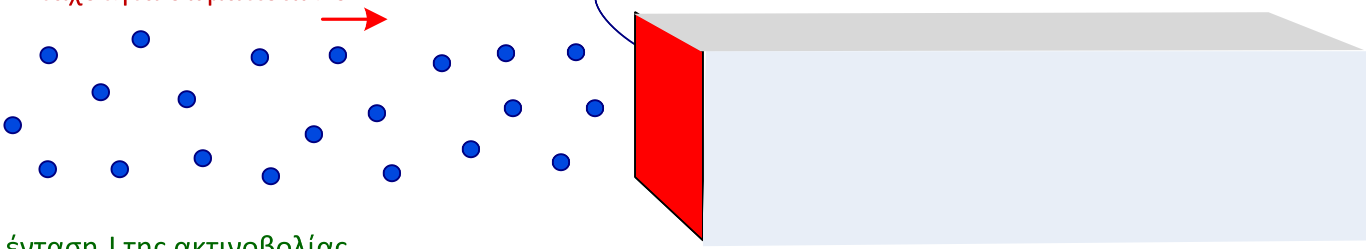
Ηλεκτρική ροή

Θα εξετάσουμε πρώτα την ένοια της ροής (π.χ. σωματιδίων) από μια επιφάνεια S

ταχύτητα σωματιδίων υ

Επιφάνεια S κάθετη στη ροή ή ταχύτητα των σωματιδίων

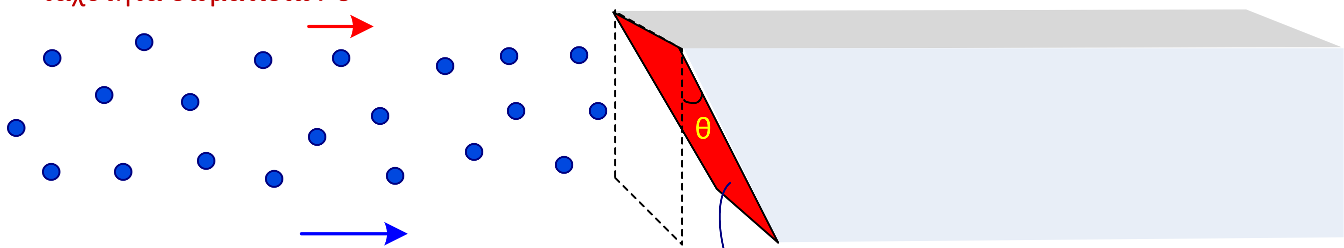


Η ένταση J της ακτινοβολίας σωματιδίων ΔΝ ανά χρόνο Δt και επιφάνεια ΔS

$$J = \frac{\Delta N}{\Delta S\ \Delta t}$$

Ο συνολικός αριθμός σωματιδίων Ν που διέρχεται-ρέει από την επιφάνεια S_κ σε χρόνο Δt είναι $N = J\,S_\kappa$

ταχύτητα σωματιδίων **υ**



Η ένταση **J** της ακτινοβολίας όμως είναι διάνυσμα παράλληλο της ταχύτητας **υ** **J**

Επιφάνεια S σχηματίζει γωνία θ με την κάθετη επιφάνεια S_κ

Γιατί $\mathbf{J} = \mathbf{u}\,n$

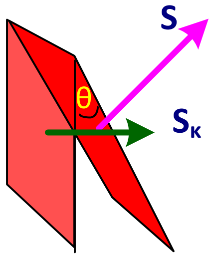
Απόδειξη:

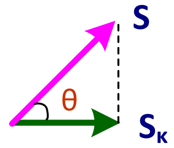
Συγκέντρωση των σωματιδίων είναι: n=ΔΝ/ΔV=ΔΝ/(ΔS Δx)

υ n = ΔΝ/(ΔS Δx) = (Δx/Δt) ΔΝ/(ΔS Δx) = ΔΝ/(ΔS Δt) = J

Ο συνολικός αριθμός σωματιδίων Ν που διέρχεται-ρέει, δηλ η ροή Φ, από την πλάγια επιφάνεια S σε χρόνο Δt είναι και πάλι Ν $N = J\,S_\kappa$ Και όχι $N = J\,S$

Αλλά διάνυσμα είναι και η **S** και η κάθετη επιφάνεια $\mathbf{S_K}$ που ορίζονται να είναι πάντα κάθετη επιφάνεια S και S_κ



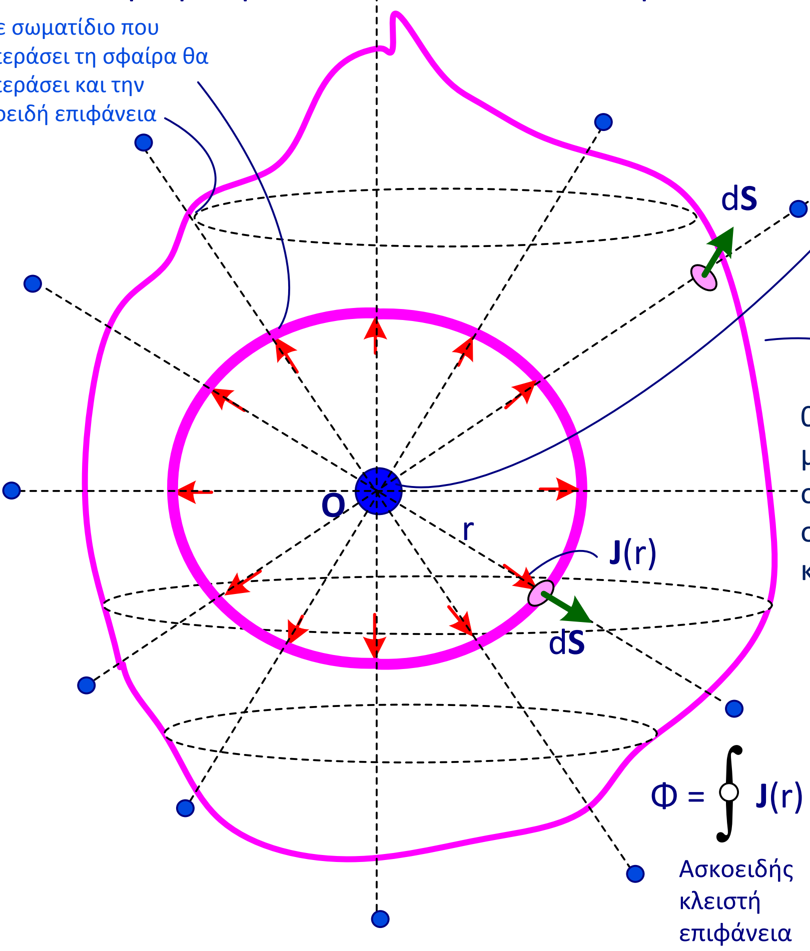


$$\Phi = \mathbf{J}\cdot\mathbf{S} = J\,\underbrace{S\cos\Theta}_{S_K} = J\,S_K = N$$

Επομένως η συνολική ροή Φ των σωματιδίων Ν (που είναι μονόμετρο μέγεθος) θα είναι το εσωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων **J** επί **S**

