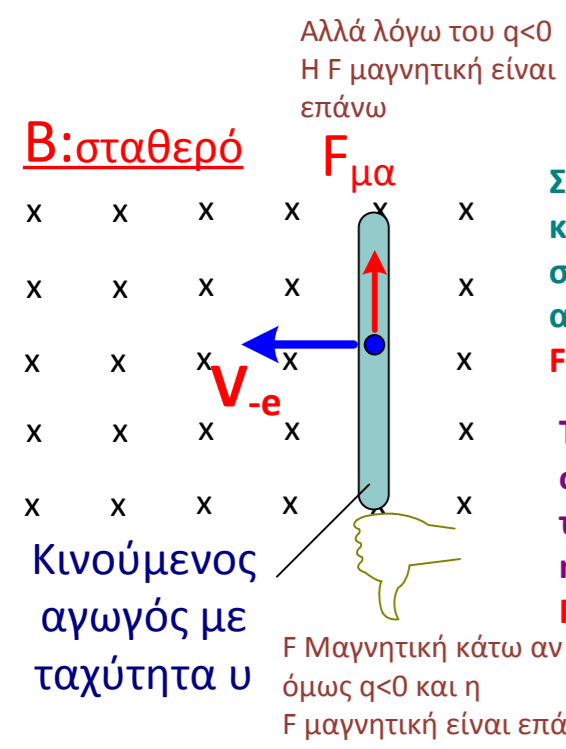


# Ηλεκτρομαγνητική Επαγωγή

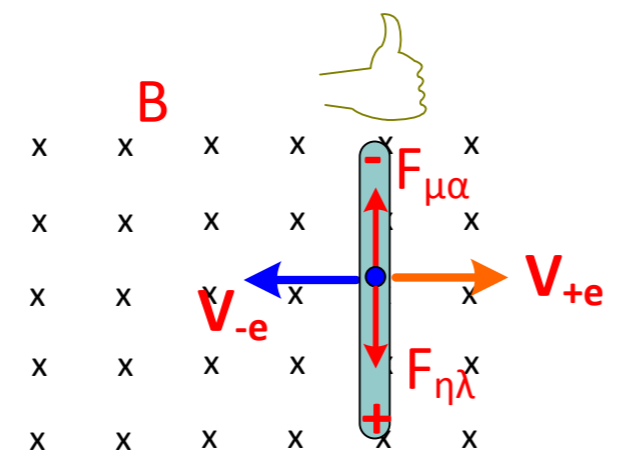
Μεταβολή μαγνητικού πεδίου έτσι ώστε οι γραμμές του B να κινούνται ή να μεταβάλλονται κατά οποιοδήποτε τρόπο δημιουργούν ηλεκτρικό πεδίο :  
**Επαγόμενο ηλεκτρικό πεδίο επαγόμενη ΗΕΔ.**

Το επαγόμενο ηλεκ. πεδίο ασκεί ηλεκτρικές δυνάμεις σε φορτία και είναι **μη διατηρητικό πεδίο** αντίθετα από τα ηλεκτροστατικά πεδία που είναι διατηρητικά.

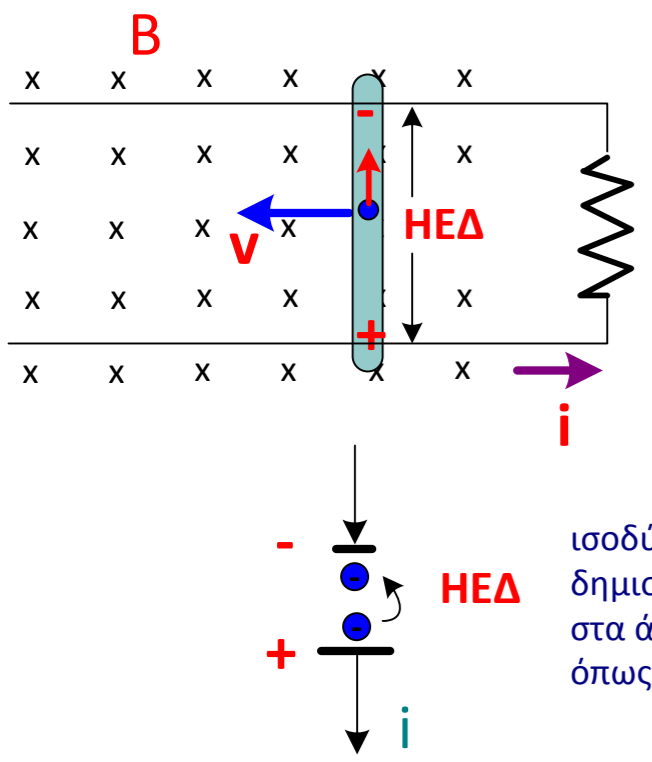
Λόγω του αρνητικού φορτίου του ηλεκτρονίου



**Κινητική ΗΕΔ**  
 Στα ελεύθερα ηλεκτρόνια κινούμενου αγωγού μέσα σε μαγνητικό πεδίο B ασκείται μαγνητική δύναμη  $F_{μα} = evB$   
 Τα ελεύθερα ηλεκτρόνια συσσωρεύονται στα άκρα του αγωγού δημιουργώντας ηλεκ. πεδίο και ισοροπία  $F_{μα} = evB = eE = F_{ηλ}$



Ισοδύναμη ταχύτητα αν είχε θετικό φορτίο το ηλεκτρόνιο



Ο κινούμενος αγωγός δρά σαν μια **αντλία** ηλεκτρονίων τα οποία μπορούν να ρέουν σε κλειστό ηλεκ. κύκλωμα.

