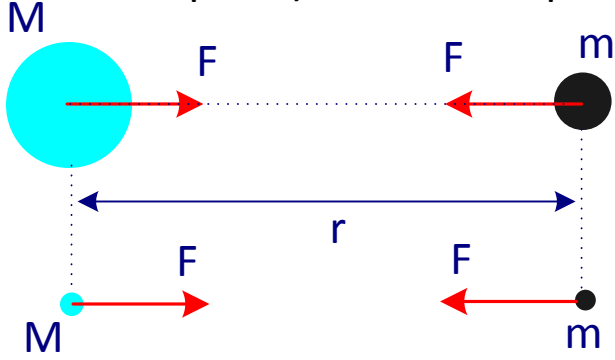


Βαρύτητα νόμος του Newton

Βαρυτικές δυνάμεις

Είναι πάντα ελκτικές δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ υλικών σωμάτων



η F μαζών με σφαιρική συμμετρική κατανομή είναι ίδια με αυτή αν οι μάζες θεωρηθούν σημειακές

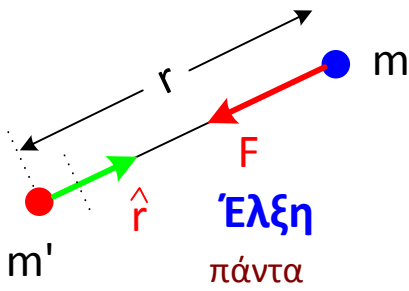
$$F = G \frac{M m}{r^2}$$

ανακαλύφθηκε από την μελέτη της κίνησης των πλανητών

Σημειακές μάζες

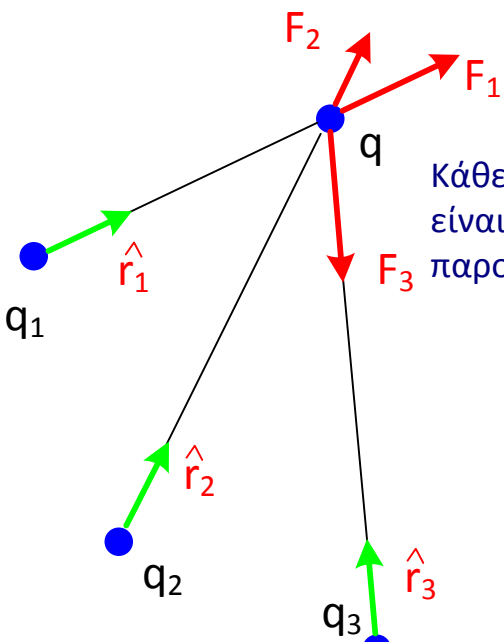
$$F = -G \frac{m m'}{r^2} \hat{r}$$

Το μείον γιατί οι μάζες είναι πάντα θετικές και έτσι η F βρίσκεται να είναι ελκτική



...πάντα πάντα βρίσκεται στη διεύθυνση της απόστασης r και βλέπει το φορτίο (q) όπου θέλουμε να βρούμε το διάνυσμα F

Αρχή επαλληλίας



Κάθε F_i μεταξύ 2 φορτίων είναι ανεξάρτητη από τη παρουσία άλλων φορτίων q_j

Κάθε F_i μεταξύ 2 μαζών είναι ανεξάρτητη από τη παρουσία άλλων μαζών m_j

Η συνολική F είναι

$$F_{ολ} = \sum F_j$$

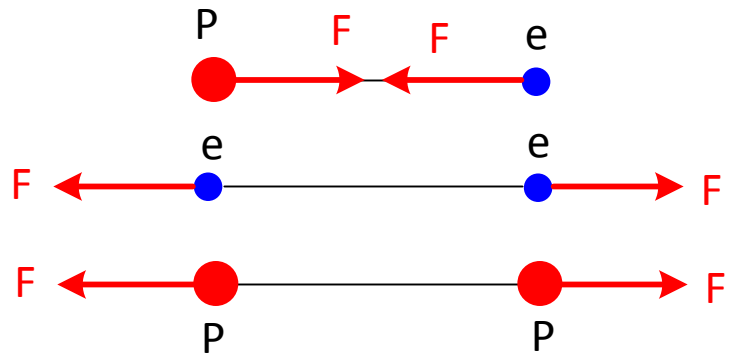
$$F = [\text{σταθερά}] \left\{ \frac{q_1 q}{r_1^2} \hat{r}_1 + \frac{q_2 q}{r_1^2} \hat{r}_2 + \dots \right\}$$

$$F = [\text{σταθερά}] \left\{ \frac{m_1 m}{r_1^2} \hat{r}_1 + \frac{m_2 m}{r_1^2} \hat{r}_1 + \dots \right\}$$

Ηλεκτρισμός νόμος του Coulomb

Ηλεκτροστατικές δυνάμεις

Είναι ελκτικές ή απωστικές δυνάμεις μεταξύ ακίνητων φορτισμένων σωμάτων



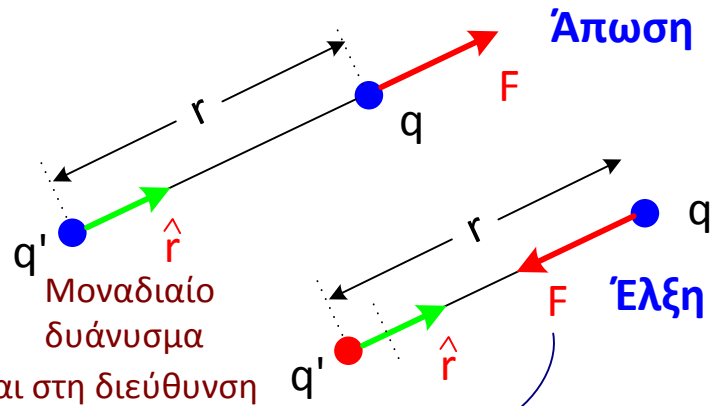
$$F = [K \text{ σταθερά}] \times \frac{|q' q|}{r^2}$$

$$F = K \times \frac{q' q}{r^2} \hat{r}$$

Νόμος Coulomb

Διανυσματική μορφή

Σημειακά φορτία



Η F βρίσκεται στη διεύθυνση του r και έχει φορά αυτή του όταν $qq' > 0$ (ομόσημα φορτία) και αντίθετη όταν $qq' < 0$ (ετερόσημα φορτία)

ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ & ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΦΟΡΤΙΟ

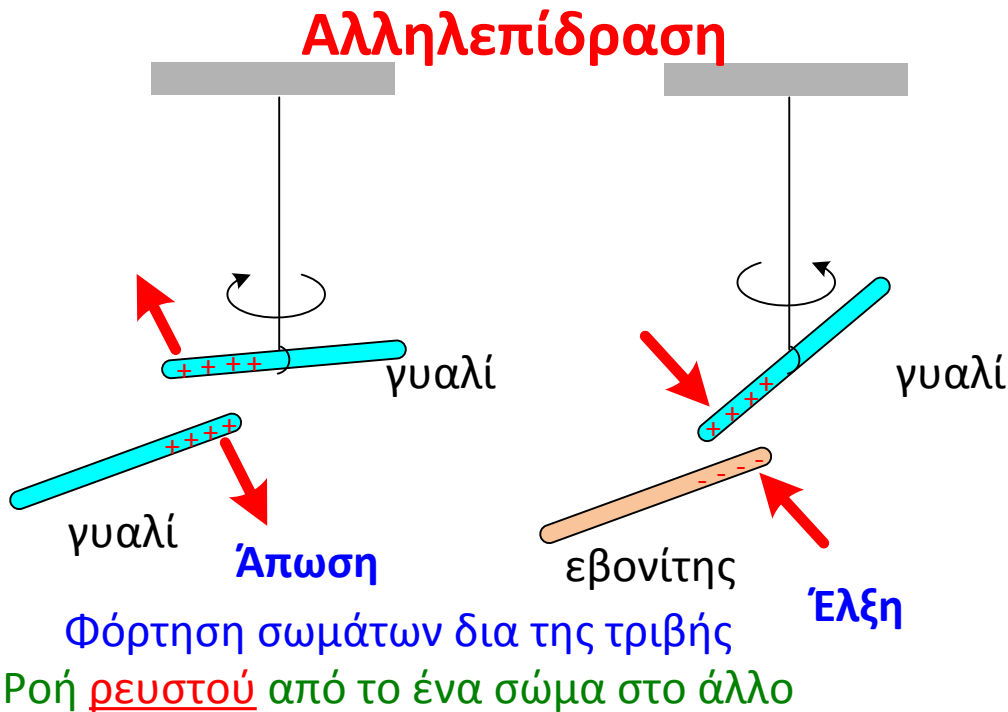
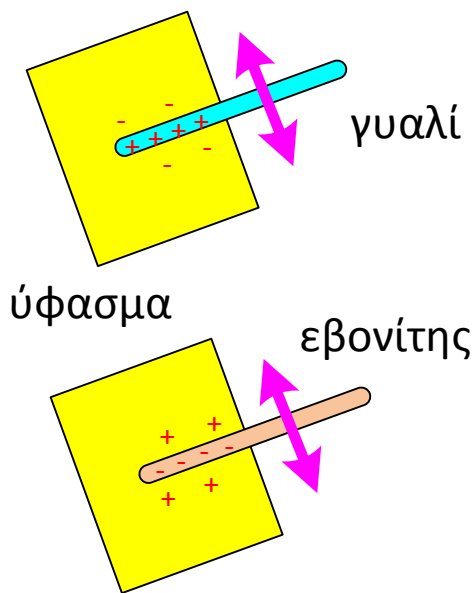
Ηλεκτρισμός