Εκροή σωματιδίων από κάποιο κέντρο Ο

Κάθε σωματίδιο που διαπεράσει τη σφαίρα θα διαπεράσει και την ασκοειδή επιφάνεια



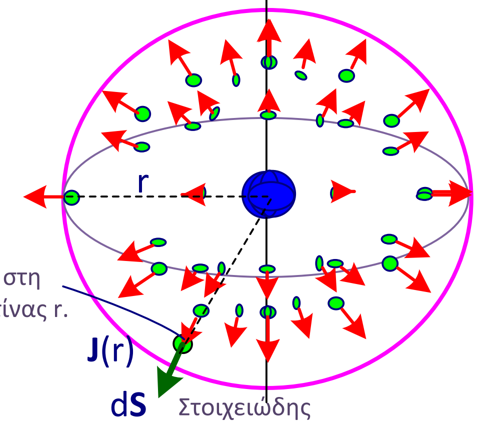
Πηγή σωματιδίων εκπέμπει αυτά τα σωματίδια ακτινικά και ομοιόμορφα προς όλες τις διευθύνσεις και διαπερνά οποιαδήποτε κλειστή επιφάνεια, όπως σφαίρα ή ασκοειδής κλειστή επιφάνεια (σακούλι κλειστό).

$$\mathbf{J}(r) = \frac{N/(\Delta t)}{S_{\text{σφαίρας ακτίνας } r}}$$

Ο συνολικός αριθμός σωματιδίων Ν που εκπέμπονται ανά μονάδα χρόνου από ένα κέντρο (πηγή σωματιδίων) ακτινικά και ομοιόμορφα προς όλες διευθύνσεις θα διαπεράσει οποιαδήποτε κλειστή επιφάνεια, όπως σφαίρα ή ασκοειδής κλειστή επιφάνεια (σακούλι κλειστό).

$$\Phi = \oint_{\text{σφαίρας}} \mathbf{J}(r)\ d\mathbf{S} = J(r)\,S_{\text{σφαίρας}} = N$$

$$\Phi = \oint_{\text{Ασκοειδής κλειστή επιφάνεια}} \mathbf{J}(r)\ d\mathbf{S} = N$$



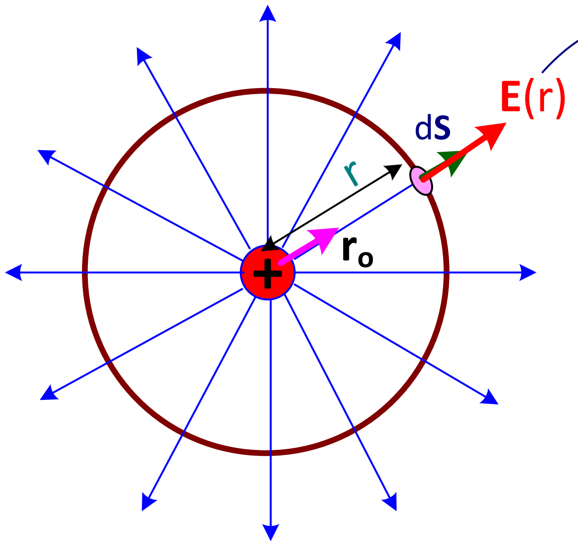
Η ένταση της ακτινοβολίας στη επιφάνεια της σφαίρας ακτίνας r.

Στοιχειώδης επιφάνεια dS

Αφού η συνολική ροή Φ των σωματιδίων που θα διαπεράσουν οποιαδήποτε κλειστή επιφάνεια που περικλείει τη πηγή των σωματιδίων είναι σταθερή ίση με το συνολικό αριθμό εκπεμπόμενων σωματιδίων ανά μονάδα χρονου, τα παρπάνω ολοκληρώματα της Φ δεν χρειάζεται να τα υπολογίσουμε γιατί όλα δίνουν τον αριθμό Ν.

Το ηλεκτρικό πεδίο E σημειακού θετικού φορτίου Q σε απόσταση r....

...είναι ακτινικό από το φορτίο Q προς τη περιφέρεια σφαίρα ακτίνας r



Η σταθερά του Coulomb

$$\mathbf{E}(r) = \overbrace{\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}}^{K}\,\frac{Q}{r^2}\,\mathbf{r}_o$$

Μοναδιαίο διάνυσμα

Μπορεί να γραφεί στη μορφή

$$\mathbf{E}(r) = \frac{1}{4\pi r^2}\,\frac{Q}{\varepsilon_o}\,\mathbf{r}_o \qquad \mathbf{E}(r)\,\underbrace{4\pi r^2}_{} = \frac{Q}{\varepsilon_o}\,\mathbf{r}_o$$

Η επιφάνεια $S_{\sigma\varphi}$ της σφαίρας ακτίνας r είναι $4\pi r^2$

$$\frac{Q}{\varepsilon_o} = \underbrace{E(r)\,4\pi r^2}_{} = E(r)\,S_{\Sigma\varphi\alpha\acute{\iota}\rho\alpha\varsigma} = \oint_{\sigma\varphi\alpha\acute{\iota}\rho\alpha\varsigma} \mathbf{E}(r)\;d\mathbf{S} = \Phi$$

Το Φ είναι η συνολική ηλεκτρική ροή της έντασης E του ηλεκτρικού πεδίου διαμέσου της σφαίρας

Αυτό το γινόμενο μπορεί να προκύψει από το κλειστό ολοκλήρωμα του E στην επιφάνεια της σφαίρας ακτίνας r

Άρα η συνολική ηλεκτρική Φ είναι

$$\Phi = \oint_{\sigma\varphi\alpha\acute{\iota}\rho\alpha\varsigma} \mathbf{E}(r)\;d\mathbf{S} = \frac{Q}{\varepsilon_o}$$

Η συνολική ηλεκτρική ροή Φ είναι σταθερά ανεξάρτητη της ακτίνας r της σφαίρας

Όπως στην ανάλογη περίπτωση της ακτινοβολίας σωματιδίων διαμέσου κλειστή επιφάνειας που περικλύει τη πηγή των σωματιδίων

$$\Phi = \oint_{\sigma\varphi\alpha\acute{\iota}\rho\alpha\varsigma} \mathbf{J}(r)\;d\mathbf{S} = N$$

Το ρόλο της συνολικής ροής Φ των σωματιδίων N παίζει ο σταθερός λόγος Q/ε_o.

Το ρόλο της έντασης **J**(r) της ακτινοβολίας παίζει η ένταση **E**(r) του ηλεκτρικού πεδίου.

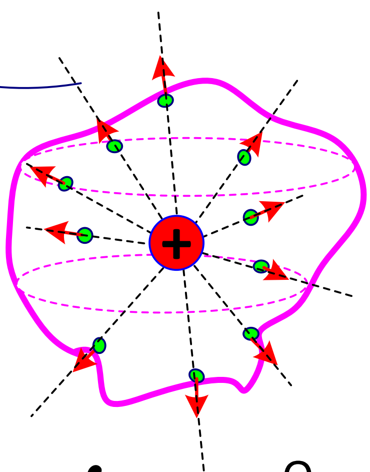
Τι μπορούμε όμως να θεωρήσουμε ότι ρέει από το κέντρο της σφαίρας που είναι το σημειακού θετικού φορτίο Q στην περίπτωση του ηλεκτρικού πεδίου?

