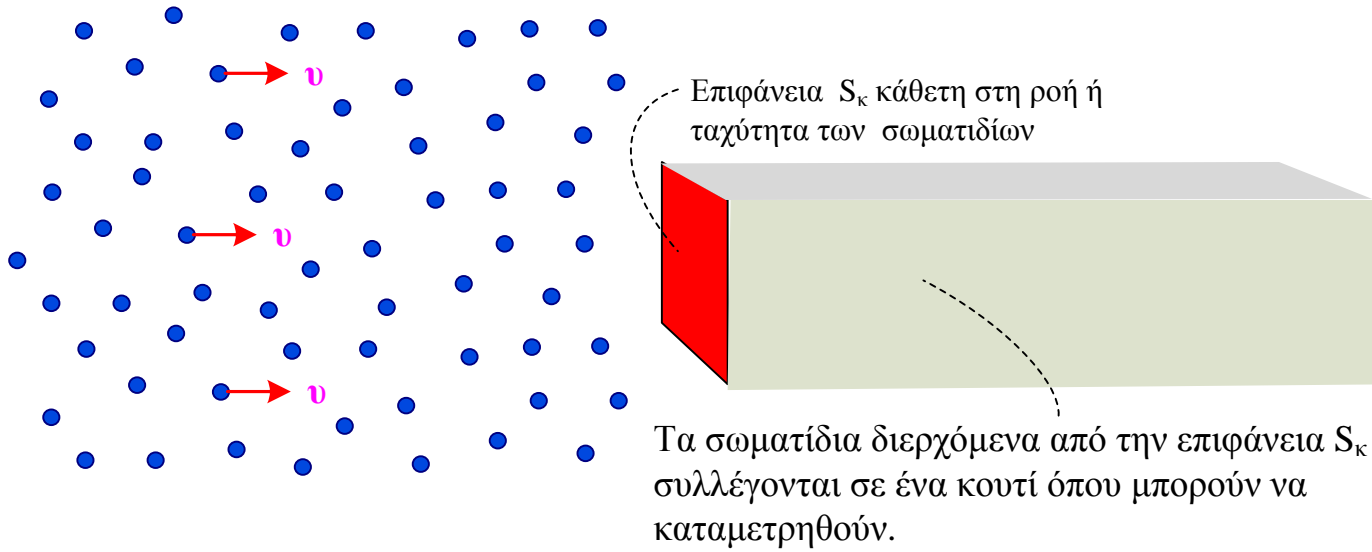
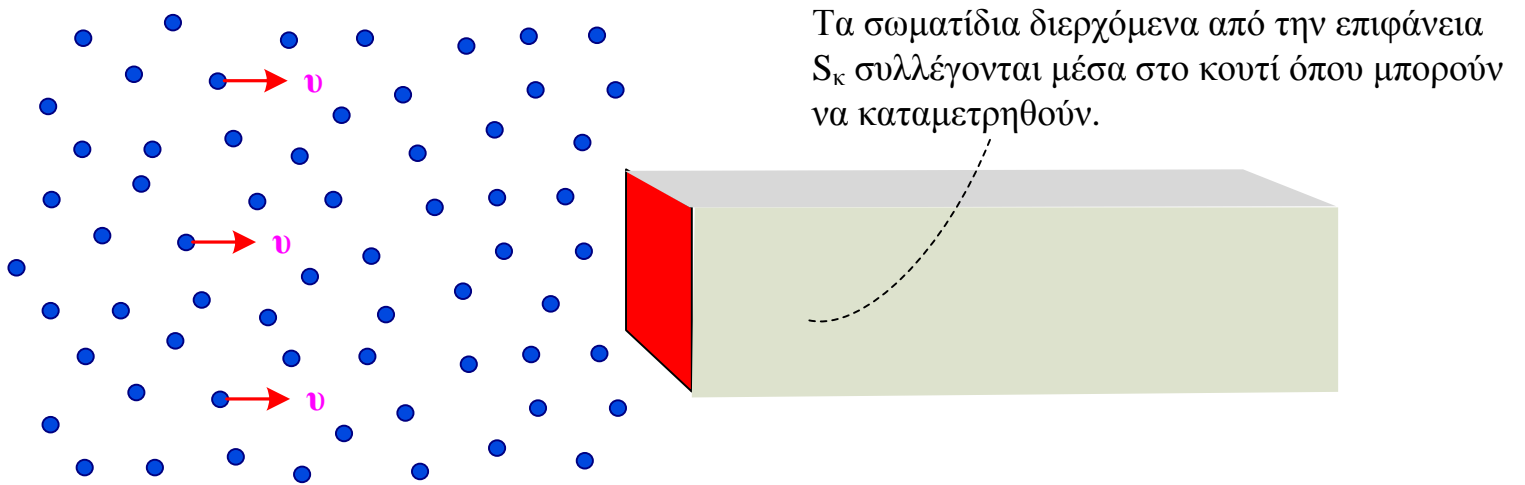


