

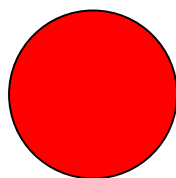
# ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

## Αποθήκευση και χρήση ηλεκτρικής ενέργειας

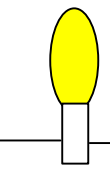
Μπορώ να συνδέσω με αγώγιμο σύρμα τις 2 φορτισμένες σφαίρες ώστε να μπορούν να εκφορτιστούν.

Μπορώ να φορτίσω έναν αγωγό, π.χ. μεταλλική σφαίρα, σε φορτίο δυναμικό :

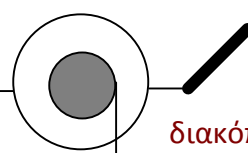
$+Q1, +V1$



αντίσταση

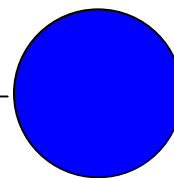


λαμπτήρας



διακόπτης

$-Q2, -V2$

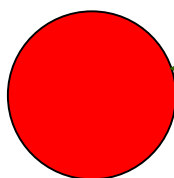


και μία άλλη μεταλλική σφαίρα, σε φορτίο και δυναμικό :

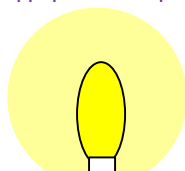
Ανυψωτικός ηλεκτρ. κινητήρας

Όταν κλείσω ένα διακόπτη ηλεκτρόνια διαφεύγουν από την αρνητική προς τη θετική σφαίρα παράγοντας ηλεκρ. Ρεύμα που μπορεί να διέρχεται από μια αντίσταση που θερμαίνει μέσω ένα λαμπτήρα που φεγγοβολεί και μέσα από ένα ηλεκτρ. κινητήρα που ανυψώνει ένα βάρος.

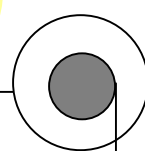
$+Q1, +V1$



αντίσταση



λαμπτήρας

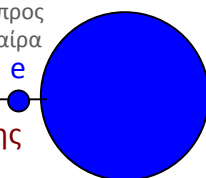


Ηλεκτρόνια διαφεύγουν προς τη θετική σφαίρα

$e$

διακόπτης

$-Q2, -V2$



Ανυψωτικός ηλεκτρ. κινητήρας

Επομένως καθώς εκφορτίζονται οι 2 σφαίρες παράγεται ενέργεια Θερμική  $E_{th}$  αντίσταση οπτική ενέργεια  $E_{opt}$  (λαμπτήρας) και μηχανική ενέργεια  $E_{mech}$  (κινητήρας).

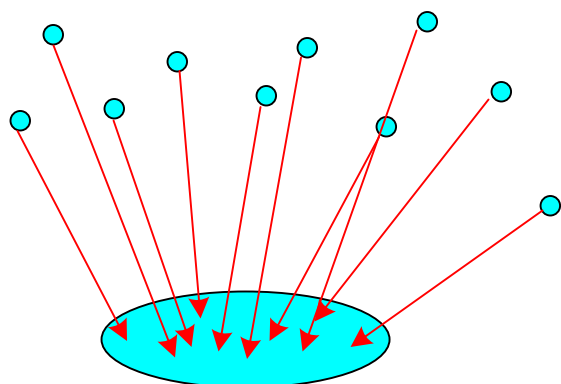
Οι ενέργειες αυτές προήλθαν από την ενέργεια  $E_{φόρτσης}$  που καταναλώσαμε για να φορτίσουμε τις 2 σφαίρες.

$$E_{th} + E_{opt} + E_{mech} = E_{φόρτσης}$$

Άρα θα πρέπει να υπολογίσω την ενέργεια που καταλώνω για να φορτίσω έναν αγωγό (μεταλλική σφαίρα), με φορτίο  $Q$  και δυναμικό  $V$  η οποία αποθηκεύεται σε δυναμική ενέργεια.

## Υπολογισμός δυναμική ενέργειας μιάς κατανομής φορτίων.

Σημειακά φορτία σε άπειρη απόσταση



Είναι η ενέργεια που καταναλώνουμε για να υπερνικήσουμε την άπωση που έχουν ένας αριθμός φορτίων για να μετακινήσουμε από αρχικά μεγάλη απόσταση μεταξύ τους (όπου η μεταξύ ηλεκτρική δύναμη τους είναι μηδενική) και να τα φέρουμε σε ένα χώρο, π.χ. επάνω σε κάποιο σώμα το οποίο φορτίζεται.