Αφου $E(r) = \dfrac{1}{4\pi r^2}\,\dfrac{Q}{\varepsilon_o}$ που γράφεται $E(r) = \dfrac{Q/\varepsilon_o}{S_{\sigma\varphi\alpha\acute{\iota}\rho\alpha\varsigma\ \alpha\kappa\tau\acute{\iota}\nu\alpha\varsigma\ r}}$

Δηλ φαίνεται ότι η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου είναι συνολική ροή από σημειακό φορτίο Q της ποσότητας Q/ε_o δια τη σφαιρική επιφάνεια που διαπερνά

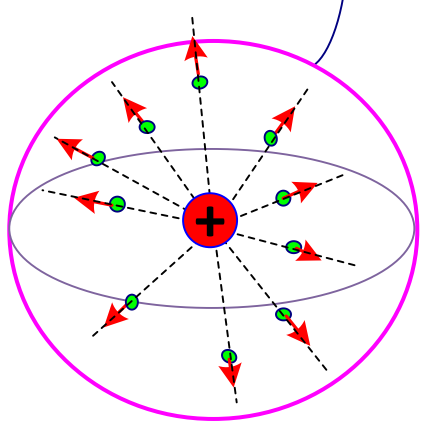
Σε αναλογία με την J(r) $\quad \mathbf{J}(r) = \dfrac{N/(\Delta t)}{S_{\sigma\varphi\alpha\acute{\iota}\rho\alpha\varsigma\ \alpha\kappa\tau\acute{\iota}\nu\alpha\varsigma\ r}}$

Όπου Θεωρούμε ότι το Q/ε_o παριστάνει αριθμητικά το σταθερό σύνολο των ηλεκτρικών δυναμικών γραμμών του ηλεκετρικού πεδίου που εκρρέουν από το φορτίο ανά σφαιρική επιφάνεια.



$$\Phi = \oint_{\text{Τυχαία κλειστή επιφάνεια}} \mathbf{E}(r)\;d\mathbf{S} = \frac{Q}{\varepsilon_o}$$

Νόμος Gauss



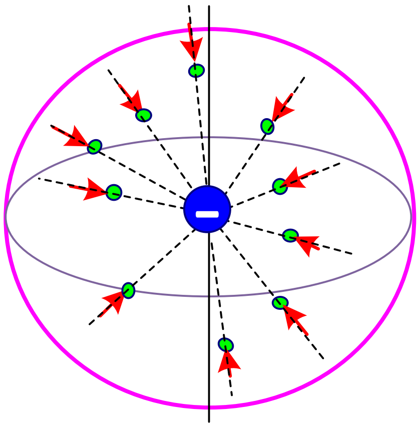
$$\Phi = \oint_{\sigma\varphi\alpha\acute{\iota}\rho\alpha\varsigma} \mathbf{E}(r)\;d\mathbf{S} = \frac{Q}{\varepsilon_o}$$

Επομένως η συνολική ροή Φ παριστάνει το συνολικό αριθμό των δυναμικών γραμμών που πηγάζουν από το θετικό φορτίο Q που παριστάνεται αριθμητικά από το λόγο Q/ε_o και επομένως είναι ανάλογος του φορτίου Q

Άρα η πυκνότητα των δυναμικών γραμμών μπορεί έτσι να παριστάνει την ένταση του E

Επομένως η συνολική ηλεκτρική ροή είναι σταθερή ανεξάρτητη της κλειστής επιφάνειας

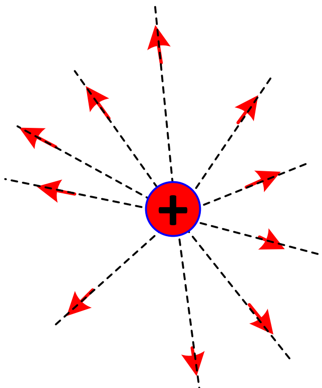
Στη περίπτωση αρνητικού σημειακού φορτίου -Q

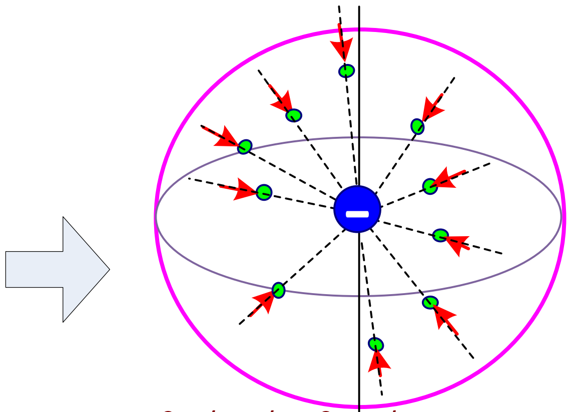


Σε αυτή τη περίπτωση η οι δυναμικές γραμμές αντιστρέφονται και εκβάλουν στο αρνητικό φορτίο -Q, το οποίο γίνεται καταβόθρα δυναμικών γραμμών.

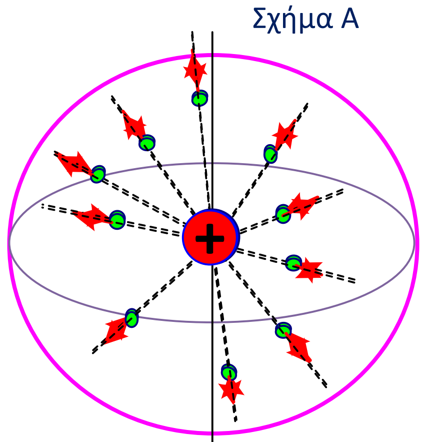
Επομένως η συνολική ροή Φ παριστάνει το συνολικό αριθμό των δυναμικών γραμμών που εκβάλουν στο αρνητικό φορτίο -Q που παριστάνεται αριθμιτικά από το λόγο $-Q/\varepsilon_o$ και επομένως είναι ανάλογος του φορτίου Q

$$\Phi = \oint_{\text{σφαίρας}} \mathbf{E}(r)\, d\mathbf{S} = \frac{-Q}{\varepsilon_o} < 0 \qquad \Phi_{o\lambda} = \oint_{\text{σφαίρας}} \mathbf{E}(r)\, d\mathbf{S} = \frac{+Q-Q}{\varepsilon_o} = 0$$





Σχήμα Α



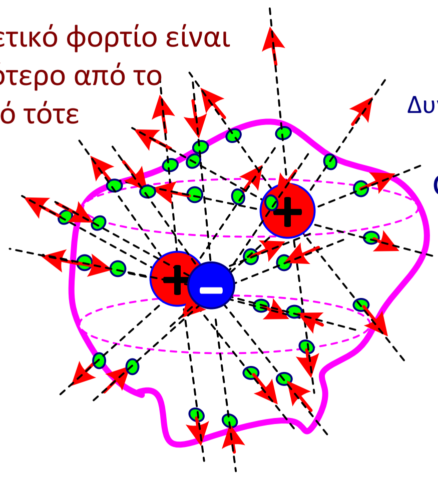
Αν μεταφέρω και τοποθετήσω ίσο θετικό φορτίο στο εσωτερικό της σφαίρας με το αρνητικό φορτίο τότε η συνολική ηλεκτρική ροή γίνεται 0.

Το ηλεκτρικό πεδίο του θετικού φορτίου +Q αντισταθμίζεται πλήρως από το ηλεκτρικό πεδίο του -Q

Ο συνολικός αριθμός ηλεκτρ. δυν γραμμών που εκβάλουν στο -Q ισούται με τον συνολικό αριθμό ηλεκτρ. δυν γραμμών που εκκρέουν από το +Q.