ανακαλύφθηκε σαν αποτέλεσμα τριβής των σωμάτων

Ηλεκτρικές, δυνάμεις

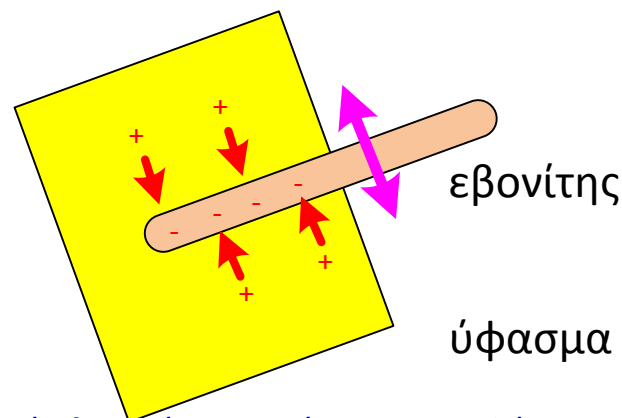
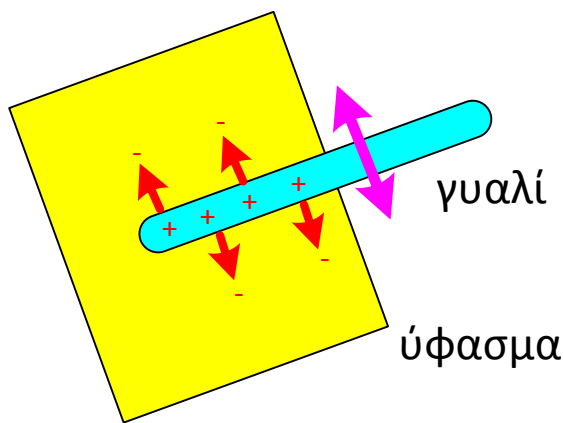
Συγκρατούν τα ηλεκτρόνια στα άτομα αλλά και τα άτομα στην ύλη.

Φόρτιση με τριβή



Φόρτιση σωμάτων δια της τριβής
Ροή ρευστού από το ένα σώμα στο άλλο

Η ροή ρευστού από το ένα σώμα στο άλλο είναι ροή ηλεκτρικών φορτίων (ηλεκτρονίων)



Το εξωτερικά ηλεκτρόνια στο άτομο του γυαλιού απέχουν περισσότερο και έλκονται πιο ασθενικά από το θετικά φορτισμένο πυρήνα του ατόμου σε σχέση με αυτά στο άτομο του υφάσματος

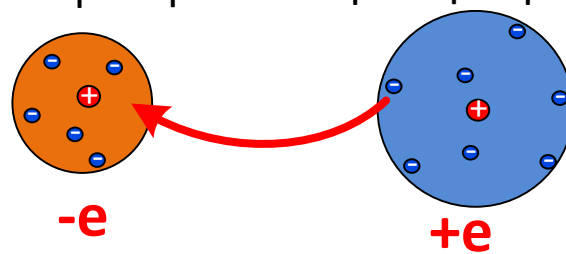
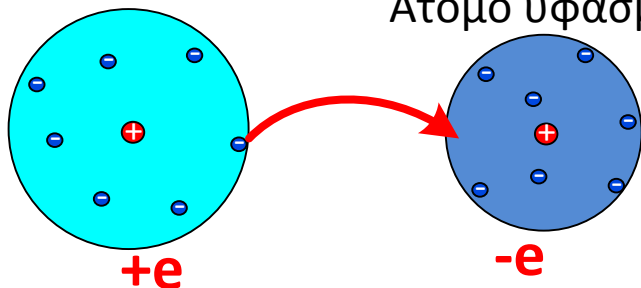
Το εξωτερικά ηλεκτρόνια στο άτομο του υφάσματος απέχουν περισσότερο και έλκονται πιο ασθενικά από το θετικά φορτισμένο πυρήνα του ατόμου σε σχέση με αυτά στο άτομο του εβονίτη

Άτομο γυαλιού

Άτομο υφάσματος

Άτομο εβνίτη

Άτομο υφάσματος



...και έτσι ηλεκτρόνια φεύγουν από τα άτομα του γυαλιού και πάνε στα άτομα του υφάσματος

...και έτσι ηλεκτρόνια φεύγουν από τα άτομα του υφάσματος και πάνε στα άτομα του εβονίτη

Έτσι η φόρτιση των σωμάτων συνίσταται στην μετακίνηση αριθμού N ηλεκτρονίων δημιουργώντας έλλειψη φορτίου στο ένα υλικό και περίσσεια φορτίου στο άλλο

φορτίο ηλεκτρονίου
 $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Cb}$

Επομένως το Θετικό $+Q_1$ ή αρνητικό $-Q_2$ φορτίο που φορτίζονται τα σώματα, είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του φορτίου του ηλεκτρονίου

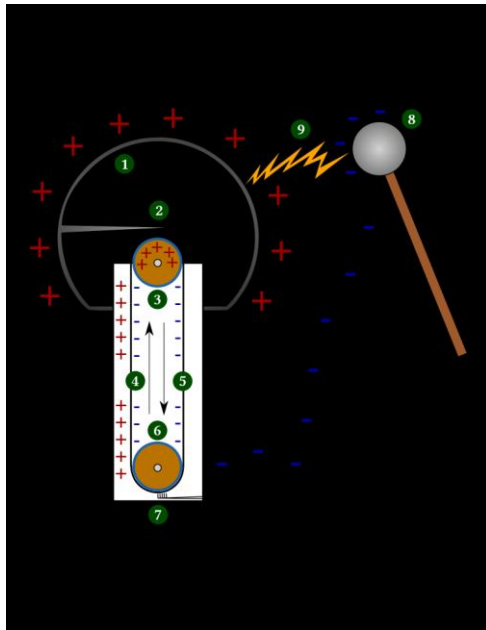
$+Q = N \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ Cb}$

Φορτίο που έχασε το ένα υλικό

$-Q = N \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ Cb}$

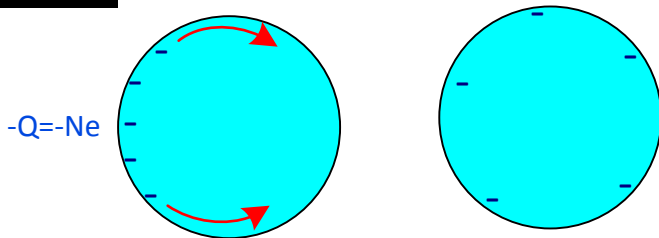
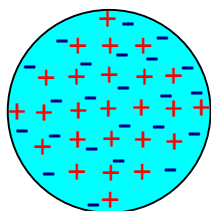
Φορτίο που πήρε το άλλο υλικό

Van de Graaff Generator
 6. lower roller (metal) 7. lower electrode (ground) 8. spherical device with negative charges 9. spark produced by the difference of potentials



Αγωγοί (μέταλλα)

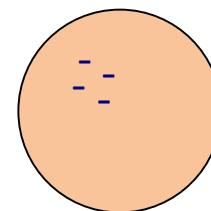
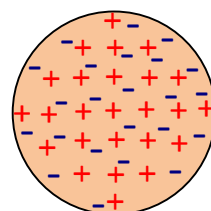
Μεταλική σφαίρα έχει ακίνητα θετικά ιόντα (άτομα) όση και η πυκνότητα ατόμων περίπου $N=10^{22}$ άτομα/ cm^3 και ίσο αριθμό ηλεκτρονίων (1,2,3 ηλεκτρόνια σθένους ανά άτομο) που είναι ελεύθερα να κινηθούν πολύ εύκολα



Αν τοποθετήσω φορτίο (π.χ. ηλεκτρόνια) σε μέταλλο τότε αυτά απωθούνται και κινούνται πολύ εύκολα ώστε ισορροπήσουν στην επιφάνεια του μετάλλου

Μονωτές

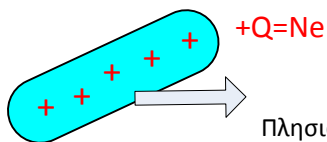
Όλα σχεδόν τα ηλεκτρόνια είναι δεσμευμένα στα άτομα και ένας πάρα πολύ μικρός αριθμός ηλεκτρονίων, πρακτικά μηδενικός αριθμός, είναι ελεύθερα να κινηθούν



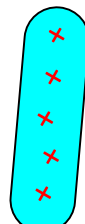
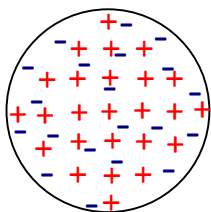
Αν τοποθετήσω φορτίο (π.χ. ηλεκτρόνια) σε μονωτή τότε αυτά ενώ απωθούνται δεν μπορούν να κινηθούν λόγω μεγάλης ηλεκτρικής αντίστασης του μονωτή και έτσι παραμένουν εκεί που τα τοποθετούμε.

