

# ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ MAXWELL

Μεταβαλλόμενα μαγνητικά πεδία επάγουν ηλεκτρικά πεδία (HEΔ)

δηλ. μεταβολή μαγνητικής ροής επάγει ηλεκτρικό πεδίο:  $\mathcal{E} = (\Delta\Phi_B)/\Delta t$

όμως θα δούμε πως και

**Νόμος Faraday**

μεταβαλλόμενα ηλεκτρικά πεδία επάγουν μαγνητικά πεδία.

δηλ. μεταβολή ηλεκτρικής ροής επάγει μαγνητικό πεδίο:  $(\Delta\Phi_E)/\Delta t \rightarrow B$

Αυτό διατυπώθηκε από τον J. C. Maxwell

επιτυγχάνοντας ενοποίηση των νόμων του ηλεκτρισμού και του μαγνητισμού

Η αμοιβαία επαγωγή ηλεκτρικών και μαγνητικών πεδίων είναι η αιτία αυτοσυντηρούμενων ηλεκτρομαγνητικών ταλαντώσεων στο χώρο

δηλ.  $(\Delta\Phi_E)/\Delta t \rightarrow B \rightarrow (\Delta\Phi_B)/\Delta t \rightarrow E \rightarrow (\Delta\Phi_E)/\Delta t \rightarrow B \dots\dots$

απαιτείται μόνον ένα φορτίο ή ηλεκτρικό ρεύμα που να ταλαντώνεται για να ξεκινήσουν τα πεδία αυτά και μετά συνεχίζουν να ταλαντώνονται μόνα τους στο χώρο **αυτά είναι τα ηλεκτρομαγνητικά πεδία (κύμα)**

# Ρεύμα μετατόπισης

Κλειστός δρόμος που περικλείει ρεύμα  $i$

Κυκλική επιφάνεια που περικλείεται από τον κλειστό δρόμο.

Ασκοειδής επιφάνεια που περικλείει τον κλειστό δρόμο.

## Νόμος Ampere

$$\oint B dl = \mu_0 i$$

Όταν ισχύει ο νόμος Ampere

Το ίδιο ρεύμα  $i$  τέμνει την κυκλική και την ασκοειδή επιφάνεια που περικλείουν τον κλειστό δρόμο.

## Πυκνωτής διακόπτει το ρεύμα ανάμεσα στους οπλισμούς

Σταθερό ρεύμα  $i$  φορτίζει τον πυκνωτή

Όμως το σταθερό ρεύμα  $i$  συνεχίζει μετά τον άλλο οπλισμό.

Το ρεύμα  $i$  τέμνει μόνο την κυκλική επιφάνεια.  
Η ασκοειδής επιφάνεια **δεν τέμνει** ρεύμα και **δε φαίνεται να** ικανοποιεί το νόμο Ampere

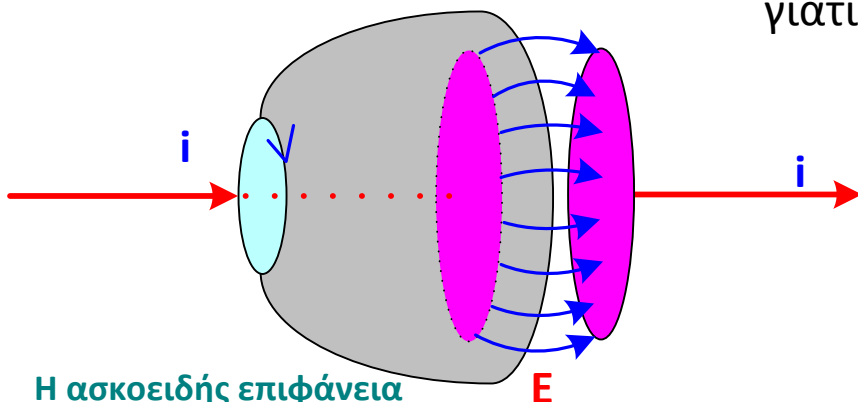
Ο κλειστός δρόμος περικλείει ρεύμα  $i$

Ασκοειδής επιφάνεια που περικλείει τον κλειστό δρόμο **δεν τέμνεται από ρεύμα.**

Καθώς φορτίζεται ο πυκνωτής το ηλεκτρικό πεδίο  $E$  ανάμεσα στους οπλισμούς αυξάνεται και η ηλεκ. ροή  $\Phi$  αυξάνεται  $\{d\Phi/dt\}$ .