Επομένως όταν το συνολικό φορτίο που περιέχεται στο εσωτερικό κλειστής επιφάνειας είναι μηδέν, ΣQ=0, τότε η συνολική ηλεκτρ ροή είναι Φολ=0

Αν το θετικό φορτίο είναι περισσότερο από το αρνητικό τότε



Δυναμικές γραμμές που εξέρχονται $(2Q/\varepsilon_o)$ - Δυναμικές γραμμές που εξέρχονται (Q/ε_o) = Q/ε_o

$$\Phi_{o\lambda} = \oint_{\text{Τυχαία κλειστή επιφάνεια}} \mathbf{E}(r)\, d\mathbf{S} = \frac{+2Q-Q}{\varepsilon_o} = \frac{+Q}{\varepsilon_o}$$

Γενικά

$$\Phi_{o\lambda} = \oint_{\text{Τυχαία κλειστή επιφάνεια}} \mathbf{E}(r)\, d\mathbf{S} = \frac{\Sigma Q}{\varepsilon_o} = \frac{Q_{\text{εγκλεισμένο}}}{\varepsilon_o}$$

Το συνολικό εγκλεισμένο φορτίο στη κλειστή επιφάνεια

Η ηλεκτρική ροή διαμέσου οποιασδήποτε <u>κλειστής</u> μαθηματικής επιφάνειας που περικλείει συνολικό φορτίο Q είναι: $\Phi = Q/\varepsilon_o$

$$\Phi = \oint E\cos\theta\, dS = Q/\varepsilon_o$$

Νόμος Gauss

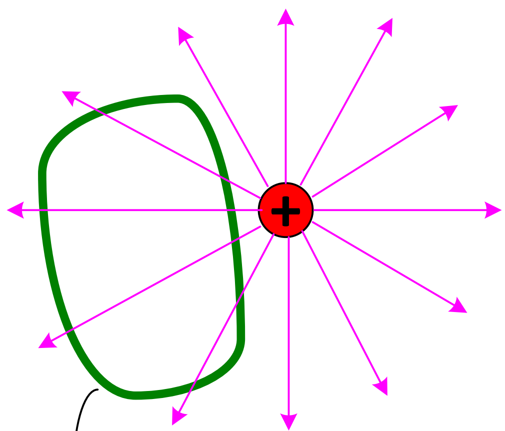
αυτό ισχύει για <u>κάθε</u> κατανομή φορτίου και <u>κάθε</u> κλειστή επιφάνεια που περικλείει όλα τα φορτία q_i

Αν q = 0

Αριθμός εισερχόμενων= Αριθμό εξερχόμενων ηλκτρ δυν. γραμμών

$$\Phi = n_{\varepsilon\iota\sigma} + n_{\varepsilon\xi} = 0$$

$$\oint E\cos\theta\, dS = 0$$

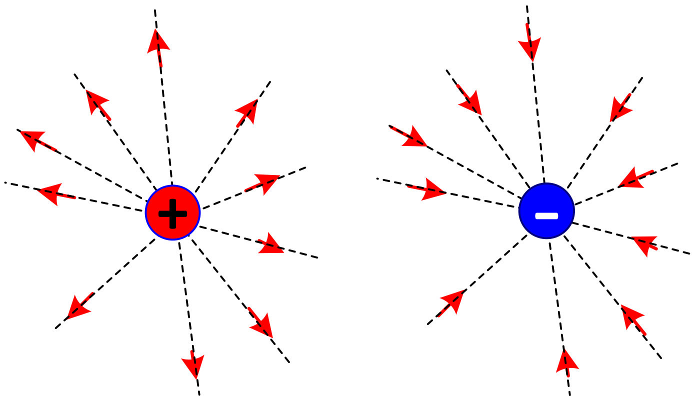


δεν περιέχει κανένα φορτίο

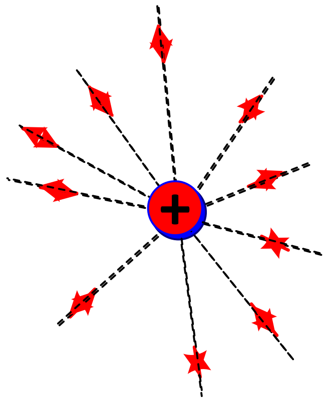
Αφού το συνολικό φορτίο στο σύμπαν είναι $Q_{Συμπαντος} = Σ(+Q) + Σ(-Q) = 0$ τότε

Πως δημιουργείται ηλεκτρικό πεδίο

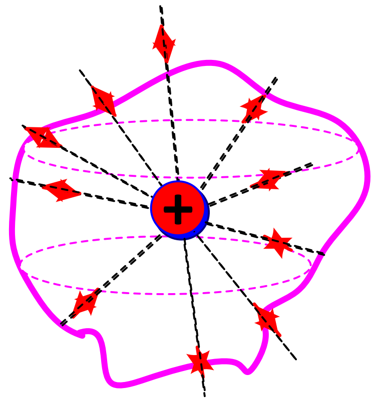
Έστω ότι έχω τα δύο ίσα και αντίθετα φορτία



Αν μετακινήσω τα 2 φορτία ώστε να ταυτίζονται, τότε τα 2 ηλεκτρικά πεδία τους αντισταθμίζονται και έχω E=0

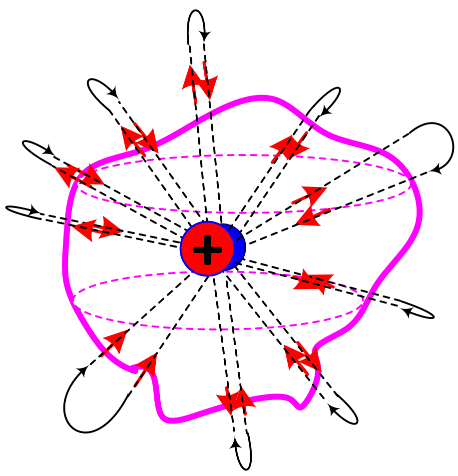


Έστω ότι τα παραπάνω ταυτιζόμανα φορτία τα τοποθετώ μέσα σε κλειστή επιφάνεια



Προφανώς η ηλεκτρική ροή διαμέσου της κλειστής επιφάνειας είναι Φ=0

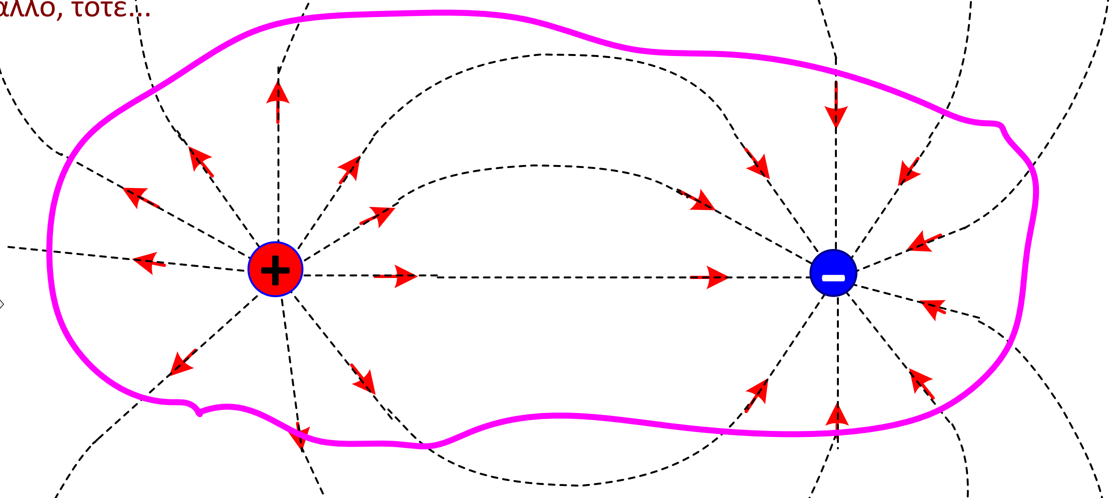
...αν μετατοπίσω το ένα φορτίο ως προς το άλλο, τότε...