Παράγεται **κινητική ΗΕΔ  $\mathcal{E}$**  :

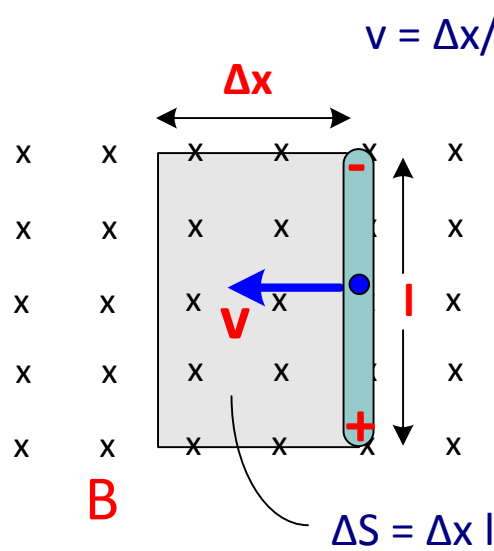
$$\mathcal{E} / l = E \quad \mathcal{E} = l v B$$

$$F_{ηλ} = F_{μα}$$

$$e E = e v B \quad E = v B$$

$$\mathcal{E} = E l \quad \mathcal{E} = l v B = B v l$$

ισοδύναμα δημιουργείται ΗΕΔ στα άκρα της ράβδου όπως σε μπαταρία



$$v = \Delta x / \Delta t$$

$$v l = (l \Delta x) / \Delta t = \Delta S / \Delta t$$

Το γινόμενο  $vl$  είναι το εμβαδόν  $\Delta S$  που σαρώνει ο κινούμενος αγωγός στη μονάδα χρόνου μέσα στο μαγν. πεδίο  $B$ .

$$\mathcal{E} = l v B = (\Delta S / \Delta t) B$$

$$\mathcal{E} = (B \Delta S) / \Delta t$$

$$\Phi_B = \int B dS$$

$\Delta \Phi = B \Delta S$  : Μαγνητική ροή μέσα από την  $\Delta S$

$$\mathcal{E} = (\Delta \Phi) / \Delta t$$

$$1 \text{ Weber} = 1 \text{ Wb} = 1 \text{ T m}^2$$

Μονάδα μαγνητικής ροής

Η επαγόμενη ΗΕΔ  $\mathcal{E}$  ισούται με το ρυθμό σάρωσης της μαγνητικής ροής  $(\Delta \Phi_B) / \Delta t$  από τον αγωγό

Ισχύει και για οποιοδήποτε σχήμα αγωγού και τυχαία μαγνητικά πεδία  $B$

Αφού το μέτρο του  $B$  παριστά τον αριθμό των δυν. γραμμών ( $n$ ) που διέρχονται ανά μονάδα επιφάνειας ( $S$ )

$$B = n / S$$

Η Μαγνητική ροή :  $\Phi_B = B S$  μέσα από την  $S$  φανερώνει τον αριθμό  $n$  των δυν. γραμμών που διαπερνούν τη  $S$

$$\Phi_B = (n/S) S = n$$

Άρα

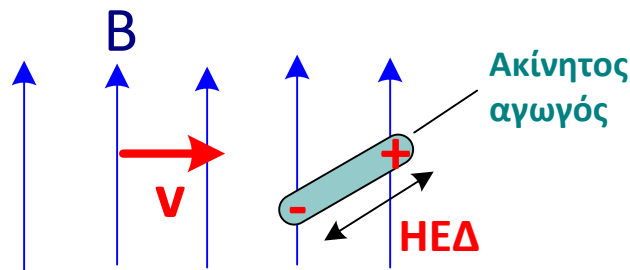
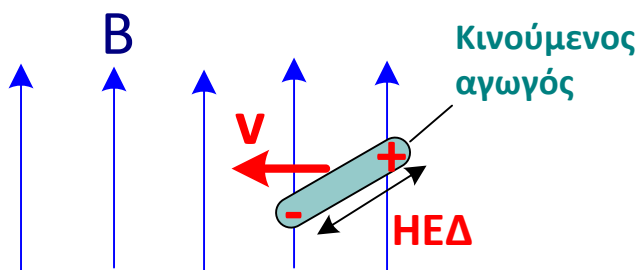
Ο ρυθμός σάρωσης της μαγνητικής ροής  $(\Delta \Phi_B) / \Delta t$  ισούται με τον ρυθμό τομής  $(\Delta n) / \Delta t$  των γραμμών μαγν. πεδίου από την επιφάνεια που σαρώνει ο αγωγός.

$$\mathcal{E} = (\Delta \Phi_B) / \Delta t = (\Delta n) / \Delta t$$

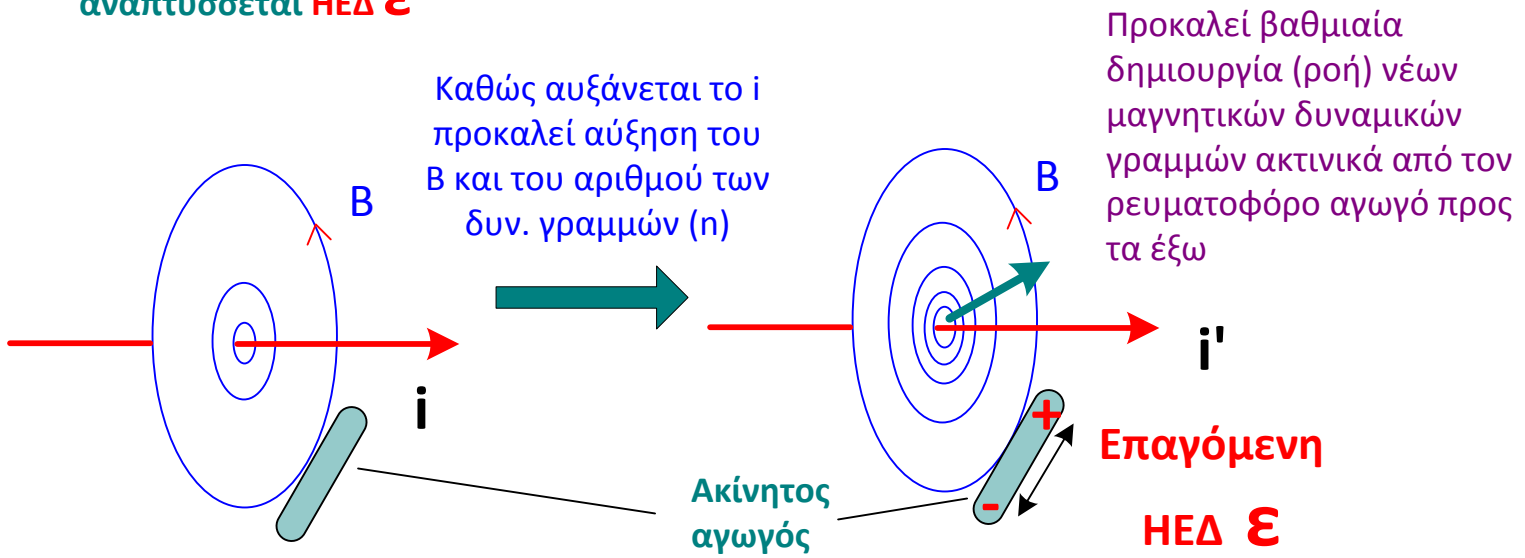
Σε αγωγό αναπτύσσεται ΗΕΔ  $\mathcal{E}$  όταν ο αγωγός τέμνει μαγν. γραμμές