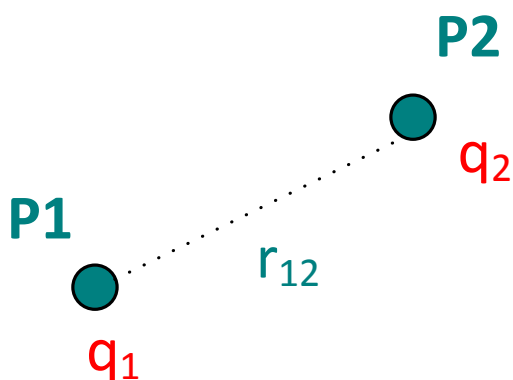
Για να τοποθετήσουμε τα φορτία σε κάποιο σώμα πρέπει να καταναλώσουμε ενέργεια για να υπερνικήσουμε την άπωσή των.

Κατανομή φορτίου σε κάποιο σώμα π.χ. αγωγό

Η ενέργεια που καταναλώνουμε είναι η δυναμική ενέργεια των φορτίων στο φορτισμένο σώμα και είναι αποθηκευμένη στο ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργούν.

Η δυναμική ενέργειας μιάς κατανομής φορτίων.

είναι η ενέργεια που χρειάζεται για τη συνάθροιση των σημειακών φορτίων στη κατανομή φορτίων αγωγού.



Η δυναμική ενέργεια δύο σημειακών φορτίων.

$$U(r_{12}) = V_1(r_{12})q_2$$

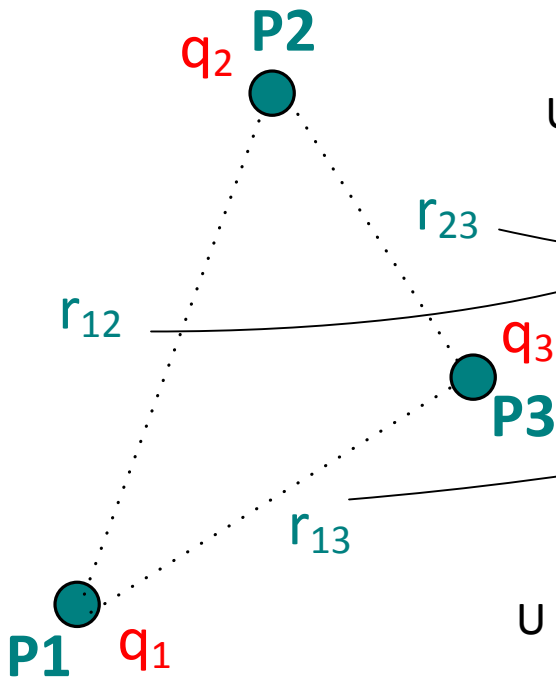
$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1q_2}{r_{12}}$$

# Η δυναμική ενέργεια μιάς κατανομής φορτίων.

είναι το άθροισμα των  $U$  όλων των δυνατών ζευγών (αρχή επαλληλίας)

Έστω ότι έχω 3 σημειακά φορτία

Η συνολική δυν ενέργεια  $U$  είναι το άθροισμα των δυναμικών ενεργειών των φορτίων ανά 2



Η  $U_{12}$  μεταξύ των  $q_1$  και  $q_2$

Η  $U_{23}$  μεταξύ των  $q_2$  και  $q_3$

Η  $U_{13}$  μεταξύ των  $q_1$  και  $q_3$

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2 q_3}{r_{23}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_3}{r_{13}}$$

Η  $U$  αναπτύσσεται ως εξής γράφοντας 2 φορές το κάθε ένα όρο

$$U = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2 q_3}{r_{23}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2 q_3}{r_{23}} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_3}{r_{13}} \right)$$

$V_{\text{other}}(1)$

το δυναμικό στο  $P_1$  από τα άλλα (other) φορτία  $q_2, q_3$

$$U = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r_{12}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_3}{r_{13}} \right) q_1$$

$$+ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_{12}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_3}{r_{23}} \right) q_2$$

$V_{\text{other}}(2)$

στο  $P_2$

$$+ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_{13}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r_{23}} \right) q_3$$