...τότε σαν σύνολο ο αριθμός των ηλεκτρ δυν. γραμμών που τυχόν διαπερνούν προς τα έξω από την κλειστή επιφάνεια που περιβάλλει και τα 2 φορτία ισούται με αυτές που διαπερνούν προς τα μέσα ώστε η συνολική Φ=0.

...αν μετατοπίσω ακόμα πιο μακρυά το ένα φορτίο ως προς το άλλο, τότε...

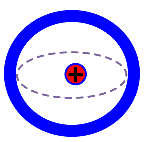
Έτσι το ηλεκτρικό πεδίο γύρω από το θετικό και αυτό γύρω από το αρνητικό φορτίο είναι τα γνωστά μας ακτινικά πεδία του θετικού και αρνητικού φορτίου, όμως κάθε γραμμή του θετικού φορτίου θα καταλήξει στο αρνητικό φορτίο



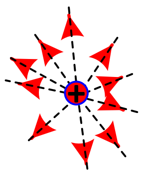
...τότε οι δυναμικές γραμμές που πηγάζουν από το θετικό φορτίο απλώνονται περισσότερο στο χώρο και τελικά καταλήγουν στο αρνητικό φορτίο. Έτσι το σύνολο ο αριθμός των ηλεκτρ δυν. γραμμών που τυχόν διαπερνούν προς τα έξω κάθε κλειστή επιφάνεια που περιβάλλει και τα 2 φορτία ισούται με αυτές που διαπερνούν προς τα μέσα ώστε η συνολική Φ=0.

Αυτό επιβάλει ότι οι δυν. γραμμές πηγάζουν από το θετικό φορτίο θα πρέπει να καταλήγουν οποσδήποτε στο αρνητικό φορτίο

Το παρπάνω σενάριο στη πραγματικότητα συμβαίνει στα ηλεκτρικά ουδέτερα άτομα, όπως στο απλούστερο άτομο του υδρογόνου

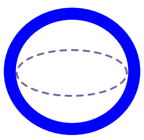


Που περιέχει το πρωτόνιο φορτίου Q=+e

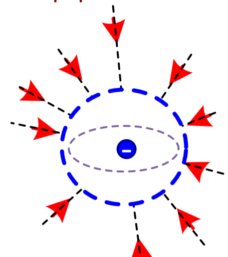


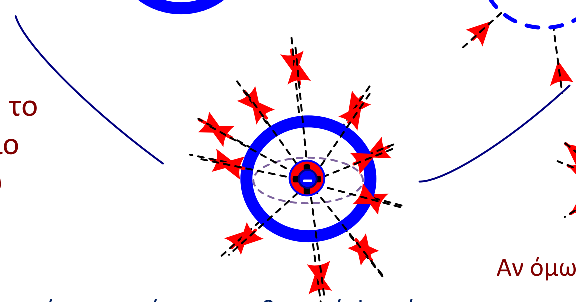
Με το ακτινικό το ηλεκτρικό πεδίο του σημειακού φορτίου +e

..και το ηλεκτρόνιο φορτίου q=-e στο σφαιρικό τροχιακό του

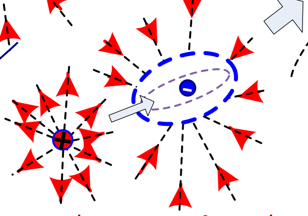


Το ηλεκτρόνιο δημιουργεί στο χώρο γύρω του έξω από το σφαίρικό τροχιακό του, ηλεκτρικό πεδίο ίδιο με σημειακού αρνητικού φορτίου -e τοποθετημένο στο κέντρο της σφαίρας

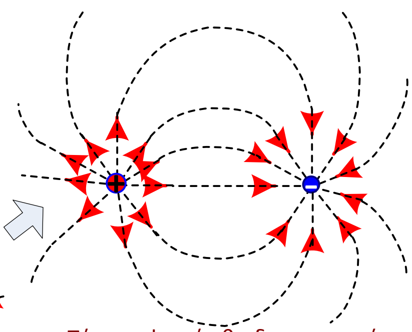




Στο άτομο του υδρογώνου το κέντρο του θετικού φορτίου (πρωτόνιο) συμπίπτει με το κέντρο του αρνητικού φορτίου (ηλεκτρόνιο). Έτσι το άτομο είναι ηλεκτρικό ουδέτερο, δηλ το ηλεκτρικό πεδίο είναι E=0 στο γύρω χώρο γιατί ηλεκτρ πεδίο του πρωτονίου αντισταθμίζεται από το ηλεκτρ πεδίο του ηλεκτρονίου.



Αν όμως ιονίσουμε το ηλεκτρόνιο



Τότε τα φορτία θα διαχωριστούν και θα δημιουργηθεί στο χώρο ηλεκτρικό πτεδίο ενός θετικού (πρωτόνιο) και ενός αρνητικού φορτίου (ηλεκτρόνιο)

Με το διαχωρισμό αυτό των φορτίων δημιουργούνται φορτία και όλα τα φαινόμενα του ηλεκτρισμού

Ο νόμος Gauss χρησιμοποιείται στον υπολογισμό του E κατανομής φορτίων με ***υψηλό βαθμό συμμετρίας***

Στρατηγική

Νόμος Gauss

$$\Phi_{o\lambda} = \oint \mathbf{E}(r)\, d\mathbf{S} = \frac{\Sigma q_i}{\varepsilon_o} = \frac{Q_{\varepsilon\gamma\kappa\lambda\varepsilon\iota\sigma\mu\acute{\varepsilon}\nu o}}{\varepsilon_o}$$

Τυχαία κλειστή επιφάνεια Gauss

Αφού αυτός ισχύει για <u>κάθε</u> κλειστή επιφάνεια Gauss που περικλείει όλα τα φορτία $\Sigma q_i = Q_{\varepsilon\gamma\kappa\lambda}$

Προσπαθώ να επιλέξω μια κατάλληλη συγκεκριμένη κλειστή επιφάνεια Gauss η οποία να περιέχει 2 ειδών επιφάνειες:

(1) επιφάνειες $S_{\kappa\alpha\theta}$ όπου το ηλεκτρικό πεδίο από συμμετρία είναι σταθερό E(r) = E και κάθετο στην επιφάνεια $\mathbf{E}\, d\mathbf{S} = E\, dS$

$$\Phi_{\kappa\alpha\theta} = \int_{S_{\kappa\alpha\theta}} \mathbf{E}(r)\, d\mathbf{s} = \int_{S_{\kappa\alpha\theta}} E(r)\, ds = E \int_{S_{\kappa\alpha\theta}} ds = E\, S_{\kappa\alpha\theta}$$