Αυτό συμβαίνει ή με κίνηση του αγωγού μέσα σε ακίνητο μαγν. πεδίο

ή με κίνηση μαγνητικού δυν. γραμμών σε ακίνητο αγωγό



Αγωγός τέμνει μαγν. γραμμές ( $\Delta n/\Delta t$ ) όταν μεταβάλλεται το  $B$  ( $\Delta B/\Delta t$ ) και άρα αναπτύσσεται **HEΔ  $\mathcal{E}$**



$$\mathcal{E} = (\Delta\Phi_B) / \Delta t = (\Delta n) / \Delta t$$

Ακίνητος αγωγός τέμνεται από κινούμενες μαγν. δυν. γραμμές και έτσι επάγεται HEΔ όσο τα  $i$  και  $B$  μεταβάλλονται.

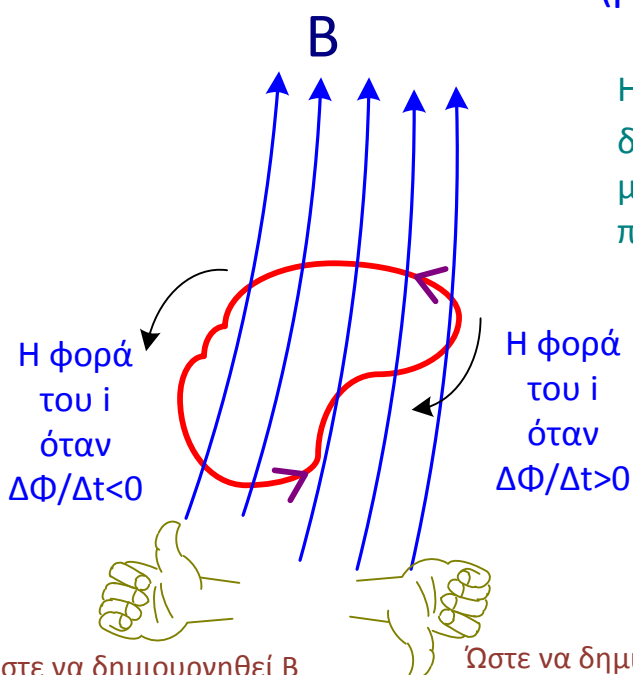
Ο αγωγός που τέμνεται από μαγν. δυν. γραμμές όπου επάγεται HEΔ θεωρείται και μαθηματικός δρόμος.

## Νόμος Faraday

Η επαγόμενη **HEΔ  $\mathcal{E}$**  κατά μήκος κινούμενου ή σταθερού δρόμου σε σταθερό ή μεταβαλλόμενο μαγν. πεδίο αντίστοιχα ισούται με το ρυθμό όπου η  $\Phi$  σαρώνεται από το δρόμο.

$$\mathcal{E} = (\text{ρυθμός σάρωσης της } \Phi_B)$$

Η επαγόμενη **HEΔ  $\mathcal{E}$**  γύρω από κλειστό μαθηματικό δρόμο μέσα σε μαγν. πεδίο ισούται με το ρυθμό μεταβολής της  $\Phi$  που τέμνεται από την επιφάνεια που περικλείει ο δρόμος.

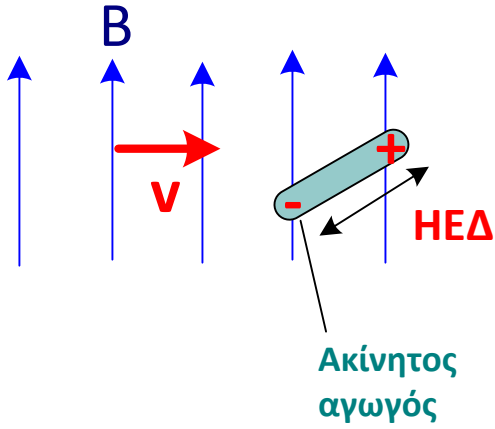


$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Ώστε να δημιουργηθεί  $B$  προς τα πάνω (αντίχειρας) ώστε να τείνει να διατηρήσει τη ροή σταθερή

Ώστε να δημιουργηθεί  $B$  προς τα κάτω (αντίχειρας) ώστε να τείνει να διατηρήσει τη ροή σταθερή

# Ενοποίηση ηλεκτρική μαγνητικής δύναμης



Κίνηση μαγνητικών δυν. γραμμών σε ακίνητο αγωγό επάγει ΗΕΔ από το διαχωρισμό των φορτίων στον αγωγό

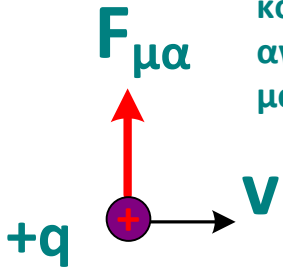
$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

Ακίνητος αγωγός άρα  $F_{\text{μαγνητική}} = 0$

**Ποιά δύναμη διαχωρίζει τα φορτία στον ακίνητο αγωγό ;**

## Ισοδύναμο ερώτημα

Σε κινούμενο φορτίο +q κοντά σε ρευματοφόρο αγωγό ασκείται μαγνητική δύναμη  $F_{\mu\alpha}$ .