$V_{\text{other}}(3)$

στο  $P_3$

$$U = \frac{1}{2} V_{\text{other}}(1) q_1 + \frac{1}{2} V_{\text{other}}(2) q_2 + \frac{1}{2} V_{\text{other}}(3) q_3 + \dots$$

Ισχύει γενικά και για περισσότερα από 3 φορτία

$$V_{\text{other}}(1) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r_{12}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_3}{r_{13}} + \dots$$

# Η δυναμική ενέργεια ενός αγωγού.

για γενικά περισσότερα από 3 φορτία έχουμε :

$$U = \frac{1}{2} V_{\text{other}(1)} q_1 + \frac{1}{2} V_{\text{other}(2)} q_2 + \frac{1}{2} V_{\text{other}(3)} q_3 + \dots$$

Αν τα φορτία  $q_1, q_2, q_3, \dots$  τα αντικαταστήσω με ίσα στοιχειώδη φορτία  $\Delta q_i$  τότε :

$$U = \frac{1}{2} V_{\text{other}(1)} \Delta q_1 + \frac{1}{2} V_{\text{other}(2)} \Delta q_2 + \frac{1}{2} V_{\text{other}(3)} \Delta q_3 + \dots$$

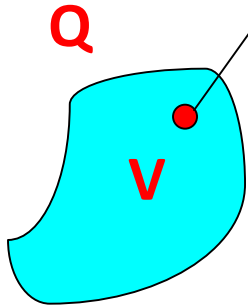
$V_{\text{other}(i)} = V$  Αφού το συνολικό δυναμικό  $V$  πρακτικά δεν αλλάζει αν κάθε φορά απομακρύνω ένα στοιχειώδες φορτίο  $\Delta q_i$

$$U = \sum \Delta U = \frac{1}{2} \sum (V_{\text{other}(i)} \Delta q_i) = \frac{1}{2} V \sum (\Delta q_i) = \frac{1}{2} V Q$$

## Δυναμική ενέργεια του $dQ_i$

$$dU_i = \frac{1}{2} V_i dQ_i \quad \text{είναι η ενέργεια για να φέρω το φορτίο } dQ_i \text{ από το άπειρο στον αγωγό}$$

$dQ$

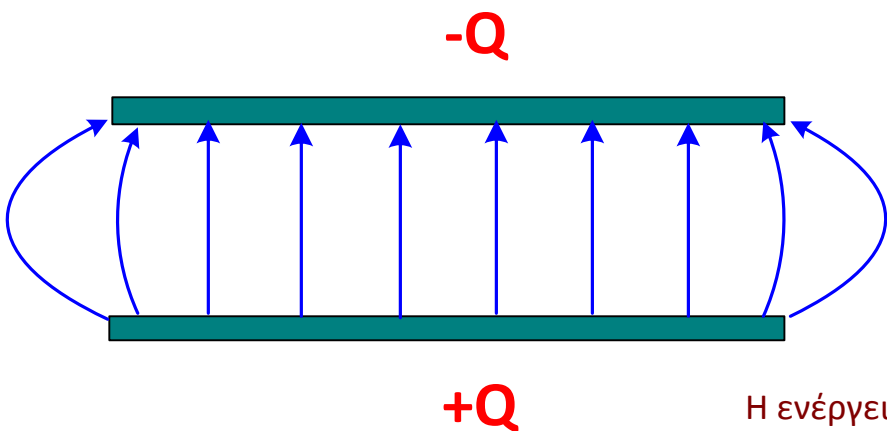


Αγωγός

$$U = \frac{1}{2} V Q \quad \text{Δυναμική ενέργεια του φορτίου } Q \text{ στον αγωγό}$$

είναι η ενέργεια για να υπερνικήσουμε της άπωση των στοιχειδών φορτίων που αποτελείται συνολικά φορτίο  $Q$  από το άπειρο στον αγωγό με δυναμικό  $V$ .