(2) και επιφάνειες S_π όπου το ηλεκτρικό πεδίο είναι ή 0 ή ενώ δεν είναι 0 και μπορεί να αλλάζει, αλλά είναι παράλληλο στις επιφάνειες αυτές έτσι ώστε: $\mathbf{E}(r)\, d\mathbf{s} = 0$

$$\Phi_\pi = \int_{S_\pi} \mathbf{E}(r)\, d\mathbf{s} = 0$$

Επομένως : $\Phi_{o\lambda} = Q_{\varepsilon\gamma\kappa\lambda}/\varepsilon_o$ $\quad \Phi_{o\lambda} = \Phi_{\kappa\alpha\theta} + \Phi_\pi$ $\quad E\, S_{K\alpha\theta} + 0 = Q_{\varepsilon\gamma\kappa\lambda}/\varepsilon_o$ Λύνωντας ως προς E το προσδιορίζω $\quad E = \dfrac{Q_{\varepsilon\gamma\kappa\lambda}}{\varepsilon_o\, S_{K\alpha\theta}}$

Τα βήματα

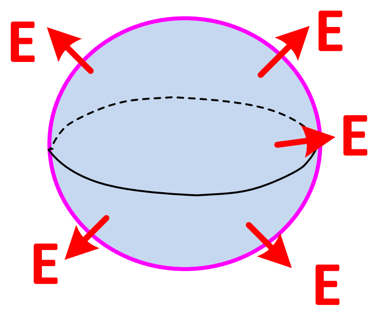
1. Προσδιορίζεται η φορά του E από τη συμμετρία που καθορίζεται από την κατανομή του φορτίου. Δηλ. ψάχνω να βρώ τα σημεία του χώρου όπου E είναι σταθερό

2. Επιλέγεται η κατάλληλη επιφάνεια Gauss που αποτελείται από τις $S_{\kappa\alpha\theta}$ ή/και S_π .

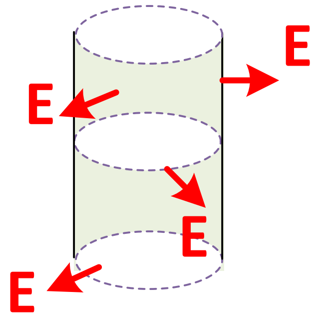
3. Υπολογίζεται το E από το νόμο του Gauss

Γενικά : Υπάρχουν ηλεκτρικά πεδία με 3 ειδών συμμετρίες

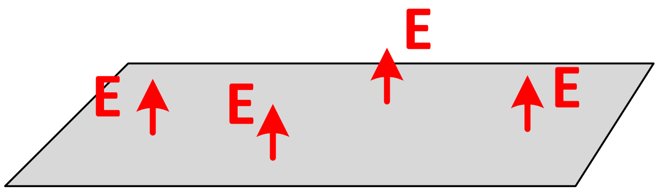
1. Σφαιρική συμμετρία όπου το ηλεκτρικό πεδίο **E**(r) είναι σταθερό σε μέτρο επάνω σε σφαιρική επιφάνεια.



2. Κυλινδρική συμμετρία όπου το ηλεκτρικό πεδίο **E**(r) είναι σταθερό σε μέτρο επάνω σε κυλινδρική επιφάνεια.



3. Επιφανειακή συμμετρία όπου το ηλεκτρικό πεδίο **E**(r) είναι σταθερό σε μέτρο επάνω σε επίπεδη επιφάνεια.



Εφαρμογές του νόμου του Gauss

Αν υποθέσουμε πως δεν γνωρίζαμε το νόμο του Coulomb, και έτσι δεν γνωρίζαμε πόσο είναι το ηλεκτρικό πεδίο σημειακού φορτίου.

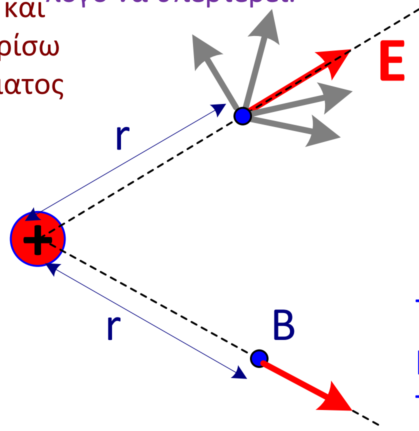
Όμως είχαμε επιβεβαιώσει πειραματικά ότι ισχύει ο νόμος του Gauss.

Ποιό είναι το διάνυσμα του ηλεκτρικού πεδίου σημειακού φορτίου?

1ο βήμα Προσδιορίζεται η φορά του E από τη συμμετρία που καθορίζεται από την κατανομή του φορτίου.

Απ όλες τις πιθανές διευθύνσεις καμμία δεν έχει κάποιο ιδιαίτερο λόγο να υπερτερεί.

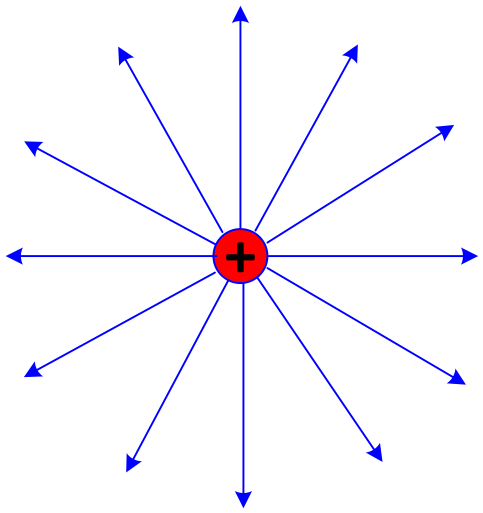
Έστω ένα τυχαίο σημείο A και θέλω να μαντέψω-προσδιορίσω τη διεύθυνση του διανύσματος του ηλεκτρικού πεδίου



Μόνο η ακτινική διεύθυνση φαίνεται να είναι μόνη κυρίαρχη και πιό πιθανή διεύθυνση να ευρίσκεται το E

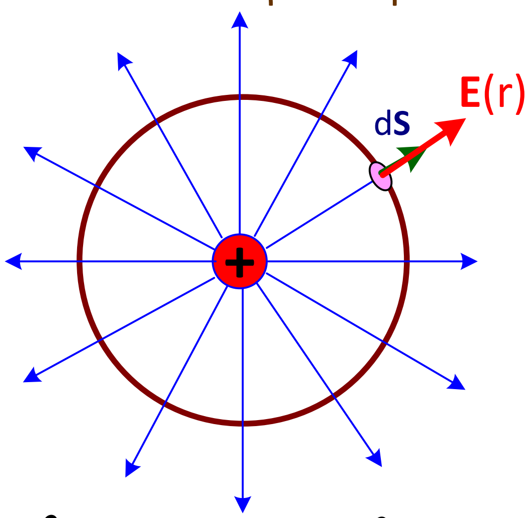
Έστω ότι έχω ένα σημειακό φορτίο +Q

Το ίδιο συμβαίνει και σε κάθε άλλο σημείο B και μάλιστα αν η απόσταση r είναι σταθερή το μέτρο του E πρέπει να ίδιο (γιατί δεν έχει κάποιο λόγο να είναι διαφορετικό)



Επομένως το ηλεκτρικό πεδίο σημειακού φορτίου έχει σφαιρική συμμετρία και το ηλεκτρικό πεδίο είναι ακτινικό με κέντρο το φορτίο .

2ο βήμα Επιλέγεται η κατάλληλη επιφάνεια Gauss που αποτελείται από τις $S_{καθ}$, $S_{π}$



Η κατάλληλη επιφάνεια Gauss όπου το E μπορεί να είναι κάθετο είναι σφαίρα ακτίνας r.