Ηλεκτρίση από επαγωγή

Φόρτιση, π.χ. από τριβή, δημιουργώντας +Ne θετικά φορτία ράβδου



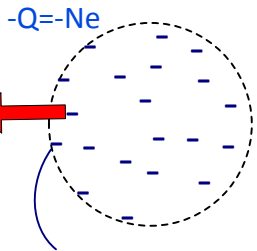
Πλησιάζουμε τη φορτισμένη ράβδο κοντά σε αφόρτιστη μεταλλική σφαίρα



.....ενώ τα θετικά ιόντα είναι ακίνητα

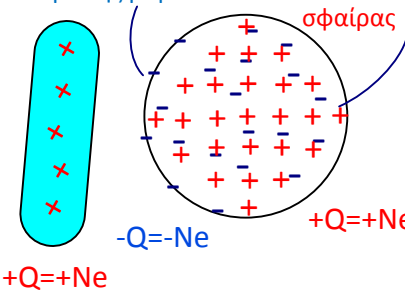
Κοντά σε μεταλλική σφαίρα η θετική ράβδος έλκει όλα τα ελεύθερα ηλεκτρόνια που εύκολα μετατοπίζονται πολύ λίγο και έτσι συσσωρεύονται λίγα στο πιο κοντινό άκρο με τη ράβδο

+Q=+Ne

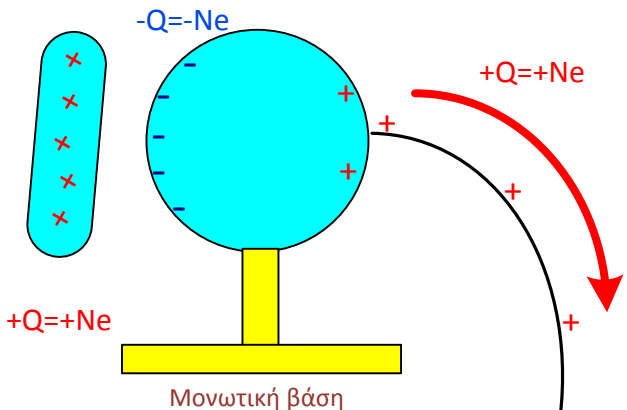
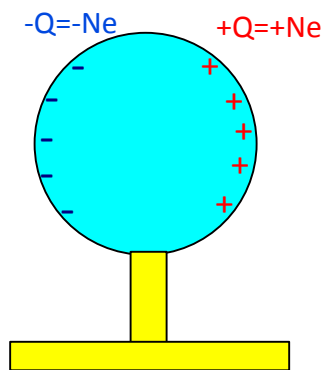


Συσσώρευση ηλεκτρονίων (αρνητικού φορτίου) στη πλευρά της ράβδου

Περίσσεια θετικών ακίνητων ιόντων στη απέναντι πλευρά της σφαίρας

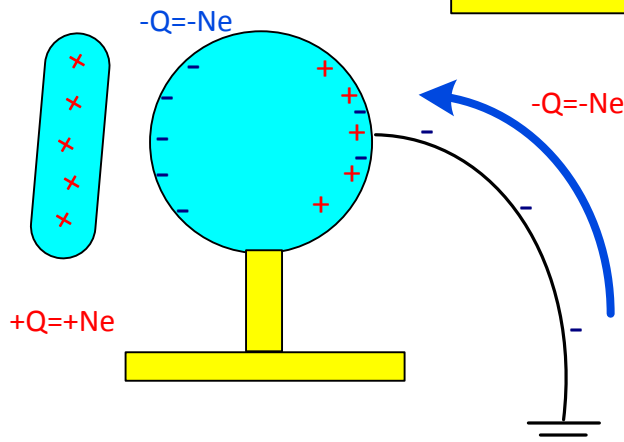


Έτσι ένας αριθμός ελεύθερων ηλεκτρονίων πολύ εύκολα συσσωρεύονται στο πιο κοντινό άκρο με τη ράβδο δημιουργώντας έλλειμα ίσου αρνητικού φορτίου στην απέναντι πλευρά της σφαίρας



Μονωτική βάση

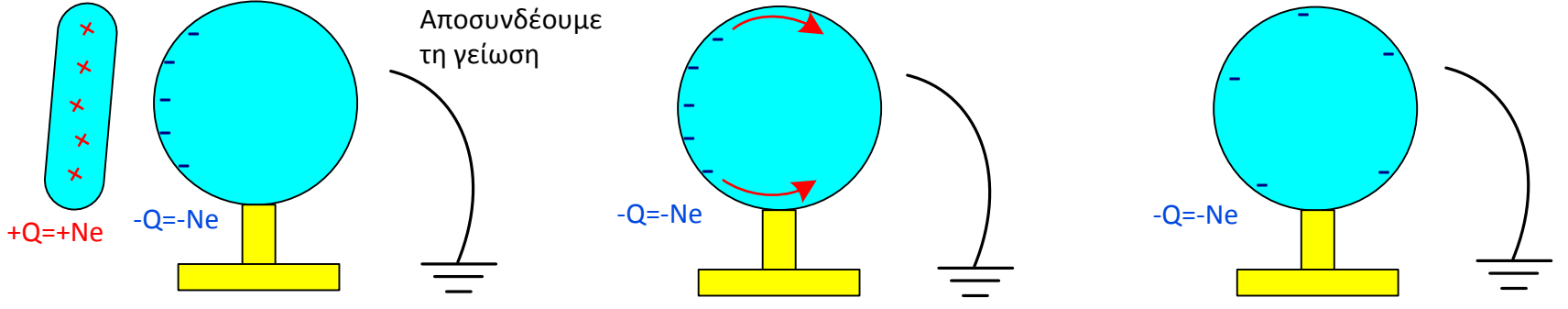
Συνδέοντας με ένα μεταλλικό σύρμα της σφαίρα με τη Γη (γείωση), τότε η περίσσεια των θετικών φορτίων ρέει προς τη Γη.



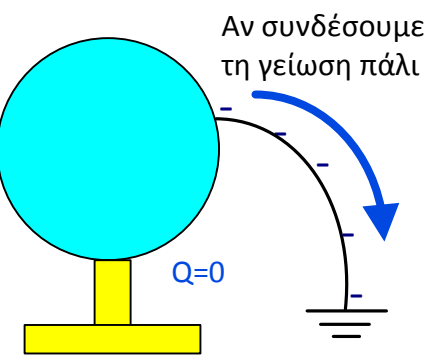
Στη πραγματικότητα ελεύθερα ηλεκτρόνια κινούνται από τη Γη προς τη σφαίρα και εξουδετερώνουν τα θετικά φορτία που έχουν συσσωρευθεί στη δεξιά πλευρά της σφαίρας

Όταν εξουδετερωθούν όλα τα θετικά φορτία η σφαίρα παραμένει αρνητικά φορτισμένη στην πλευρά της ράβδου λόγω έλξης από τη θετική ράβδο

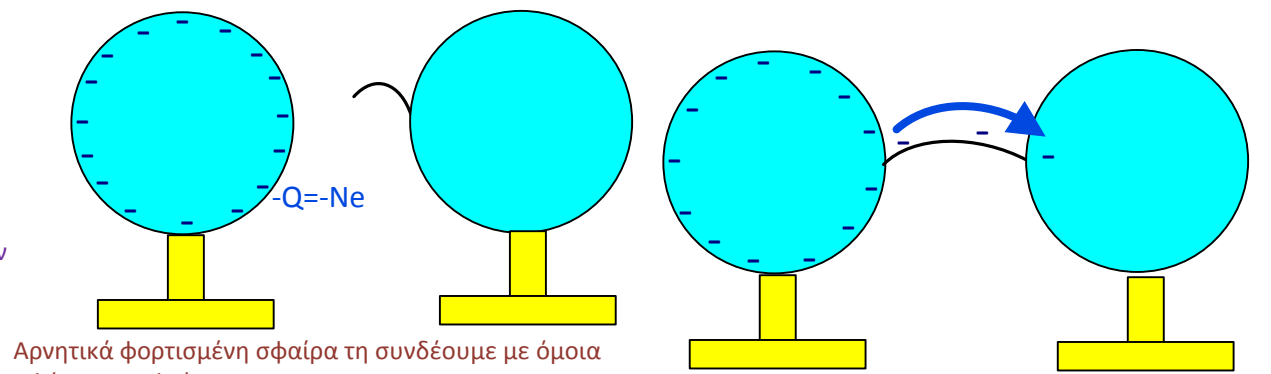
Απομακρύνοντας τη ράβδο, και αποσυνδέοντας τη γείωση, τα συσσωρευμένα αρνητικά φορτία της σφαίρας απωθούνται μεταξύ τους...



τα αρνητικά φορτία της σφαίρας απωθούμενα μεταξύ τους ισορροπούν στις πιο απομακρυσμένες θέσεις που είναι στην επιφάνεια της σφαίρας απέχοντας μεταξύ τους ίσες αποστάσεις και δημιουργούν ομοιόμορφη κατανομή αρνητικού φορτίου.



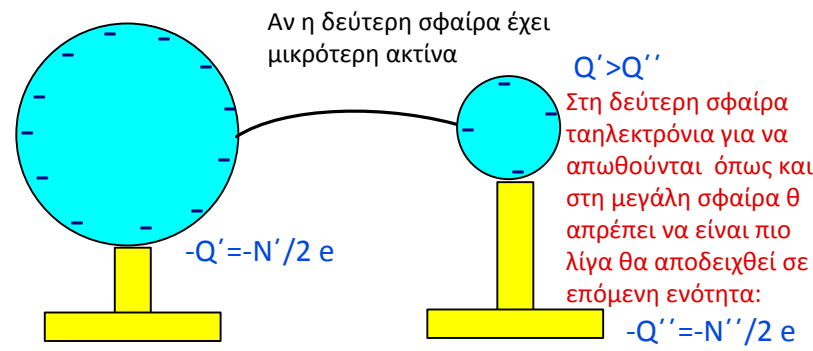
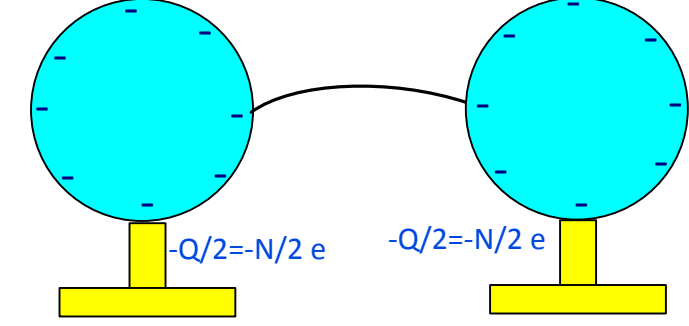
Ηλεκτρόνια από τη σφαίρα ρέουν προς τη Γη και η σφαίρα αποφορτίζεται.