ισχύει :  $\oint B dl = \mu_0 i = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$

γιατί  $\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d\{Q/\epsilon_0\}}{dt} = \frac{1}{\epsilon_0} dQ/dt$



Η ασκοειδής επιφάνεια τέμνεται από μεταβαλλόμενη ηλεκ. ροή  $\Phi$ .

ο πυκνωτής φαίνεται να διαρρέεται από το ρεύμα μετατόπισης  $i_d=i$ .

$$\epsilon_0 \frac{d\Phi}{dt} = i_d$$

ρεύμα μετατόπισης

Δηλ. ισχύει :  $\oint B dl = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$

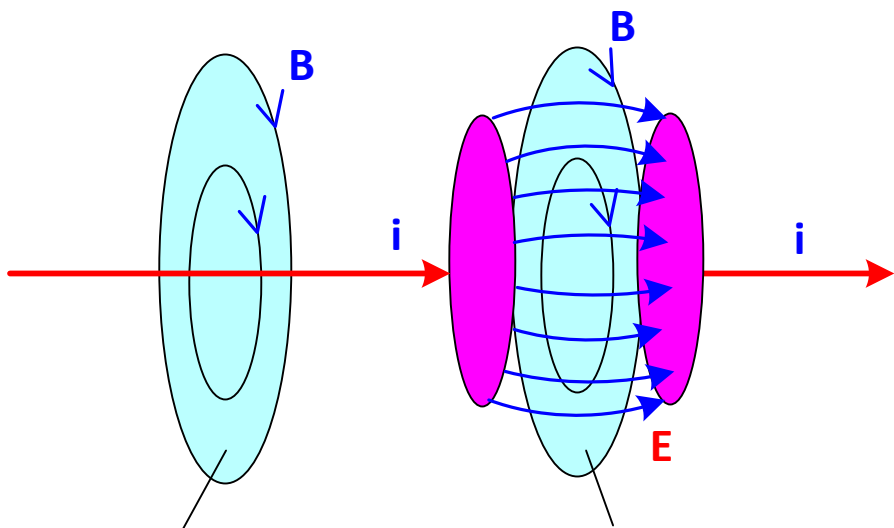
**Τροποποίηση του νόμου Ampere από τον Maxwell**

$\oint B dl = \mu_0 (i + i_d)$

Γενικότερα :  $\oint B dl = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} + \mu_0 i$

$i_d$  Όταν η ασκοειδής επιφάνεια που περικλείει τον κλειστό δρόμο τέμνεται από ρεύμα  $i$ , πχ. όταν ο πυκνωτής έχει διαρροή ρεύματος  $i$

Δηλαδή



Η μεταβολή ενός ηλεκ. πεδίου  $E$  και της αντίστοιχης ηλεκ. ροής  $\Phi_E \{d\Phi_E/dt\}$  μέσα από ένα κλειστό δρόμο

$\oint B dl = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$

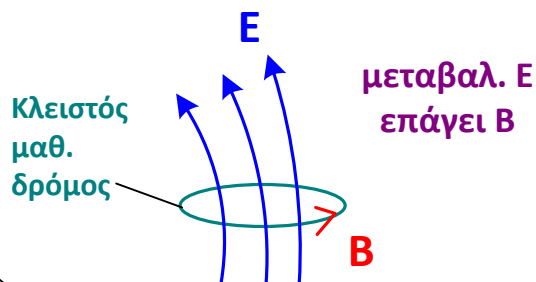
παράγει ένα μαγνητικό πεδίο  $B$  που είναι κάθετο στο  $E$

Μαγνητικό πεδίο  $B$  του ρευματοφόρου αγωγού.