3ο βήμα Υπολογίζεται το E από το νόμο του Gauss

$$\oint_{\text{Σφαίρα}} E(r)\cos\theta\, dS = \underbrace{\oint_{\text{Σφαίρα}} E(r)\, dS}_{\text{πάντα } E \perp ds} = E \oint_{\text{Σφαίρα}} \underbrace{dS}_{4\pi r^2} = E(r)\, 4\pi r^2 = Q/\varepsilon_o$$

$$E(r)\, 4\pi r^2 = Q/\varepsilon_o$$

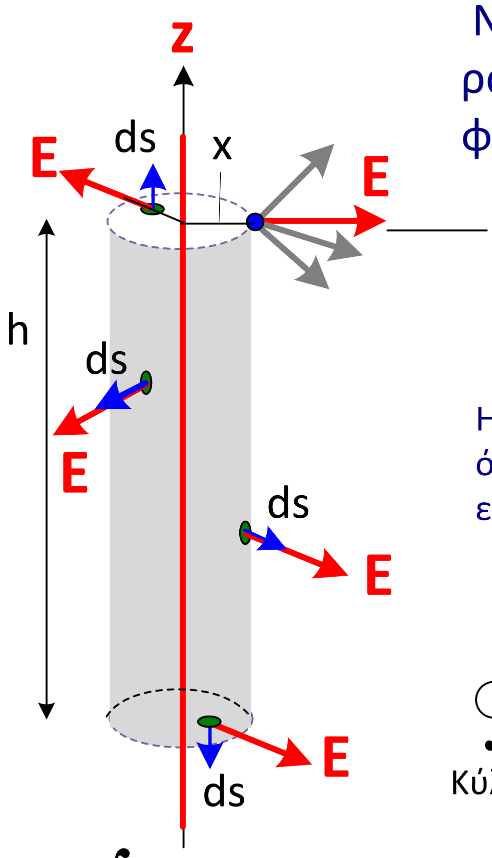
$$E(r) = (1/4\pi\varepsilon_o)\ Q/r^2$$

Γιαυτό ο νόμος του Gauss είναι στις εξισώσεις του Maxwell και όχι ο Νόμος του Coulomb

Συμπέρασμα Ο νόμος του Coulomb είναι συνέπεια του νόμου του Gauss

Δηλ. ο νόμος του Coulomb περιέχεται στο νόμο του Gauss

Να εξαχθεί το E που δημιουργείται από ένα πολύ μακρύ ράβδο φορτισμένη θετικά με γραμμική πυκνότητα φορτίου λ C/m χρησιμοποιώντας το νόμο του Gauss



Μόνο η κάθετη διεύθυνση στη ράβδο φαίνεται να είναι κυρίαρχη και η μόνη πιθανή διεύθυνση να ευρίσκεται το E

$\lambda = Q/h$

Άρα υπάρχει κυλινδρική συμμετρία και πρέπει το E να είναι κάθετο στη $S_{κυλινδρική}$ και παράλληλο στην οριζόντια επιφάνεια των 2 οριζόντιων ταπών.

Η κατάλληλη επιφάνεια Gauss όπου το E μπορεί να είναι κάθετο είναι κύλινδρος ακτίνας x.

γιατί $E /\!/ ds$

$$\underset{\text{Κύλινδρο}}{\oint} E\cos\theta\, dS = \underset{\text{κυλινδρική επιφάνεια}}{\oint} E\, dS = E \oint dS = E(2\pi x h)$$

$$\underset{\text{Επίπεδη επιφάνεια (οριζόντια)}}{\oint} E\cos\theta\, dS = 0$$

γιατί $E \perp ds$

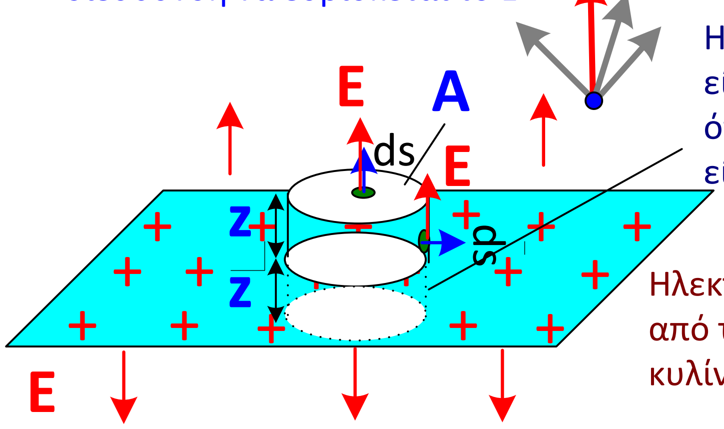
$$E(2\pi x h) = Q/\varepsilon_o = \lambda h/\varepsilon_o$$

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_o}\,\frac{\lambda}{x}$$

Να εξαχθεί το E που δημιουργείται από ένα πολύ μεγάλο επίπεδο φύλλο που φέρει φορτίο σ C/m^2 χρησιμοποιώντας το νόμο του Gauss

Άρα υπάρχει επίπεδη συμμετρία (δηλ το E είναι σταθερό σε επιφάνεια παράλληλη της φορτισμένης επειφάνειας) και πρέπει το E να είναι κάθετο επίπεδη επιφάνεια.

Μόνο η κάθετη διεύθυνση στο επίπεδο φαίνεται να είναι κυρίαρχη και η μόνη πιθανή διεύθυνση να ευρίσκεται το E



Η κατάλληλη επιφάνεια Gauss όπου το E μπορεί να είναι κάθετο είναι κύλινδρος με κυλινδρική επιφάνεια κάθετη στο επίπεδο όπου E είναι κάθετο στο dS και 2 οριζόντιες τάπες όπου το E είναι παράλληλο του dS.

Ηλεκτρική ροή υπάρχει μόνο από τις οριζόντιες βάσεις του κυλίνδρου

επιφανειακή πυκνότητα **$\sigma = Q/A$**

$$\underset{\text{Στη βάση}}{\oint} E\cos\theta\, dS = \oint E\, dS = E \oint dS = E(2A)$$

Δύο κυκλικές βάσεις (τάπες)

επάνω & κάτω επιφάνεια από το επίπεδο φύλλο

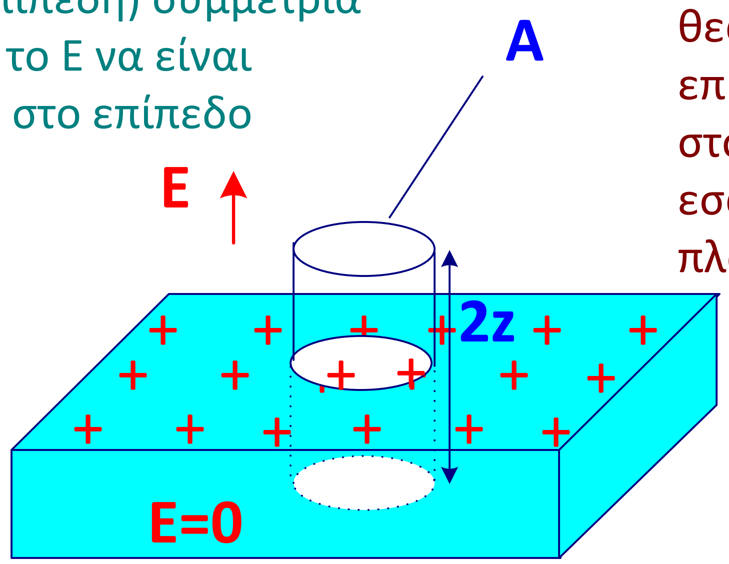
$$\underset{\text{Στη καμπύλη επιφάνεια}}{\oint} E\,\overset{0}{\cos\theta}\, dS = 0$$

Ανεξάρτητο του z

$$2AE = Q/\varepsilon_o = \sigma A/\varepsilon_o \qquad E = \sigma/2\varepsilon_o$$

Να εξαχθεί το E που δημιουργείται από μία πολύ μεγάλη επίπεδη **αγώγιμη** επιφάνεια που φέρει ομοιόμορφη επιφανειακή κατανομή φορτίου φορτίου σ (C/m^2).