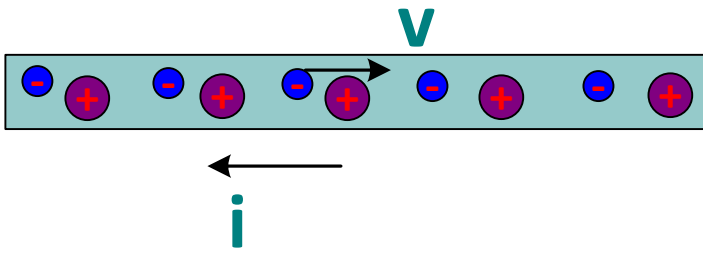
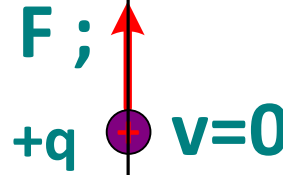
**Πού οφείλεται η F ;**

Σε κινούμενο σύστημα αναφοράς με ταχύτητα v το +q είναι ακίνητο και:

$$F_{\mu\alpha} = 0$$

η F είναι ηλεκτρική  $F = F_{\eta\lambda}$

Γιατί για το ακίνητο σύστημα του φορτίου q ο αγωγός όπως αποδεικνύεται παρακάτω φαίνεται να είναι θετικά φορτισμένος



Ο αγωγός φαίνεται ηλεκτρ. ουδέτερος

Η πυκνότητα θετικού φορτίου είναι  $\lambda = q/l$ .

Η πυκνότητα φορτίου  $\lambda_{\nu\acute{\epsilon}\omicron}$  στο κινούμενο σύστημα είναι :

$$\lambda_{\nu\acute{\epsilon}\omicron} = \lambda(1-v^2/c^2)^{1/2} - \lambda(1-v^2/c^2)^{1/2}$$

αφού  $v \ll c$   $\lambda_{\nu\acute{\epsilon}\omicron} = \lambda\{1 + (1/2)v^2/c^2\} - \lambda(1 - (1/2)v^2/c^2)$

$$\lambda_{\nu\acute{\epsilon}\omicron} = \lambda v^2/c^2$$

Ηλεκτρικό πεδίο E ομοιόμορφα φορτισμένου ευθύγραμμου αγωγού με γραμμική πυκνότητα φορτίου  $\lambda_{\nu\acute{\epsilon}\omicron}$

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda_{\nu\acute{\epsilon}\omicron}}{y}$$

Η νέα πυκνότητα φορτίου  $\lambda_{\nu\acute{\epsilon}\alpha}$  είναι περίσσεια θετικού φορτίου και παράγει ηλεκτρικό πεδίο E και άπωση στο +q.

$\lambda v = i$   
 $\epsilon_0 c^2 = 1/\mu_0$

$$F = F_{\eta\lambda} = Eq = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{i}{y} qv = F_{\mu\alpha}$$

**B**

Μαγνητ. πεδίο B σε απόσταση y από ευθ. αγωγό που διαρρέεται από ρεύμα i

Ο αγωγός δεν φαίνεται πλέον ηλεκτρ. ουδέτερος

Σε σχέση με το ακίνητο σύστημα στο κινούμενο σύστημα αναφοράς είναι :

Η πυκνότητα θετικού φορτίου του αγωγού είναι μεγαλύτερη κατά  $\lambda(1-v^2/c^2)^{1/2}$  λόγω συστολής του μήκους .