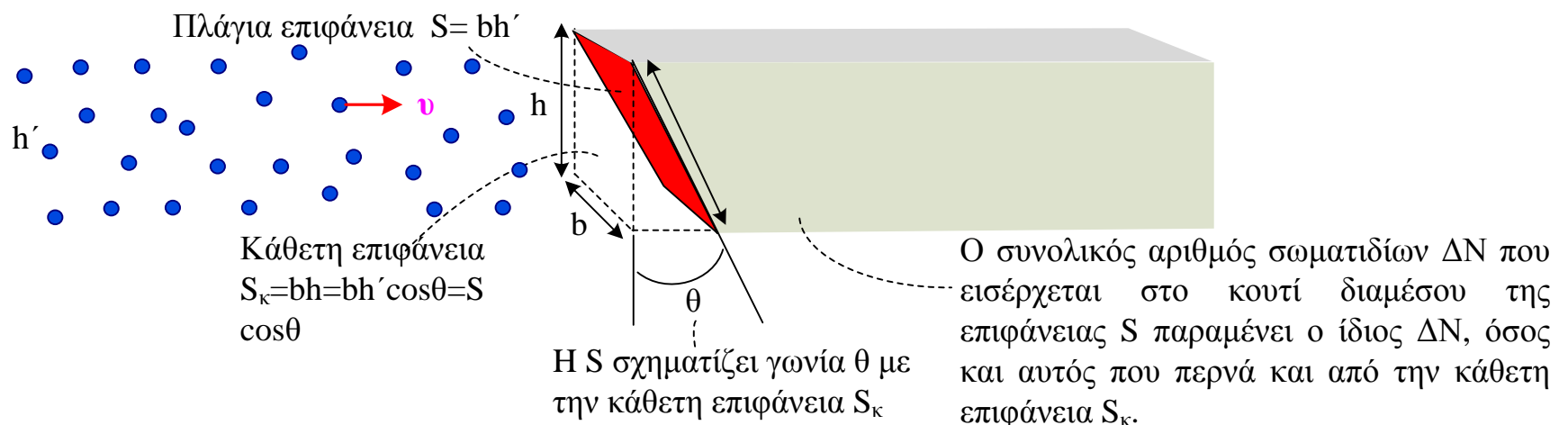
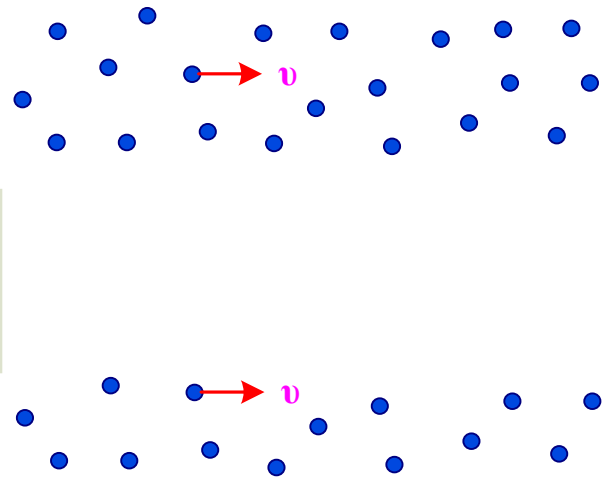
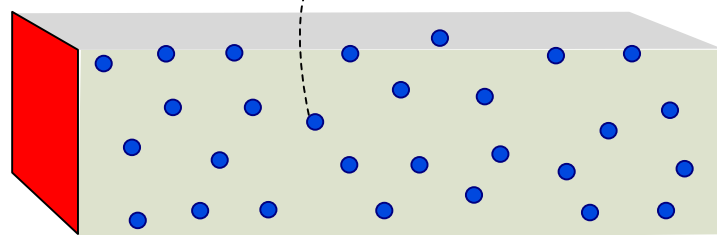
Έστω ότι έχουμε μια συντονισμένη κίνηση-ροή προς την οριζόντια διεύθυνση με την ίδια ταχύτητα v κάποιων σωματιδίων.