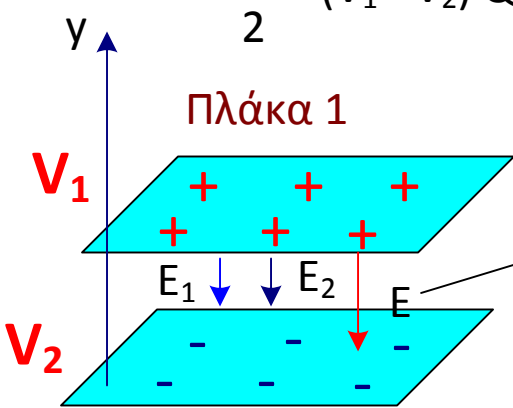
## Υπολογισμός της U δύο παράλληλων αντίθετα φορτισμένων πλακών



Η ενέργεια U για να φέρω τα φορτία Q και -Q από το άπειρο στις 2 αγώγιμες πλάκες

$$U = \frac{1}{2} V_1 Q_1 + \frac{1}{2} V_2 Q_2 = \frac{1}{2} V_1 Q - \frac{1}{2} V_2 Q$$

$$= \frac{1}{2} (V_1 - V_2) Q$$



$$E = E_1 + E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$\sigma = \frac{Q}{A}$$

$\sigma$  η επιφανειακή πυκνότητα φορτίου της πλάκας  
A το εμβαδόν της πλάκας

$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

Πλάκα 2

$$\frac{\partial V}{\partial y} = -E \quad (V_1 - V_2)/d = E \quad (V_1 - V_2) = E d = \frac{Q d}{\epsilon_0 A}$$

$$U = \frac{1}{2} (V_1 - V_2) Q = \frac{1}{2} \frac{Q^2 d}{\epsilon_0 A}$$

$$U = \frac{1}{2} \epsilon_0 \left( \frac{Q}{\epsilon_0 A} \right)^2 A d$$

[όγκος]  
E

$$U = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \text{ [όγκος]}$$

$$\frac{U}{\text{[όγκος]}} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

ενέργεια ανά μονάδα όγκου

Η ενέργεια είναι κατανεμιμμένη στο χώρο και είναι ανάλογη του E

Ισχύει και για μη ομογενή ηλεκτρικά πεδία

# Πυκνότητα ενέργειας ηλεκτρικού πεδίου

π.χ. Η ενέργεια παρυφής αγωγίμων πλακών

$$dU = \frac{1}{2} V_1 dQ - \frac{1}{2} V_2 dQ$$

$$= \frac{1}{2} (V_1 - V_2) dQ$$

$$= \frac{1}{2} dQ \int_1^2 E(l) dl$$

$$= \frac{1}{2} \int_1^2 dQ E(l) dl$$

$$\frac{dQ}{\epsilon_0} = E(l) dS(l)$$

Ο αριθμός των δυναμικών γραμμών μέσα από την  $dS(l)$

ο νόμος του Gauss στον σωλήνα  
 $E(l)$  παράλληλο στις γραμμές του σωλήνα  
 $\Phi_{\text{πλευρών}} = 0$