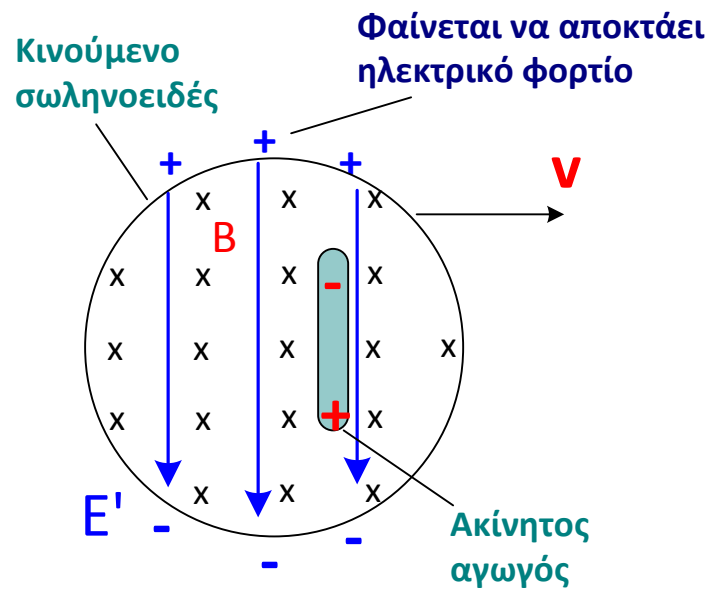
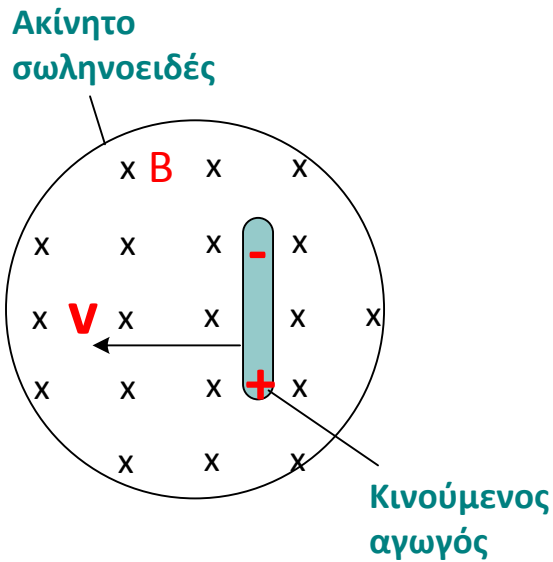
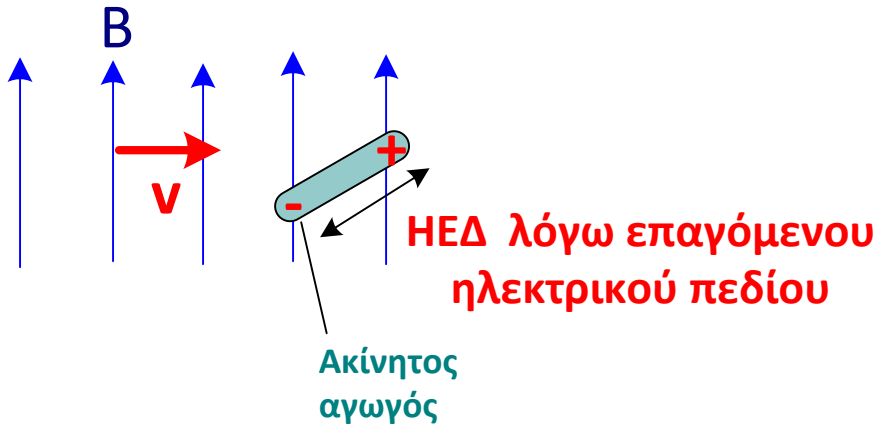
Η πυκνότητα αρνητικού φορτίου του αγωγού είναι μικρότερη κατά  $\lambda/(1-v^2/c^2)^{1/2}$  σε σχέση με το ακίνητο σύστημα λόγω του ότι στο κινούμενο σύστημα τα αρνητικά φορτία είναι ακίνητα.

**Άρα η F στο κινούμενο σύστημα είναι ηλεκτρική δύναμη :  $F = F_{\eta\lambda}$  (άπωση)**  
**Ενώ στο ακίνητο σύστημα η F είναι μαγνητική δύναμη :  $F = F_{\mu\alpha}$**

# Η F σε ακίνητο και σε κινούμενο σύστημα είναι ίδια μόνο ο χαρακτήρας αλλάζει

Η F στο κινούμενο σύστημα είναι ηλεκτρική δύναμη :  $F=F_{\eta\lambda}$  γιατί δεν υπάρχει ηλεκτρική ουδετερότητα.

Ενώ στο ακίνητο σύστημα υπάρχει ηλεκτρική ουδετερότητα και η F είναι μαγνητική δύναμη :  $F=F_{\mu\alpha}$



Στο ακίνητο σύστημα του σωληνοειδούς, στον αγωγό είναι :  $F=F_{\mu\alpha}$  και στο σωληνοειδές υπάρχει ηλεκτρική ουδετερότητα.

Σε κινούμενο σύστημα μαζί με το σωληνοειδές, στον αγωγό είναι :  $F=F_{\eta\lambda}$  και στο σωληνοειδές δεν υπάρχει ηλεκτρική ουδετερότητα.

Υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο  $E'$  παράγοντας έργο στα ελεύθερα φορτία (ΗΕΔ  $E'$ )

$$F_{\mu\alpha} = F_{\eta\lambda}$$

Επαγόμενο ηλεκτρικό πεδίο

$$E' = vB$$

$$F = F_{\eta\lambda} = E'q$$

$$\mathcal{E} = E' l$$

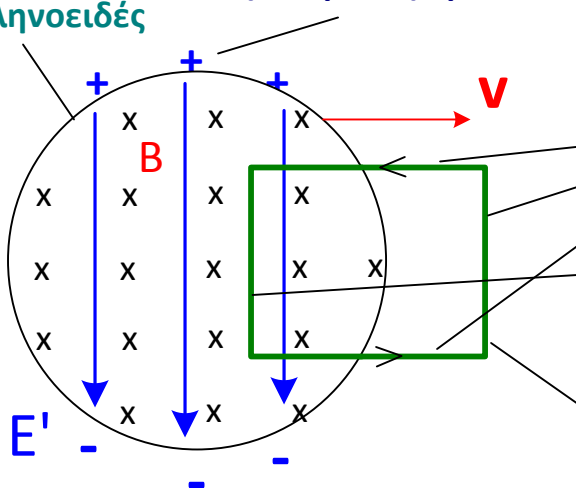
$$\mathcal{E} = \int E' dl$$

Γενικότερη έκφραση

Κινούμενο σωληνοειδές

Φαίνεται να αποκτάει ηλεκτρικό φορτίο

Επαγόμενο ηλεκτρικό πεδίο είναι μη διατηρητικό



$$E' \cdot dl = 0$$

$$\epsilon = \int E' \cdot dl$$

κλειστό πλαίσιο

$$E' \cdot dl \neq 0 \quad \text{άρα} \quad \epsilon = \int E' \cdot dl \neq 0$$

Επαγόμενο ηλεκτρικό πεδίο (E) θα υπάρχει και σε ακίνητο σύστημα αναφοράς όπου υπάρχει μεταβαλλόμενο B. Το E είναι επίσης μη διατηρητικό

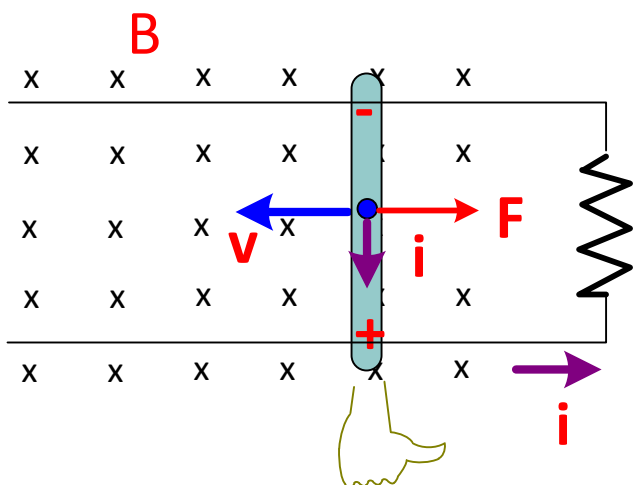
$$\oint E' \cdot dl = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Ρυθμός σάρωσης μαγνητικής ροής.