Αρνητικά φορτισμένη σφαίρα τη συνδέουμε με όμοια αφόρτιστη σφαίρα

Τότε τα ηλεκτρόνια της φορτισμένης σφαίρας απωθούμενα μεταξύ τους βρίσκουν διέξοδο μέσω του σύρματος προς την αφόρτιστη σφαίρα και την φορτίζουν αρνητικά

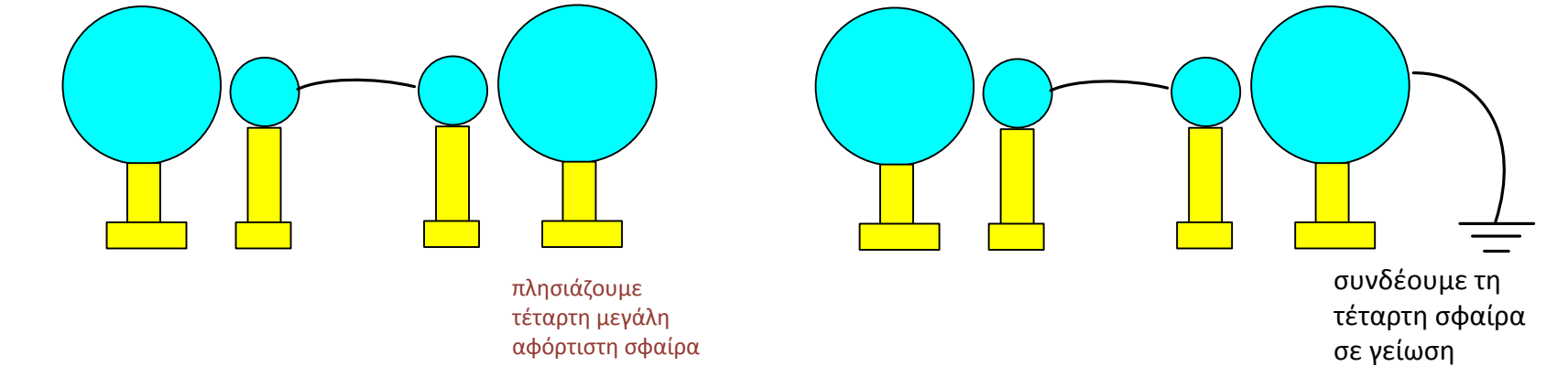
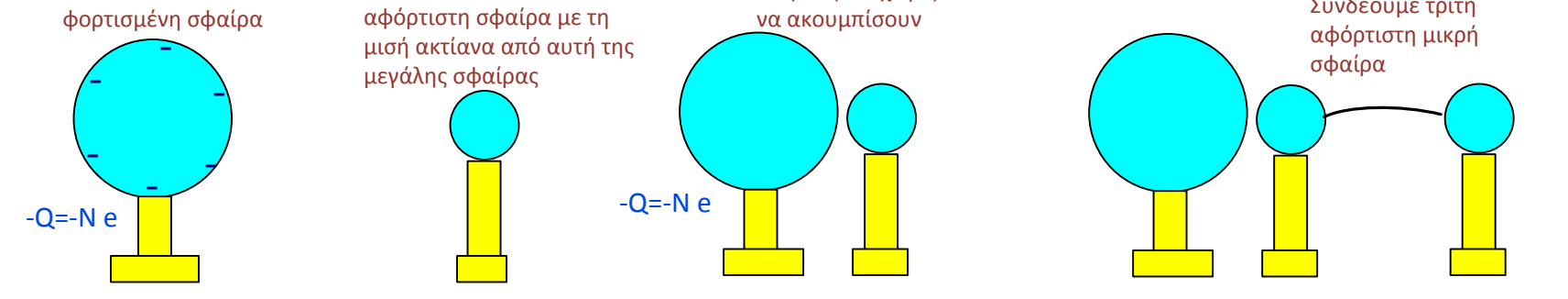
Τα αρνητικά φορτία ισορροπούν μισά στη επιφάνεια της μιας σφαίρας και τα άλλα μισά στη επιφάνεια της άλλης σφαίρας



Αν η δεύτερη σφαίρα έχει μικρότερη ακτίνα

$Q' > Q''$
Στη δεύτερη σφαίρα τα ηλεκτρόνια για να απωθούνται όπως και στη μεγάλη σφαίρα θα πρέπει να είναι πιο λίγα θα αποδειχθεί σε επόμενη ενότητα:

Να βρεθούν τα φορτία στις παρακάτω περιπτώσεις



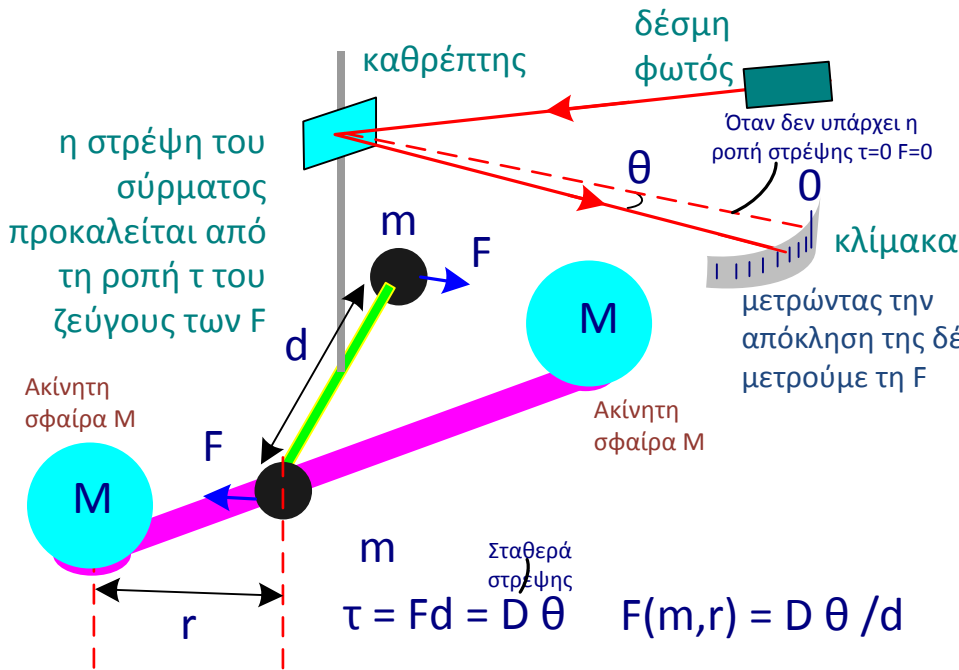
πλησιάζουμε τέταρτη μεγάλη αφόρτιστη σφαίρα

συνδέουμε τη τέταρτη σφαίρα σε γείωση

Πειραματική επιβεβαίωση των νόμων του Νεύτωνα και Coulomb

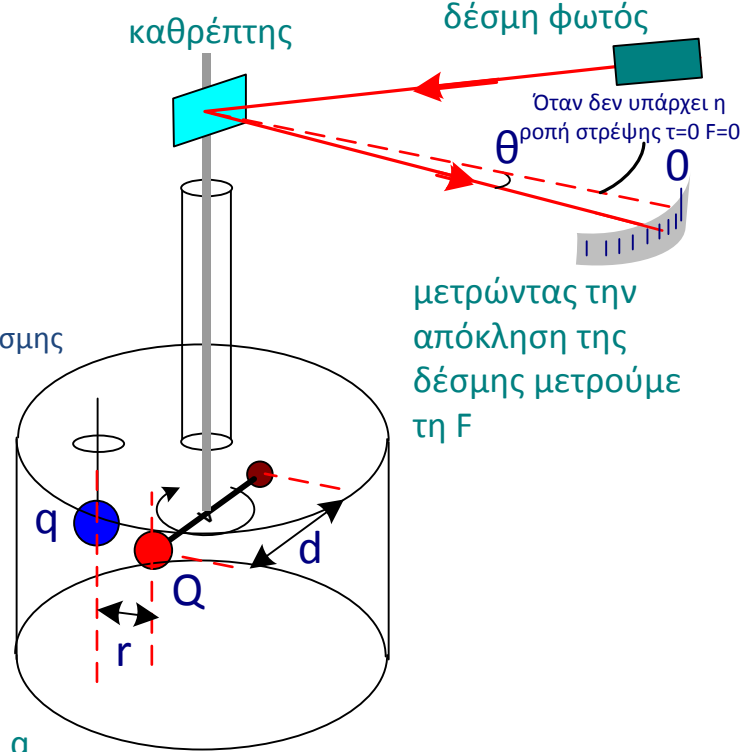
Και εύρεση των σταθερών K και G

Ζυγός στρέψεως του Cavendish



Η βαρυτική ή ηλεκτρική δύναμη μετρείται σε διάφορες αποστάσεις r και με διαφορετικές μάζες M, μή φορτία Q, q