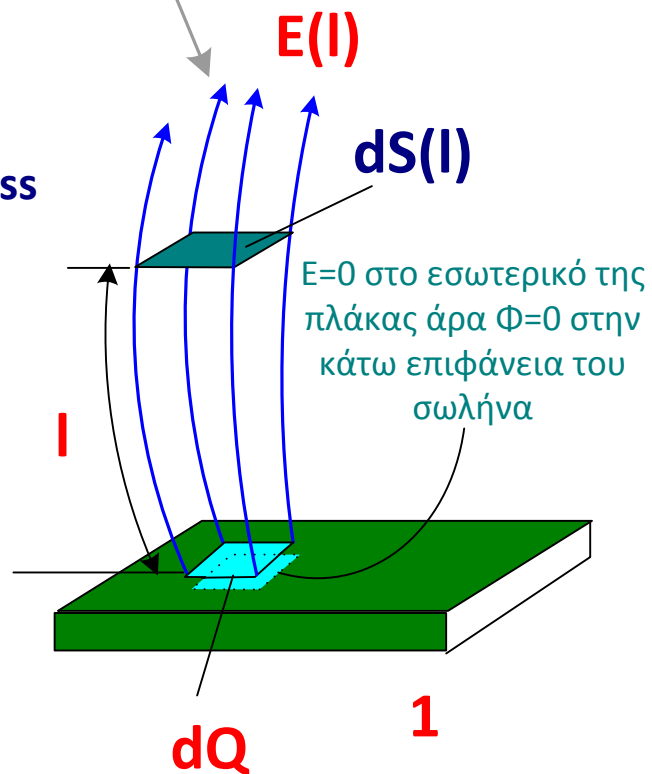
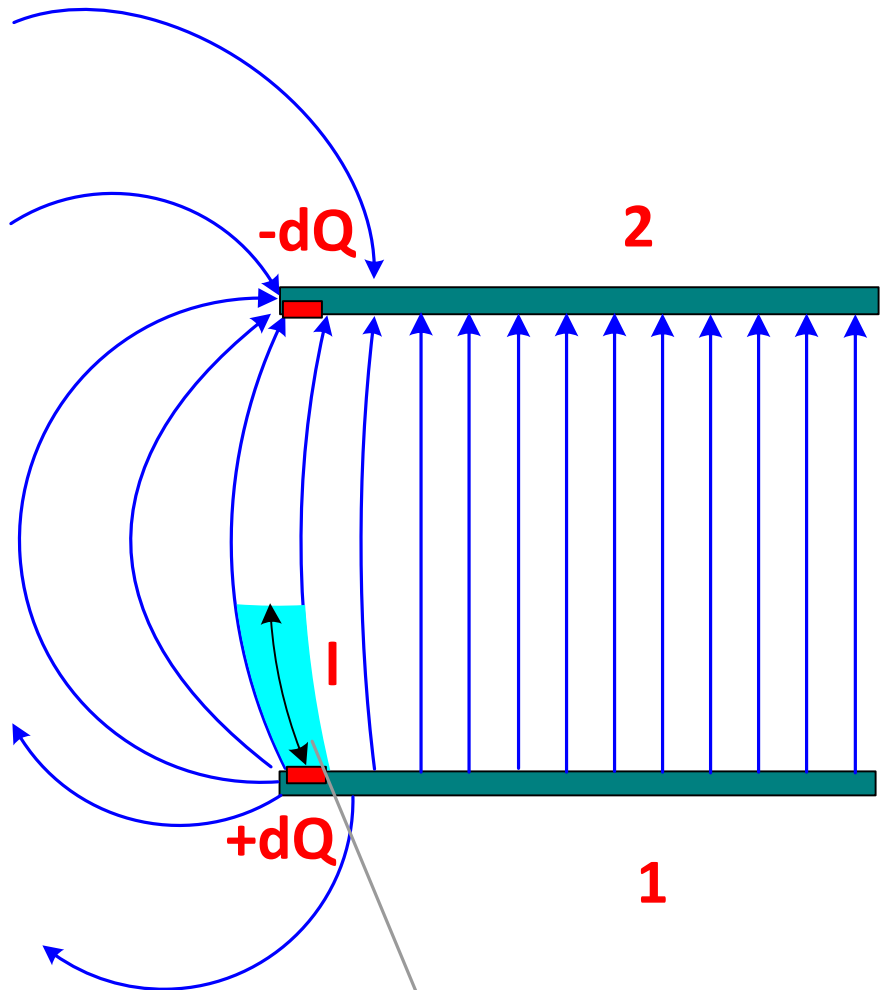
$$U = \frac{1}{2} \int_1^2 \epsilon_0 E(l) E(l) \frac{dS(l) dl}{du = dS(l) dl}$$

ο στοιχειώδης όγκος μεταξύ  $l$  και  $l+dl$

$$U = \frac{1}{2} \int_1^2 \epsilon_0 E^2 du$$

$u = (1/2) \epsilon_0 E^2$   
 πυκνότητα ενέργειας

$$U = \int_1^2 u du$$



Η ενέργεια είναι ολοκλήρωμα επί του ηλεκτρικού πεδίου

$$U = \frac{1}{2} \int_1^2 \epsilon_0 E^2 dV \quad u = (1/2) \epsilon_0 E^2 \quad U = \int_1^2 u dV$$