Τυχαίος κλειστός δρόμος

**Κανόνας του Lenz :** Η επαγόμενη ΗΕΔ έχει πάντα τέτοια πολικότητα ώστε να αντιτίθεται στη μεταβολή που την δημιουργήσει.

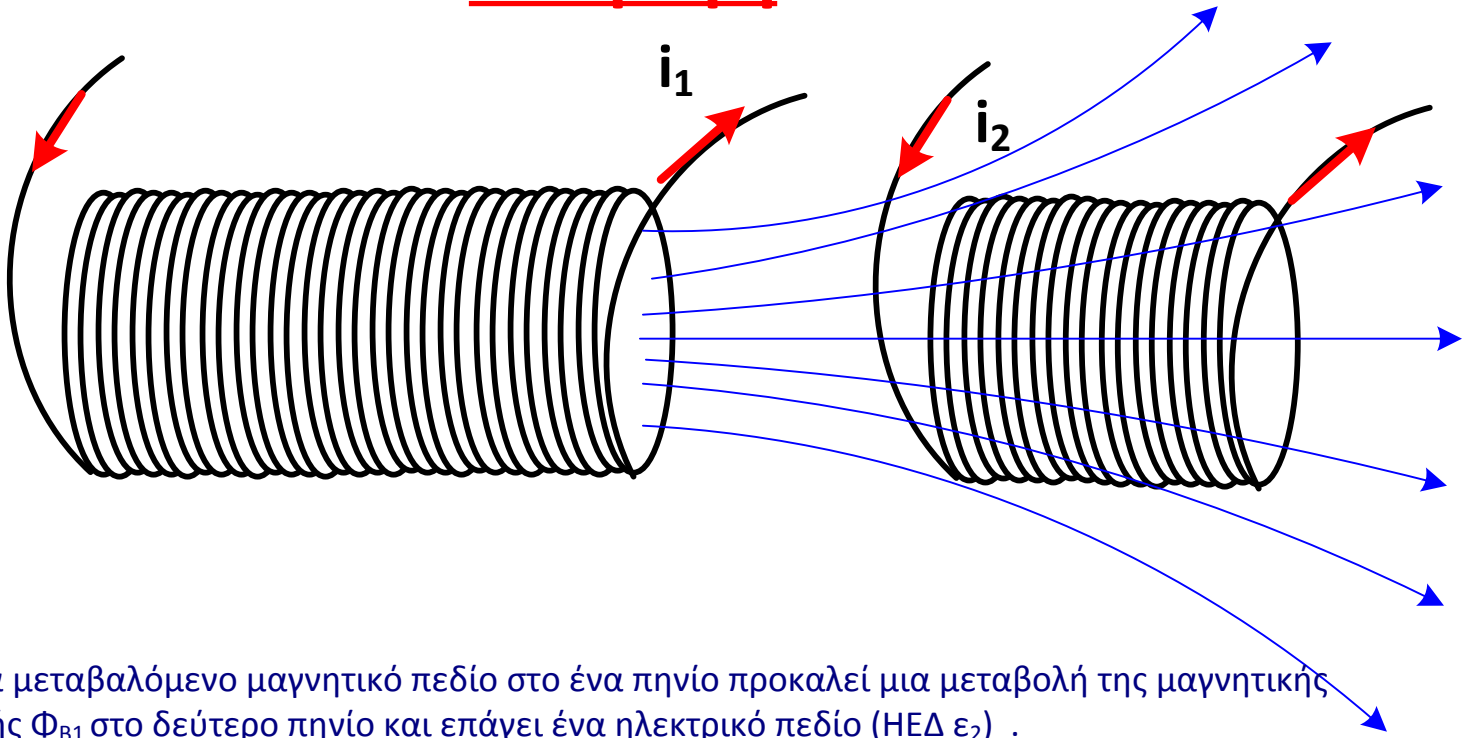
Παράδειγμα κινούμενος αγωγός σε ομογενές Μαγν. πεδίο



Η επαγόμενη ΗΕΔ δημιουργεί ένα ηλεκτρικό ρεύμα,  $i$ , με τέτοια πολικότητα ώστε να δρα σ'αυτό μια μαγνητική δύναμη  $F$  που να αντιτίθεται στη κίνηση που δημιούργησε την ΗΕΔ.

Η  $F$  τείνει να επιβραδύνει τον αγωγό

## Επαγωγή



Ένα μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο στο ένα πηνίο προκαλεί μια μεταβολή της μαγνητικής ροής  $\Phi_{B1}$  στο δεύτερο πηνίο και επάγει ένα ηλεκτρικό πεδίο (ΗΕΔ  $\epsilon_2$ ).

$$\epsilon_2 = - \frac{d\Phi_{B1}}{dt}$$

$$\Phi_{B1} = L_{21} i_1$$

$$\epsilon_2 = - L_{21} \frac{di_1}{dt}$$

Αμοιβαία επαγωγή  
των πηνίων.

$$L_{21} : 1 \text{ henry} = 1\text{H} = 1\text{V s} / \text{A}$$

Ισχύει και το αντίστροφο.

$$\epsilon_1 = - L_{12} \frac{di_2}{dt} \quad \text{με} \quad L_{21} = - L_{12}$$

## Αυτεπαγωγή

Ένα χρονικά μεταβαλλόμενο ρεύμα σε ένα πηνίο προκαλεί ένα μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο. Αυτό προκαλεί μια μεταβολή της μαγνητικής ροής  $\Phi_{B1}$  στο ίδιο το πηνίο που επάγει ένα ηλεκτρικό πεδίο αυτεπαγόμενη ΗΕΔ ή αντι-ΗΕΔ που αντιτίθεται στην μεταβολή του ρεύματος (κανόνας Lenz).