Ζυγός στρέψεως του Coulomb

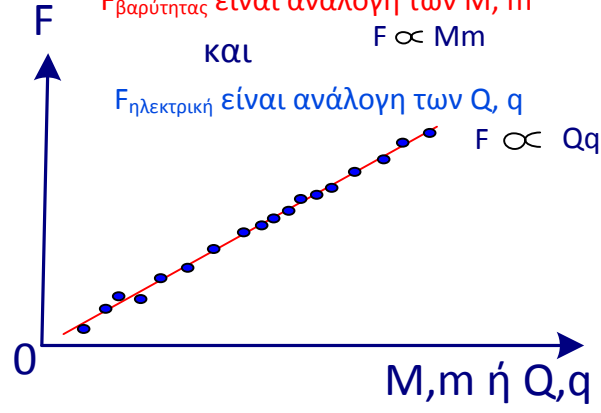
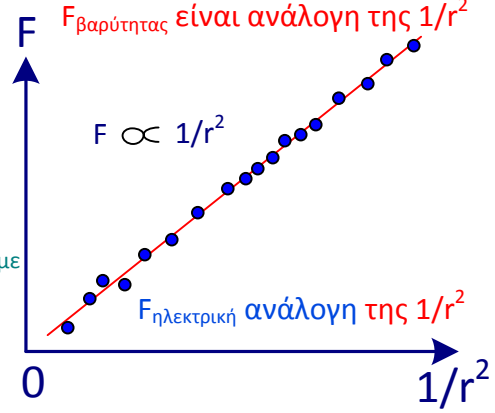
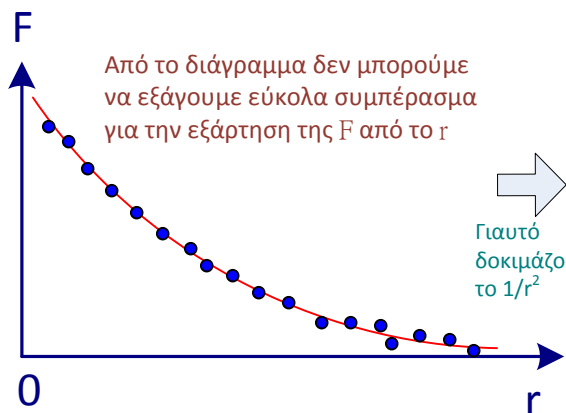
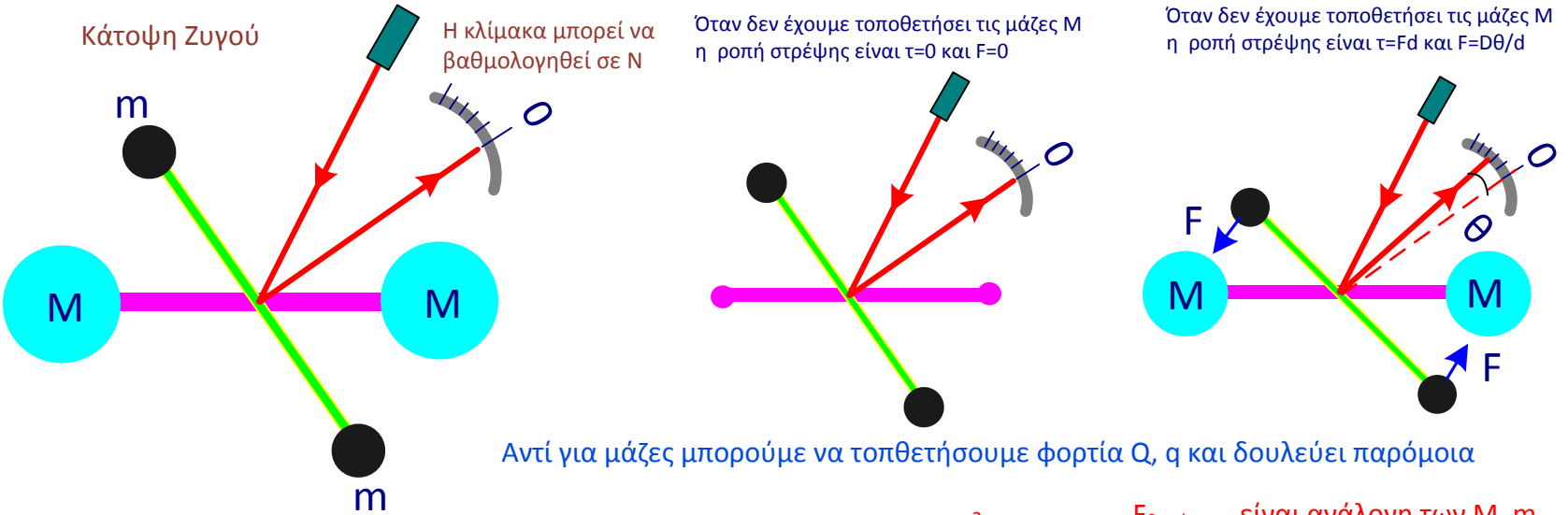


Κάτοψη Ζυγού

Η κλίμακα μπορεί να βαθμολογηθεί σε N

Όταν δεν έχουμε τοποθετήσει τις μάζες M η ροπή στρέψεως είναι τ=0 και F=0

Όταν δεν έχουμε τοποθετήσει τις μάζες M η ροπή στρέψεως είναι τ=Fd και F=Dθ/d



Από τις παραπάνω γραφικές επιβεβαιώνονται πειραματικά οι 2 νόμοι

$$F = G \frac{Mm}{r^2} \quad F = K \frac{Qq}{r^2}$$

Προσδιορισμός των σταθερών G και K

Θέτοντας γνωστές μάζες σε Kg σε συγκεκριμένες αποστάσεις (mm), μετράται η βαρυτική δύναμη F και λύνοντας ως προς G

Θέτοντας γνωστά φορτία σε Cb σε συγκεκριμένες αποστάσεις (mm), μετράται η ηλεκτρική δύναμη F και λύνοντας ως προς K $K = 8.99 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$

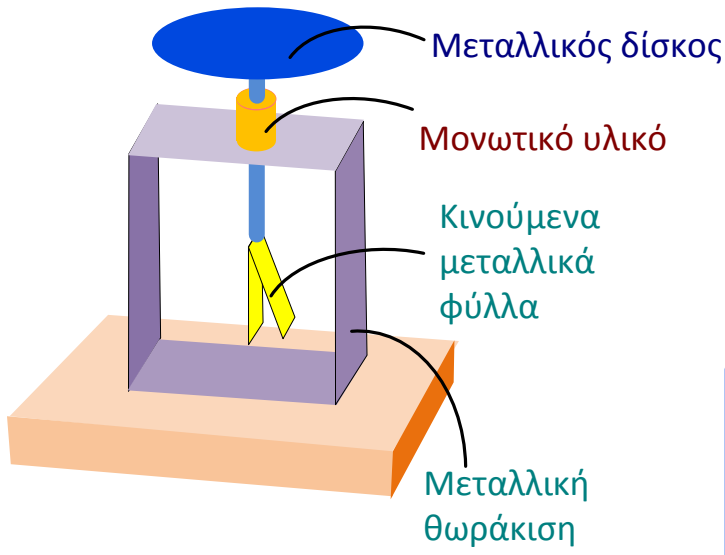
$$F = G \frac{Mm}{r^2} \quad G = F \frac{r^2}{Mm} = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{Kg}^2$$

Όμως αντί για τη K χρησιμοποιείται η σταθερά $K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$

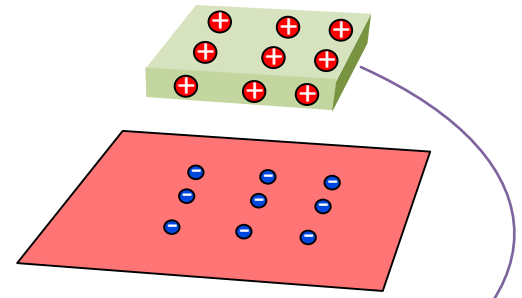
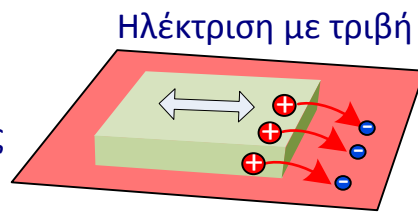
Υπολογίζεται η σταθερά G $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{Kg}^2$

$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{Nm}^2)$

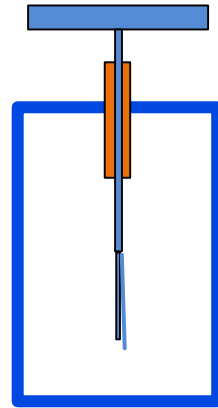
Ηλεκτροσκόπιο



η στρέψη του
σήματος
προκαλείται από τη
ροπή των F

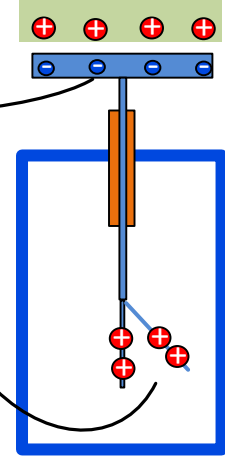


Πλησιάζουμε το φορτισμένο υλικό κοντά
στο δίσκο του ηλεκτροσκοπίου



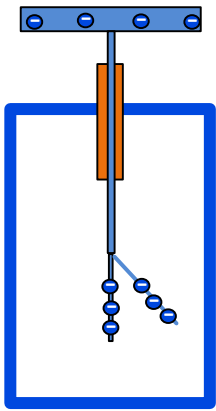
Αφόρτιστο
ηλεκτροσκόπιο

Ηλεκτρόνια
έλκονται στον
μεταλλικό δίσκο
...έτσι δημιουργείται
έλλειψη ηλεκτρονίων,
δηλ θετικό φορτίο,
εμφανίζεται στα
μεταλλικά φύλλα που
απωθούνται