πυκνότητα ενέργειας

υπονοεί ότι η ενέργεια ευρίσκεται στο ηλεκτρικό πεδίο

Η ενέργεια άθροισμα επί όλων των ηλεκτρικών φορτίων στους αγωγούς

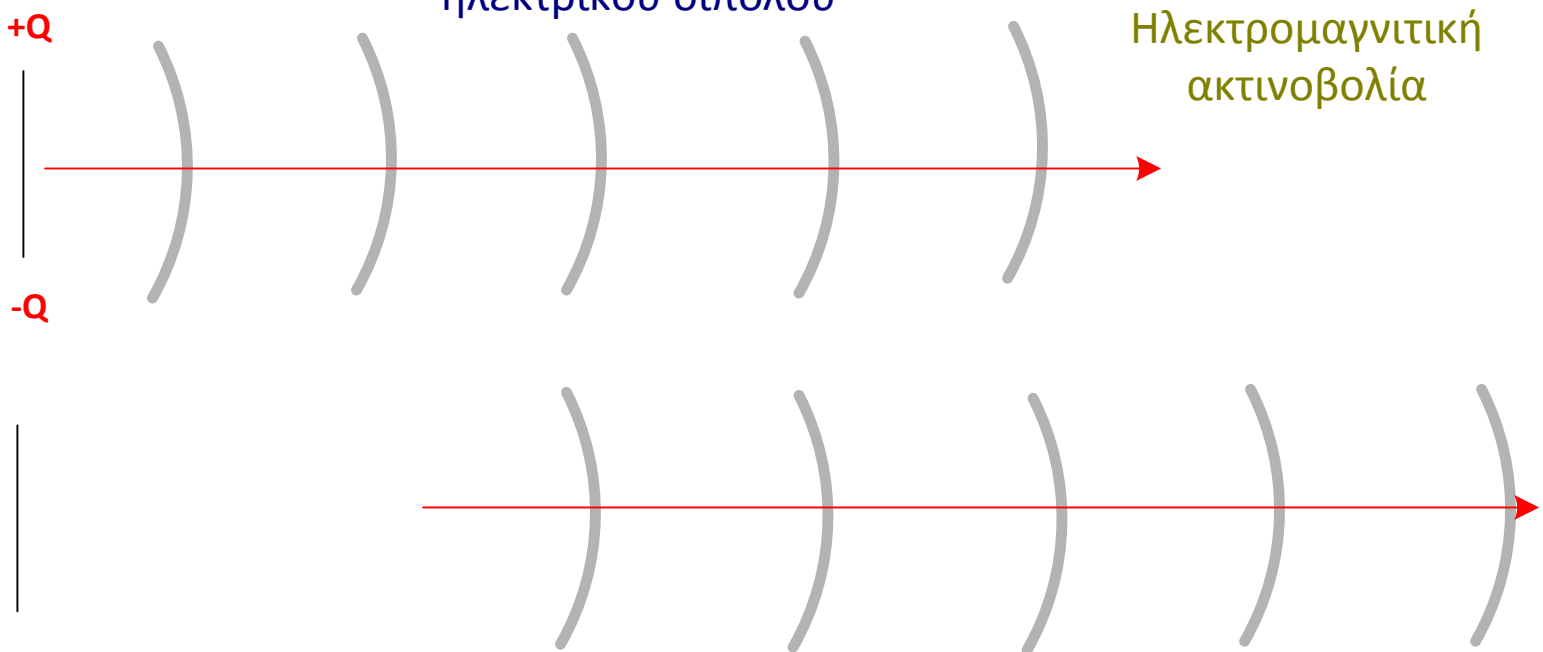
$$U = \frac{1}{2} V_1 Q_1 + \frac{1}{2} V_2 Q_2 + \frac{1}{2} V_3 Q_3 + \dots$$

υπονοεί ότι η ενέργεια ευρίσκεται στα φορτία

Q1, Q2, Q3,... των αγωγών 1,2,3,...

παλλόμενο ηλ. δίπολο

Διάδοση ηλεκτρικής ενέργειας παλλομένου ηλεκτρικού διπόλου



Η διάδοση της ηλεκτρικής ενέργειας συνεχίζει ακόμα και όταν τα φορτία του παλλομένου διπόλου εξαφανιστούν

Άρα η ενέργεια περιέχεται στο ηλεκτρικό πεδίο

(ακόμα και ακίνητων φορτίων)

$$u = (1/2) \epsilon_0 E^2$$

πυκνότητα ενέργειας

άρα στο ηλεκτρικό πεδίο αντιστοιχεί μάζα  
 $m = \text{Ενέργεια}/c^2$

π.χ. σε  $E = 2 \times 10^6 \text{ V/m}$  αντιστοιχεί πυκνότητα μάζας  $2 \times 10^{-16} \text{ Kg/m}^3$

$$u = mc^2$$

Σε πυκνότητα ενέργειας  $u$  αντιστοιχεί πυκνότητα μάζας