**ολική ΗΕΔ = ΗΕΔ εξωτερική + ΗΕΔ αυτεπαγωγής.**

Να βρεθεί ο συντελεστής αυτεπαγωγής πηνίου

Σε σωληνοειδές με  $n$  σπείρες ανά μονάδα μήκους και συνολικό μήκος  $l$  είναι :

$$\Phi_B = S_{\text{σπείρας}} B \text{ (αριθμόςσπειρών)}$$

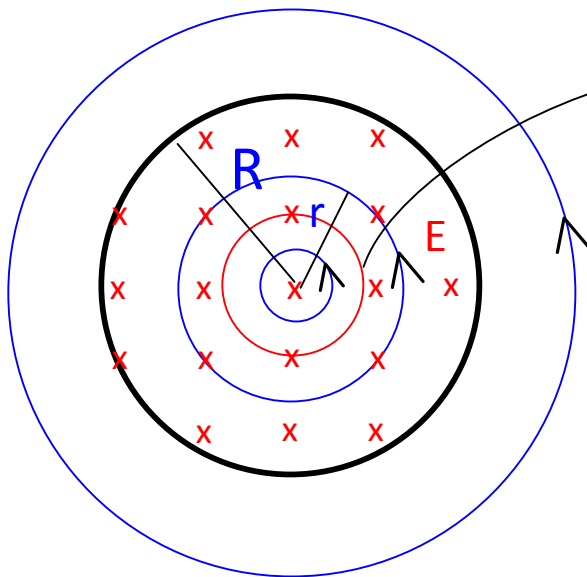
$$\Phi_B = \pi R^2 B n l \quad B = \mu_0 n i$$

$$L = \Phi_B / i \quad L = \mu_0 n^2 \pi R^2 l$$

$$\Phi_B = L I \quad \epsilon = - L \frac{dI}{dt}$$

Συντελεστής  
αυτεπαγωγής

Να βρεθεί το επαγόμενο ηλεκ. πεδίο  $E$  στο εξωτερικό και στο εσωτερικό μακρού σωληνοειδούς το  $B$  είναι :  $B = B_0 \sin \omega t$



Κυκλικός κλειστός δρόμος, ακτίνας  $r$

Για  $r < R$

$$\oint E \, dl = \mathcal{E}$$

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt} = -\pi r^2 \omega B_0 \cos \omega t$$

$$\oint E \, dl = 2\pi r E = \mathcal{E} = -\pi r^2 \omega B_0 \cos \omega t$$

$$E = -(1/2) r \omega B_0 \cos \omega t$$

Το  $E$  είναι ανάλογο του  $r$ . Για  $r=0$   $E=0$

Για  $r > R$

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt} = -\pi R^2 \omega B_0 \cos \omega t$$

$$\oint E \, dl = 2\pi r E = \mathcal{E} = -\pi R^2 \omega B_0 \cos \omega t$$

$$E = \frac{1}{2} \frac{R^2}{r} \omega B_0 \cos \omega t$$

Το  $E$  είναι αντιστρόφως ανάλογο του  $r$ .



## Μαγνητική ενέργεια

Οι αυτεπαγωγοί αποθηκεύουν μαγνητική ενέργεια.

Είναι η ενέργεια που καταναλώνεται για την υπερνίκηση της αντι-ΗΕΔ για να επιβληθεί μια ροή ρεύματος.

Αυτή η ενέργεια αποδίδεται στο ρεύμα κατά την ελάττωσή του και τείνει να το διατηρήσει για κάποιο χρονικό διάστημα.

Ρυθμός παραγωγής έργου :  $i \mathcal{E} = - L i \, di/dt$

$$\mathcal{E} = - L \frac{di}{dt}$$

Η ενέργεια αποδίδεται από το ρεύμα στην αυτεπαγωγή.

Η ενέργεια που αποθηκεύεται στην αυτεπαγωγή σε χρόνο  $dt$ .

$$dU = - i \mathcal{E} \, dt = L i \, di$$

$$U = \int_0^i L i' \, di'$$

$U = (1/2) L i^2$   
Μαγνητική ενέργεια αυτεπαγωγής.

Σε σωληνοειδές

$$L = \mu_0 n^2 \pi R^2 l$$

$$U = (1/2) \mu_0 n^2 \pi R^2 l i^2$$

$$B = \mu_0 n i$$

$$U = \frac{1}{2\mu_0} B^2 \pi R^2 l$$

όγκος

$$U = \frac{1}{2\mu_0} B^2 \times \text{όγκο}$$

$$u = \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

Μαγνητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου.