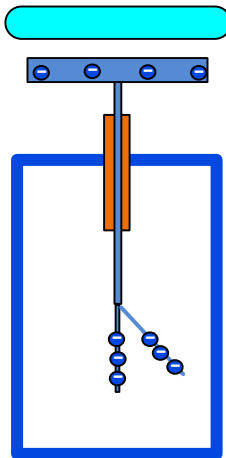
Εύρεση φορτίου με το ηλεκτροσκόπιο

Φορτίζουμε αρνητικά
το ηλεκτροσκόπιο



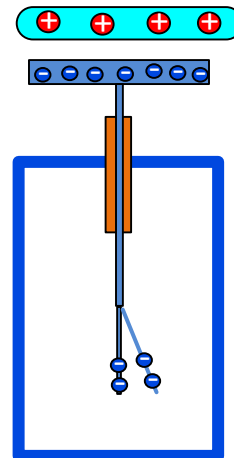
Πλησιάζουμε στο δίσκο

Αφόρτιστη ράβδος



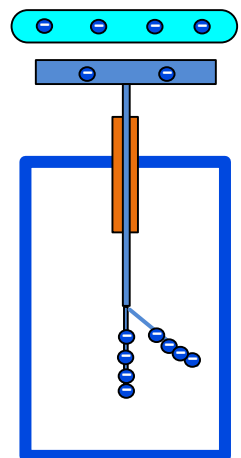
Καμμία αλλαγή στη
κατανομή του φορτίου
στο ηλεκτροσκόπιο

Θετικά
φορτισμένη
ράβδος



Ηλεκτρόνια έλκονται στο
δίσκο και απομένουν γότερα
ηλεκτρόνια στα φύλλα που
πλησιάζουν περισσότερο
(μικρότερη άπωση)

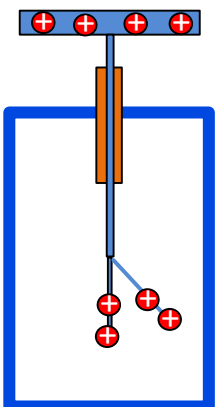
αρνητικά
φορτισμένη
ράβδος



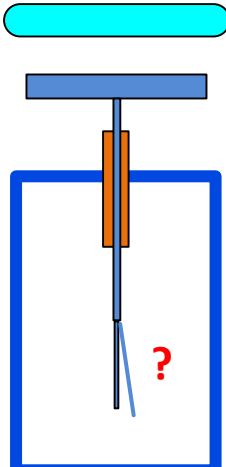
Ηλεκτρόνια απωθούνται από το
δίσκο και συσσωρεύονται
περισσότερα ηλεκτρόνια στα
φύλλα που απωθούνται
περισσότερο (μεγαλύτερη άπωση)

Να βρείτε τι θα συμβεί αν το ηλεκτροσκόπιο είναι θετικά φορτισμένο

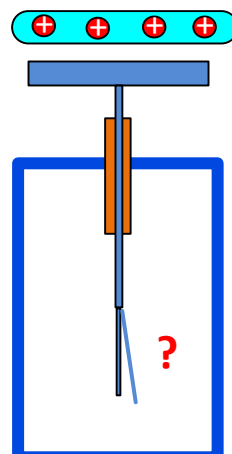
Φορτίζουμε θετικά το
ηλεκτροσκόπιο



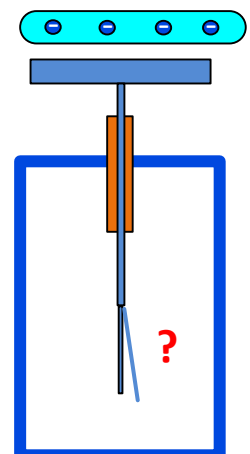
Αφόρτιστη ράβδος



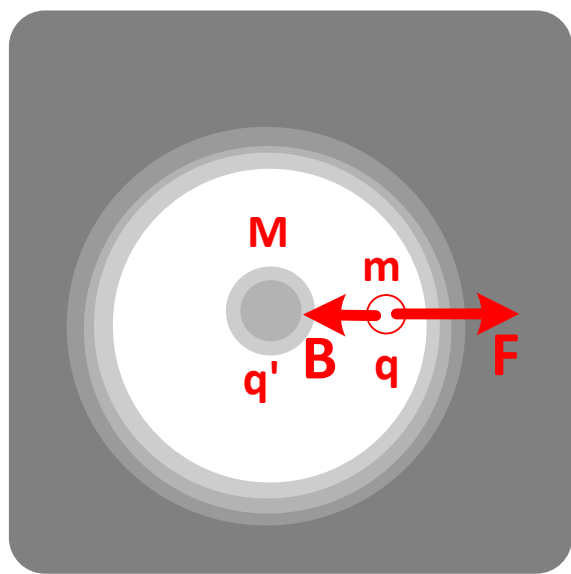
θετικά φορτισμένη
ράβδος



αρνητικά
φορτισμένη ράβδος



Τι θα συμβεί αν η φορτισμένη ράβδος ακομπούσε το δίσκο του ηλεκτροσκοπίου στα
παραπάνω παραδείγματα



Ηλεκτρικό πεδίο φορτίου q'

και

βαρυτικό πεδίο Μάζας M

είναι μία διαταραχή στο χώρο που το περιβάλλει και ασκεί δυνάμεις σε άλλες μάζες και φορτία, αντίστοιχα .

Ένταση Βαρυτικού πεδίου g_P

$$g_P = \frac{F}{m} \quad g = G \frac{M}{r^2} \quad g_P = -G \frac{M}{r^2} \hat{r}$$

μοναδιαίο δυνάμυσμα \hat{r}

Η γνώση της Έντασης g του Βαρυτικού πεδίου σε κάθε σημείο του πεδίου P χρησιμεύει στην εύρεση της F σε κάθε μάζα m που θα βρεθεί στο P

Αντί να λέμε η M ασκεί δύναμη F στην m



και ότι το πεδίο g_P ασκεί στη μάζα m δύναμη $F = mg_P$

$$B = m g_P$$

Το ηλεκτρικό πεδίο ορίζεται από

Το δοκιμαστικό φορτίο q δεν πρέπει να επηρεάζει το ηλεκτρικό πεδίο του q' .

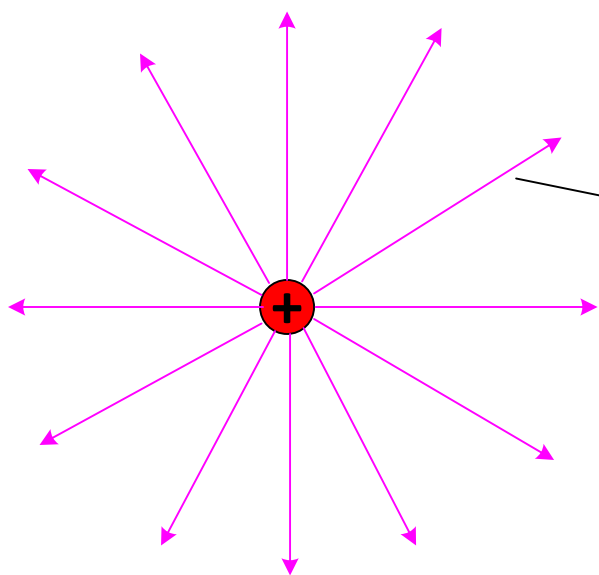
$$E = F/q \quad F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q' q}{r^2} \hat{r}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q'}{r^2} \hat{r}$$

Το ηλεκτρικό πεδίο είναι ανεξάρτητο από το δοκιμαστικό φορτίο q .

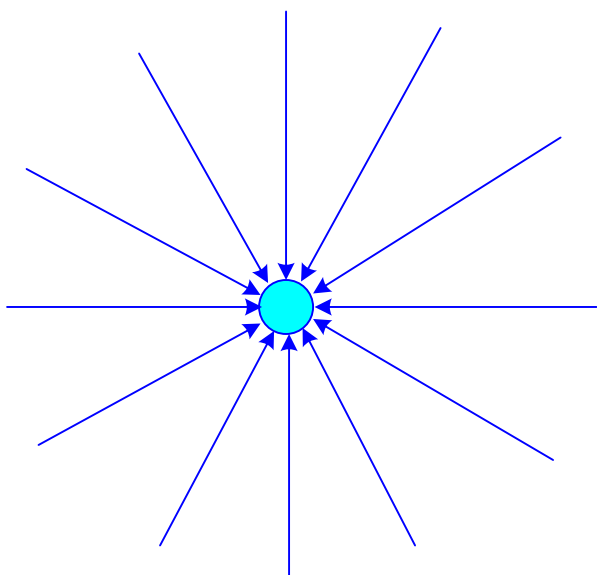
Το πρόσημο του E είναι το ίδιο με του φορτίου q'