Μαγνητικό πεδίο  $B$  δημιουργείται και στο πυκνωτή που δημιουργείται από το ηλ. ρεύμα  $i_d$  που αντιστοιχεί στη μεταβολή της ηλεκ. ροής  $d\Phi_E/dt$ .

Ο νόμος Maxwell-Ampere ισχύει όχι μόνο σε πυκνωτή αλλά και γενικότερα για όλα τα συστήματα ηλεκ. και μαγν. πεδίων

$\oint B dl = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$

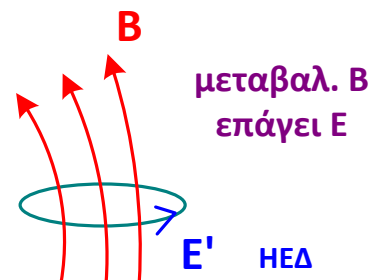


Το επικαμπύλιο του  $B$  σε κλειστό δρόμο σχετίζεται

με την μεταβολή της ηλεκ. ροής  $\Phi_E \{d\Phi_E/dt\}$  μέσα από το κλειστό δρόμο.

Ο νόμος Maxwell-Ampere αντιστοιχεί στο νόμο Faraday

$\oint E' dl = - \frac{d\Phi_B}{dt}$



Το επικαμπύλιο του επαγόμενου  $E'$  σε κλειστό δρόμο

σχετίζεται

με την μεταβολή της μαγν. ροής  $\Phi_B \{d\Phi_B/dt\}$  μέσα από το κλειστό δρόμο.

# Εξισώσεις Maxwell

**Νόμος Gauss**

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

Βασίζεται στο νόμο Coulomb που περιγράφει τις ηλεκ. δυν. γραμμές που διαπερνούν μια κλειστή  $S$ . Δηλ. οι ηλεκτρ. Δυν.Γραμ. ξεκινούν από τα θετικά και καταλήγουν στα αρνητικά φορτία

**Νόμος Gauss του μαγνητισμού**

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$$

Οι μαγνητικές δυν. γραμμές είναι κλειστές, δεν ξεκινούν από πουθενά και δηλ. δεν καταλήγουν πουθενά δεν έχουν αρχή και τέλος, δεν υπάρχουν μαγν. μονόπολα.

**Νόμος Faraday**

$$\oint \mathbf{E}' \cdot d\mathbf{l} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Περιγράφει την επαγωγή ηλεκ. πεδίου όταν ένα μαγν. πεδίο γενικά μεταβάλλεται.

**Νόμος Maxwell-Ampere**

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} + \mu_0 i$$

Περιγράφει την επαγωγή μαγν. πεδίου κατά μήκος κλειστής διαδρομής όταν διαμέσου αυτής της διαδρομής το ηλεκ. πεδίο μεταβάλλεται ή/και όταν από τη διαδρομή διαπερνά ηλεκτρ ρεύμα  $i$ .

**Δύναμη Lorentz**

$$\begin{aligned} F_{\text{Lorentz}} &= F_{\text{ηλεκτρ}} + F_{\text{μαγν}} \\ F_{\text{Lorentz}} &= q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \end{aligned}$$

Για μία δεδομένη κατανομή φορτίων και ρευμάτων οι παραπάνω εξισώσεις δίνουν μία μοναδική λύση για τα αντίστοιχα πεδία.

Οι εξισώσεις Maxwell δίνουν την ακριβή χρονική εξέλιξη των αντίστοιχων πεδίων αν γνωρίζουμε τις αρχικές συνθήκες των πεδίων αυτών.

Οι εξισώσεις Maxwell ισχύουν για ακίνητα και κινούμενα φορτία (με ομαλή κίνηση ή επιταχυνόμενα) .