Από (επίπεδη) συμμετρία πρέπει το E να είναι κάθετο στο επίπεδο φύλλο



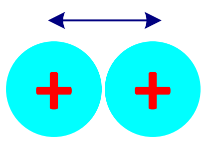
θεωρώ κύλινδρο που τέμνει την επιφάνεια με τη μία επιφάνεια στο εξωτερικό και μία στο εσωτερικό της αγώγιμης πλάκας

Στο εσωτερικό του αγωγού E=0

$$\oint E\cos\theta\, dS = \underbrace{\int E\, dS}_{\text{Της άνω βάσης}} = E\int dS = E\,A = q/\varepsilon_o = \sigma A/\varepsilon_o$$

$$E = \sigma/\varepsilon_o$$

Το πρωτόνιο είναι μία σφαίρα ακτίνας $r = 1 \times 10^{-15}$m . Αν βρεθεί με ένα δεύτερο πρωτόνιο σε επαφή πόση θα είανι η απωστική δύναμη ;



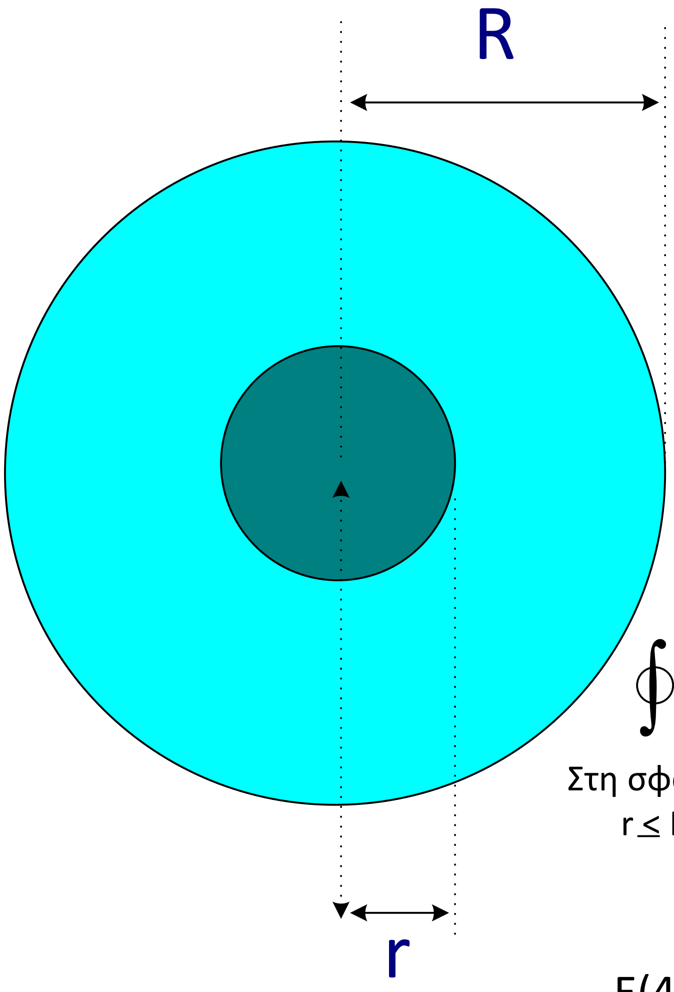
$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r^2}$$

όπως σε σημειακό φορτίο

$F = q\,E = 58$ N

ισοδυναμεί με βάρος 2 Kg !!!

αντισταθμίζεται από της ισχυρά δύναμη που συγκρατεί τον πυρήνα



$Q_{ολ}$ φορτίο είναι ομοιόμορφα κατανεμημμένο σε σφαίρα ακτίνας R. Να βρεθεί το E στο εσωτερικό και εξωτερικό της.

$$\rho = q/(4\pi R^3/3) = 3q/4\pi R^3$$

Έχουμε σφαιρική συμμετρία

$$\oint E\cos\theta\, dS = \oint E\, dS = E\oint dS = E(4\pi r^2) = Q/\varepsilon_o$$

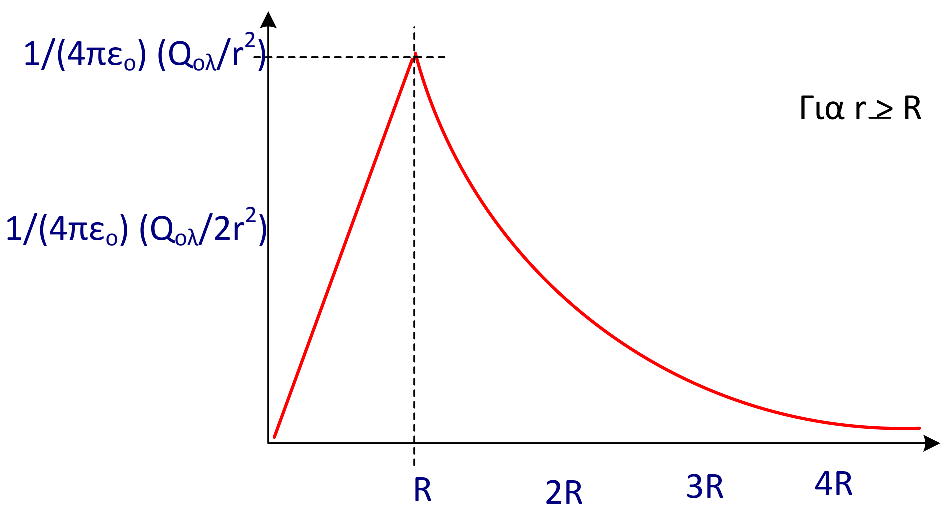
Στη σφαίρα
$r \leq R$

$$Q = \rho(4\pi r^3/3) = q\, r^3/R^3$$

$$E(4\pi r^2) = (q/\varepsilon_o)\, r^3/R^3$$

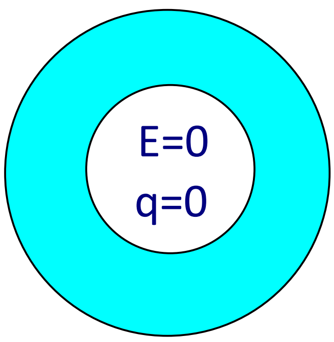
$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{qr}{R^3} \quad \text{Για } r < R$$

Για r = R $\quad E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_o}\dfrac{q}{R^2}$



Για $r \geq R$ $\quad E(4\pi r^2) = q/\varepsilon_o$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q_{ολ}}{r^2}$$



Σφαιρικό κέλυφος

στο εσωτερικό (κενός χώρος)
q=0 σύμφωνα με το νόμο
του Gauss Φ=0 άρα E=0
γιατί?