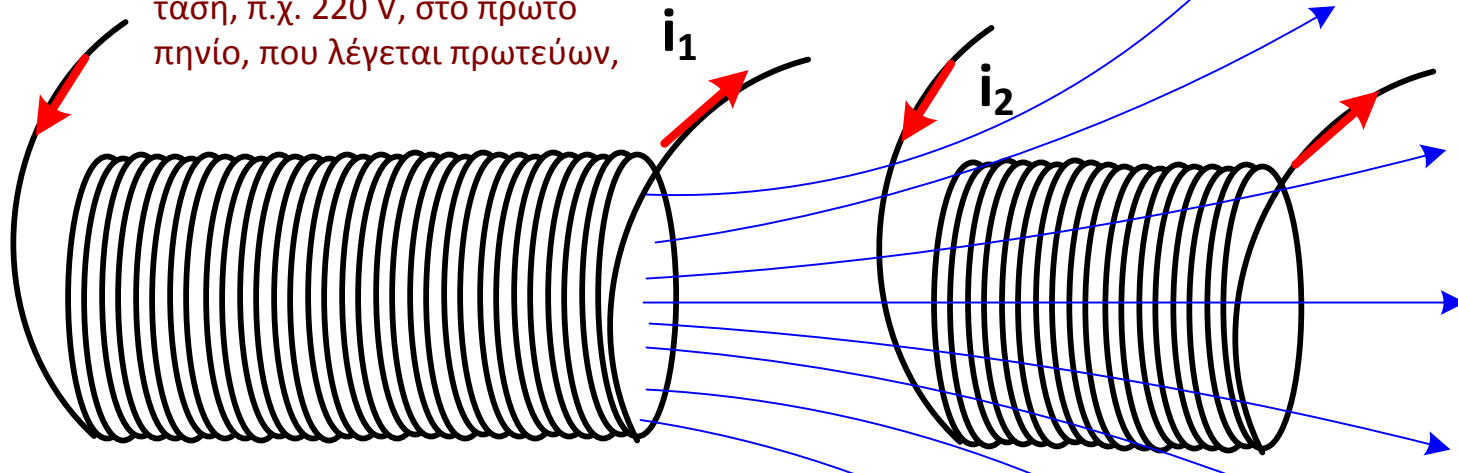
Σε κύκλωμα R L σε σειρά ισχύει :

$$\mathcal{E} - L \frac{di}{dt} - IR = 0$$

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-(R/L)t}) \quad \tau = L/R$$

# Εφαρμογές επαγωγής μετασχηματιστής

Αν εφαρμόσω εναλλασόμενη τάση, π.χ. 220 V, στο πρώτο πηνίο, που λέγεται πρωτεύων,

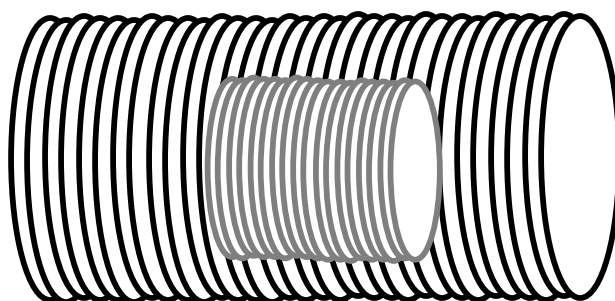


...τότε θα δημιουργείται μεταβολή της μαγνητικής ροής  $d\Phi_{12}/dt$  από το πρωτεύων στο δευτερεύων, το δευτερεύων πηνίο...

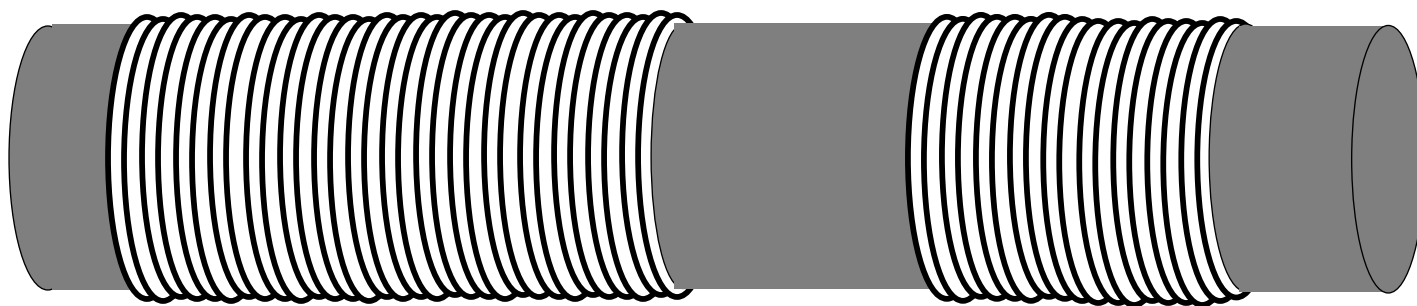
...και έτσι επάγεται ηλεκτρερρετική δύναμη  $\mathcal{E}_2$  στο δευτερεύων πηνίο

Όμως για μεγαλύτερη επαγόμενη  $\mathcal{E}_2$  δεν πρέπει να χάνεται μαγνητική ροή από το πρωτεύων προς το δευτερεύων δηλ να έχουμε καλύτερη σύζευξη των 2 πηνίων....

...αυτό μπορεί να επιτευχθεί με τη τοποθέτηση του δευτερεύοντος μέσα στο πρωτεύων, οπότε δεν χάνεται μαγνητική ροή, και επιτυγχάνεται πλήρης σύζευξη .....



...ή τα 2 πηνία περιτυλίγονται επάνω σε ένα μαγνητικό ηλικό το οποίο μαγνητίζεται αυξάνοντας το μαγνητικό πεδίο και έτσι επιτυγχάνεται ακόμα καλύτερη σύζευξη



Πρωτεύων τάση  $\mathcal{E}_1$  και σπείρες  $N_1$ .

Δευτερεύων τάση  $\mathcal{E}_2$  και σπείρες  $N_2$ .

Λόγω του ότι η ίδια μαγνητική ροή διέρχεται και από τα 2 πηνία

$$\frac{d\Phi_1}{dt} = \frac{N_1}{N_2} \frac{d\Phi_2}{dt} \quad \frac{\mathcal{E}_1}{\mathcal{E}_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

Δηλ. λιγότερες σπείρες στο δευτερεύων μετασχηματίζει τη τάση σε μικρότερες τιμές

Λόγω του ότι η ισχύς  $\mathcal{E}_1 i_1$  του πρωτεύοντος μεταδίδεται στο δευτερεύων σαν  $\mathcal{E}_2 i_2$

$$\mathcal{E}_1 i_1 = \mathcal{E}_2 i_2$$

Άρα με λιγότερες σπείρες στο δευτερεύων μετασχηματίζεται η τάση σε μικρότερες τιμές και το ρεύμα  $i_2$  αυξάνεται