Πηγή

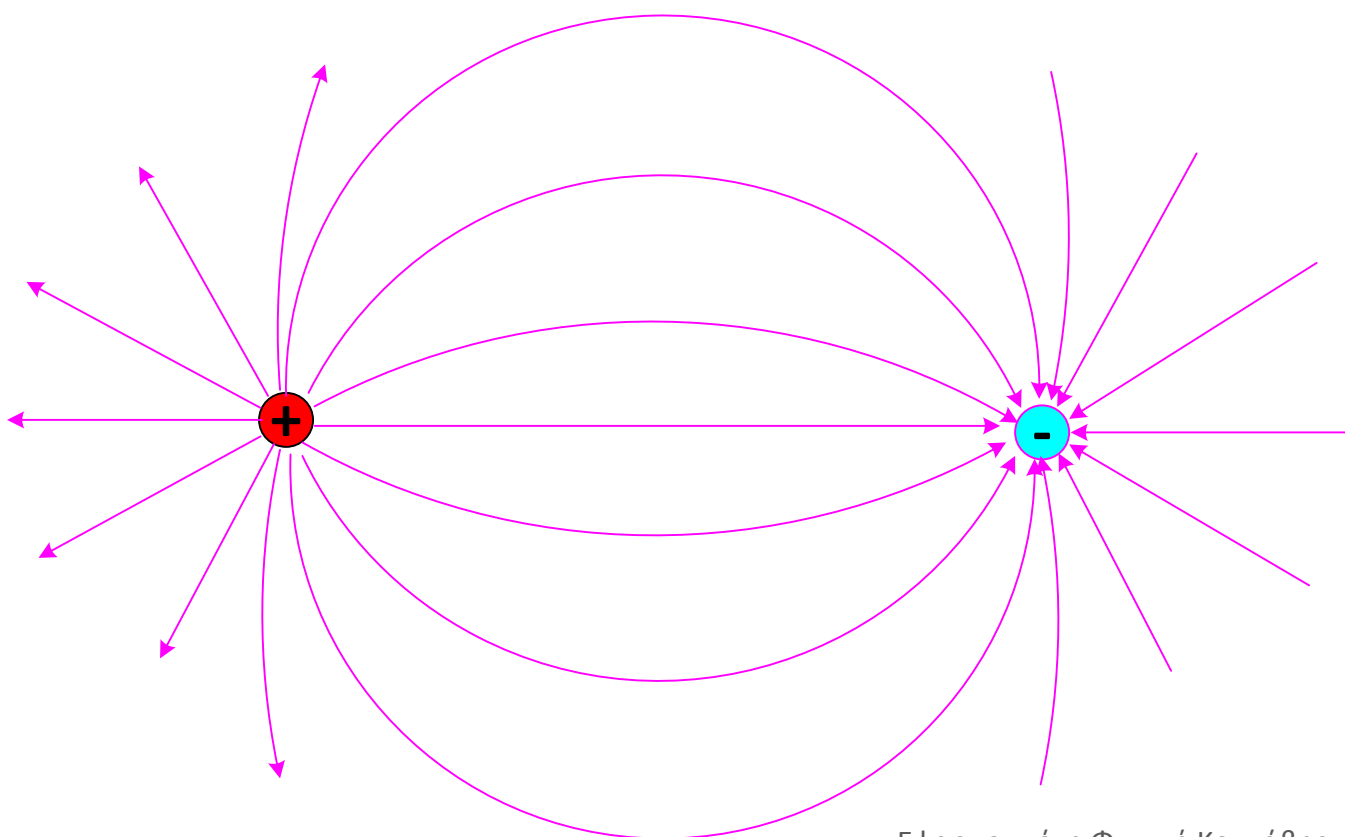


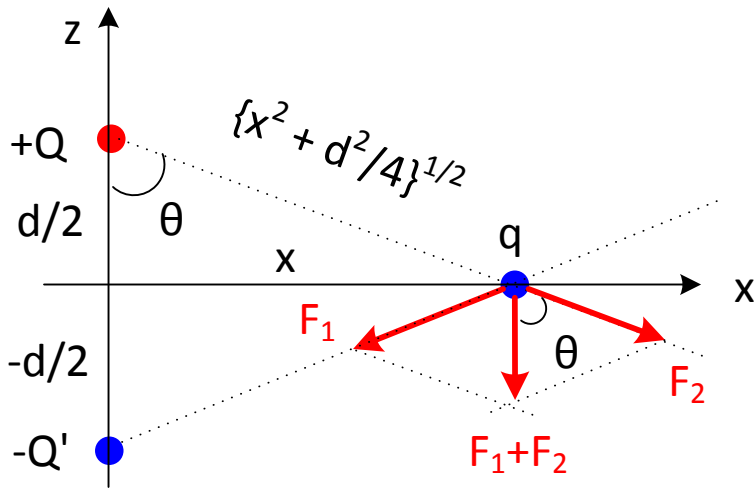
Δυναμική γραμμή.
Σε κάθε σημείο της το ηλεκτρικό πεδίο είναι εφαπτόμενο

Εκβολή



Αρχίζουν από θετικά φορτία και καταλήγουν σε αρνητικά.





Να βρεθεί η συνολική δύναμη που ασκείται στο q

$$Q = Q'$$

$$F_1 = F_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q Q}{x^2 + d^2/4}$$

$$F_z = - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q Q}{x^2 + d^2/4} \cos\theta = - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q Q}{x^2 + d^2/4} \cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{d/2}{\sqrt{x^2 + d^2/4}}$$

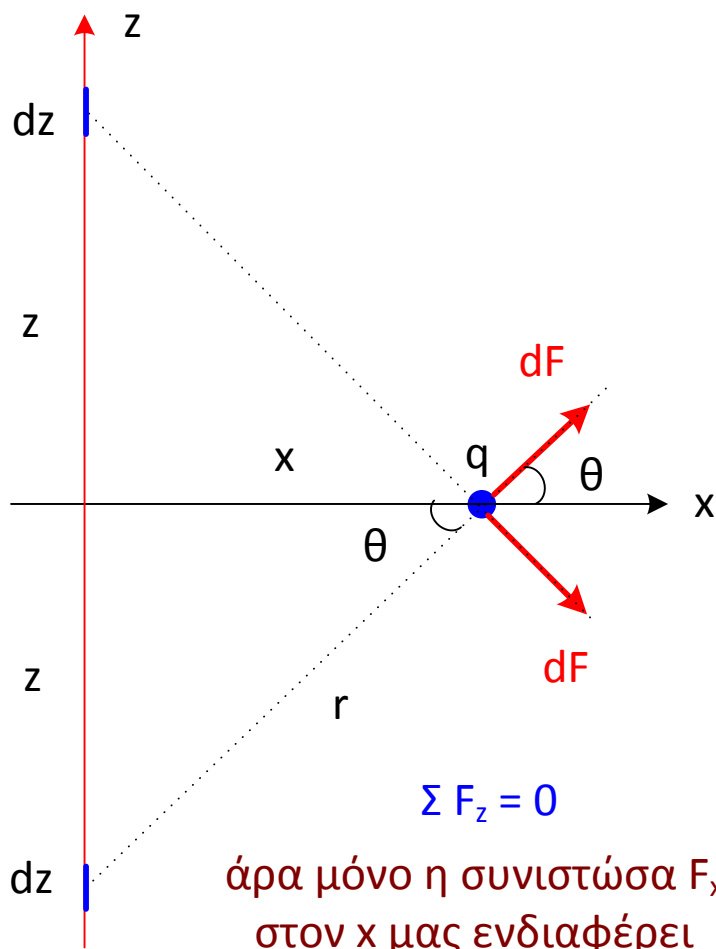
$$F_z = - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q Q d}{\{x^2 + d^2/4\}^{3/2}}$$

Εαν $x \rightarrow \infty$

$x \gg d$

τότε $\{x^2 + d^2/4\}^{3/2} \sim x^3$

F_z ανάλογο του $1/x^3$



Φορτίο είναι ομοιόμορφα
κατανεμημένο σε ευθεία
μακριά γραμμή με
κατανομή λ Coulomb/m

Να βρεθεί η συνολική
δύναμη που ασκείται στο q.

$$\lambda = \frac{dQ}{dz}$$

$$\Sigma F_z = 0$$

άρα μόνο η συνιστώσα F_x
στον x μας ενδιαφέρει

$$dF = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q dQ}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q \lambda dz}{r^2}$$

$$dF_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q \lambda \cos\theta dz}{r^2}$$

$$F_x = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q \lambda \cos\theta dz}{r^2}$$

σύρμα

$$z = x \tan\theta$$

$$dz = x \sec^2\theta d\theta$$

$$\sec\theta = 1/\cos\theta = r/x$$

$$r = x \sec\theta$$

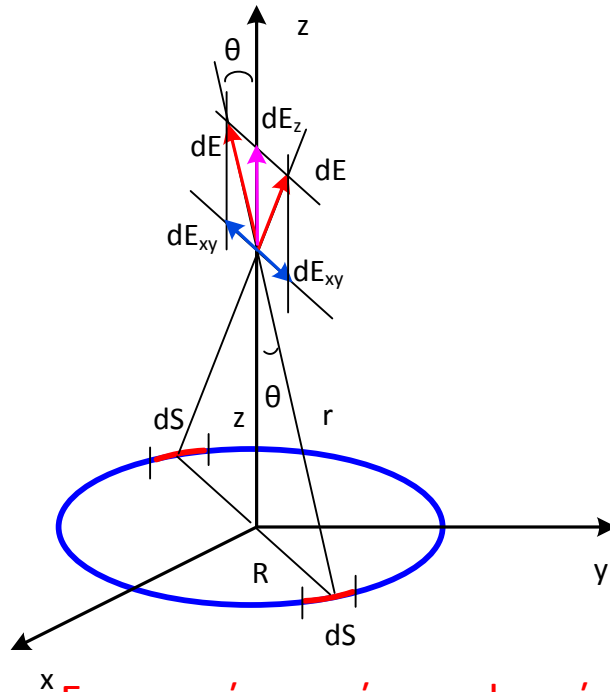
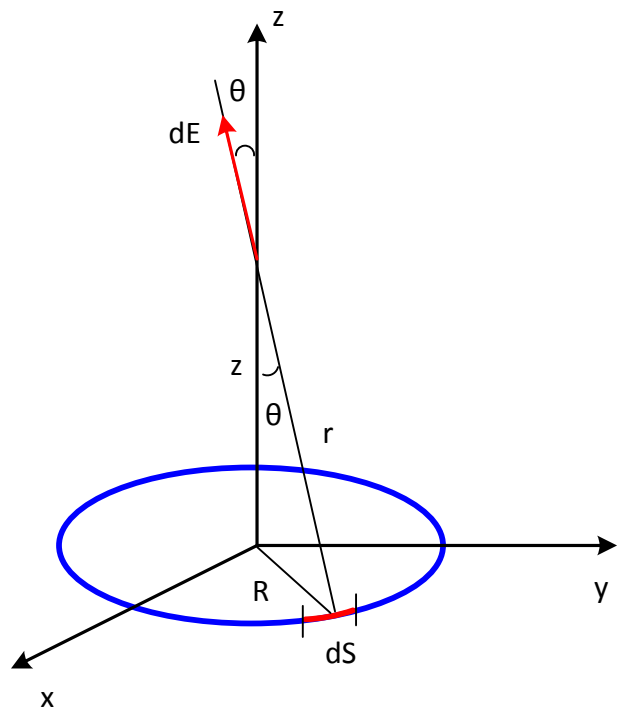
$$F_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q \lambda}{x} \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos\theta d\theta \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos\theta d\theta = [\sin\theta]_{-\pi/2}^{+\pi/2} = 2$$

$$F_x = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{q \lambda}{x}$$

F_x ανάλογο του $1/x$

$$E_x = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{x}$$

Φορτίο είναι ομοιόμορφα κατανεμμένο σε λεπτό γυάλινο δακτύλιο. Να βρεθεί ηλεκτρικό πεδίο στον άξονα z.



Γραμμική πυκνότητα φορτίου

$$\lambda = \frac{dq}{ds} = \frac{Q}{2\pi R}$$

$$dq = Q/(2\pi R)ds$$

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q ds}{2\pi R} \frac{1}{z^2+R^2}$$

Κατά το άξονα z

$$dE_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q ds}{2\pi R} \frac{\cos\theta}{z^2+R^2}$$

$$E_z = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{2\pi R} \frac{\cos\theta}{z^2+R^2} ds$$

κύκλος

$$\cos\theta = z/(z^2+R^2)^{1/2}$$

$$E_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{2\pi R} \frac{\cos\theta}{z^2+R^2} \int ds$$

κύκλος
2πR

$$E_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q \cos\theta}{z^2+R^2}$$

Εαν $z=0$ τότε $E_z=0$

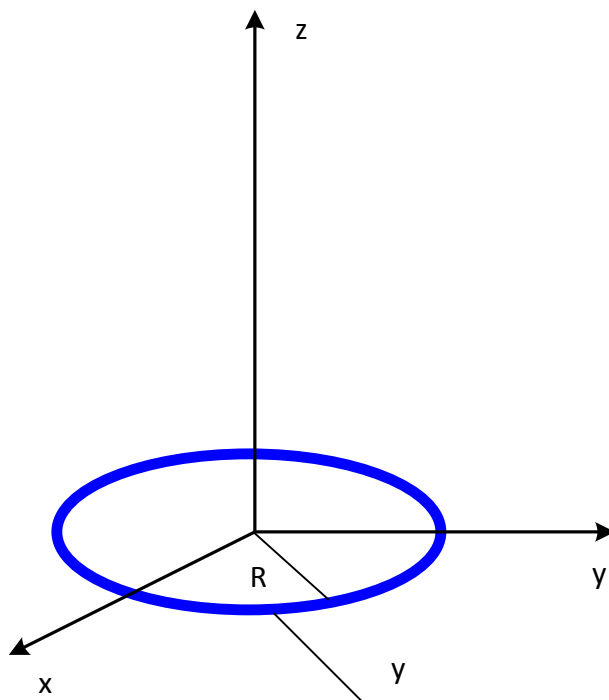
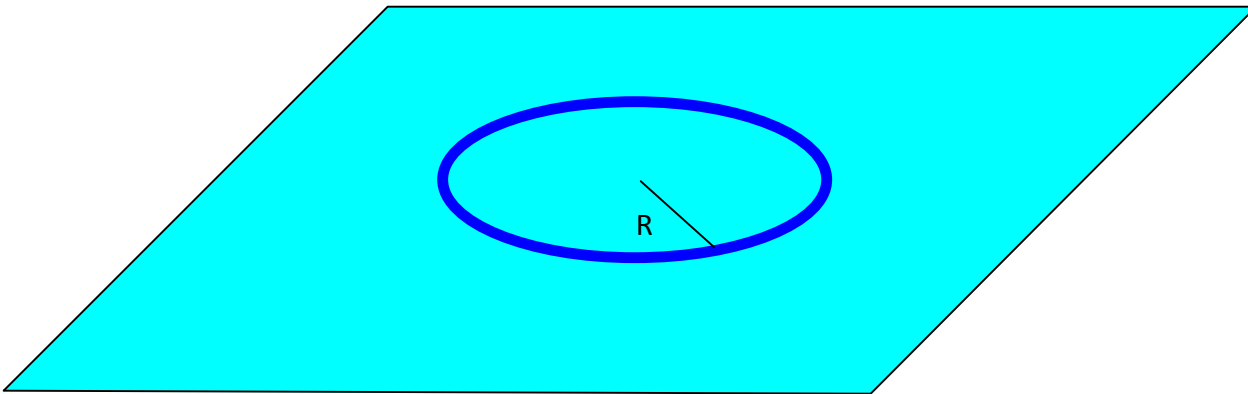
$$E_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q z}{\{z^2+R^2\}^{3/2}}$$

Για $z \gg R$ τότε E_z ανάλογο του $1/z^2$

όπως σημεικού φορτίου

Φορτίο είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο σε μεγάλο επίπεδο φύλλο χαρτιού.

Να βρεθεί ηλεκτρικό πεδίο .



Επιφανειακή
πυκνότητα φορτίου

$$\sigma = \frac{dq}{dS} = \frac{Q}{S}$$

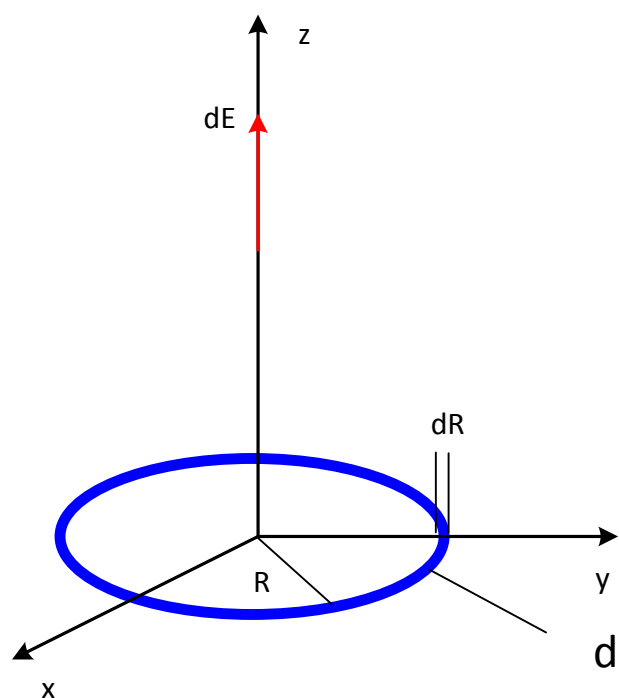
$$dQ = (2\pi R dR) \sigma$$

|
dS

Φορτίο είναι ομοιόμορφα
κατανεμημένο σε μεγάλο
(απείρων διαστάσεων)
επίπεδο φύλλο χαρτιού.

Να βρεθεί ηλεκτρικό πεδίο .

Επομένως άθροισμα πολλών
(απείρων) δακτυλίων μας
δημιουργεί το μεγάλο
(άπειρο) επίπεδο φύλλο



Ηλεκτρικό
πεδίο
δακτυλίου

$$dQ = (2\pi R dR) \sigma$$

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\pi R \sigma z dR}{\{z^2 + R^2\}^{3/2}}$$

$$E = \frac{2\pi\sigma z}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{+\infty} \frac{R dR}{\{z^2 + R^2\}^{3/2}}$$

$$u = R^2 \quad du = 2R dR \quad R dR = 1/2 du$$

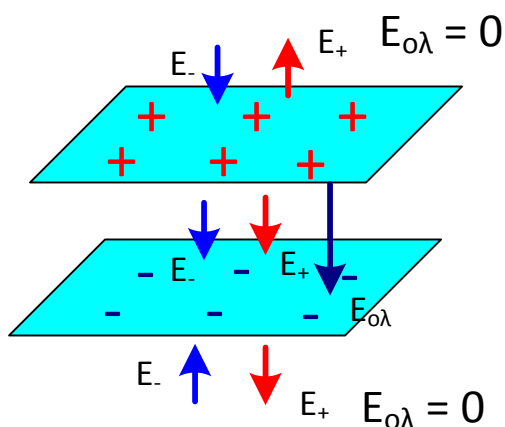
$$\int_0^{+\infty} \frac{R dR}{\{z^2 + R^2\}^{3/2}} = \int_0^{+\infty} \frac{1/2 du}{\{z^2 + u\}^{3/2}} = \left[\frac{-1}{\{z^2 + u\}^{1/2}} \right]_0^{+\infty} = 1/z$$

$$E = \frac{2\pi\sigma z}{4\pi\epsilon_0} \cdot 1/z = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{z}$$

E ανεξάρτητο από
την απόσταση

Το ηλεκτρικό πεδίο από 2 επίπεδες
αντίθετα φορτισμένες πλάκες.



Μόνο ανάμεσα σε 2 πλάκες το
ηλεκτρικό πεδίο δεν είναι μηδέν

$$E_{ολ} = E_+ + E_- = 2 \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$