Κατά την διάρκεια της ροής των σωματιδίων αυτά που κατά διαδρομή των βρίσκουν την είσοδο του κουτιού διέρχονται μέσα από την κάθετη επιφάνεια S_k και εισέρχονται μέσα στο κουτί.



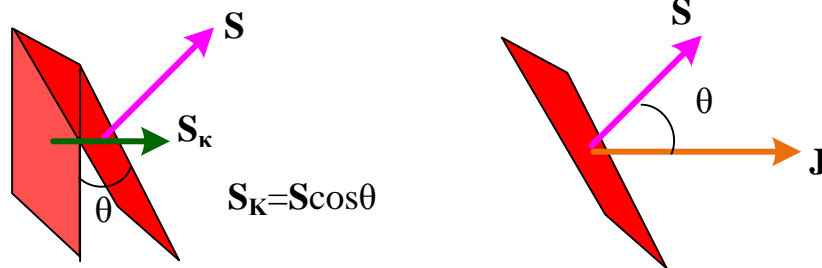
Αφού περάσει το ρεύμα των σωματιδίων τα σωματίδια που εισήλθαν μέσα στο κουτί μετρούνται να είναι είναι ΔN .



Ορίζουμε σαν μέτρο της έντασης J της ακτινοβολίας των σωματιδίων που ρέουν στο χώρο το πηλίκο του συνολικού αριθμού των σωματιδίων N τα οποία προσπίπτουν κάθετα σε επιφάνεια S_k δια την επιφάνεια αυτή:

$$J = \frac{\Delta N}{S_k}$$

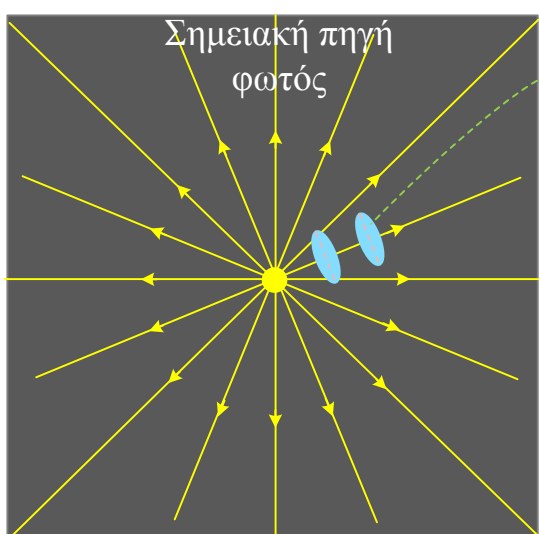
Η ένταση J της ακτινοβολίας όμως μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι διάνυσμα, του οποίου η διεύθυνση και φορά εκφράζει τη διεύθυνση και φορά της ροής των σωματιδίων.



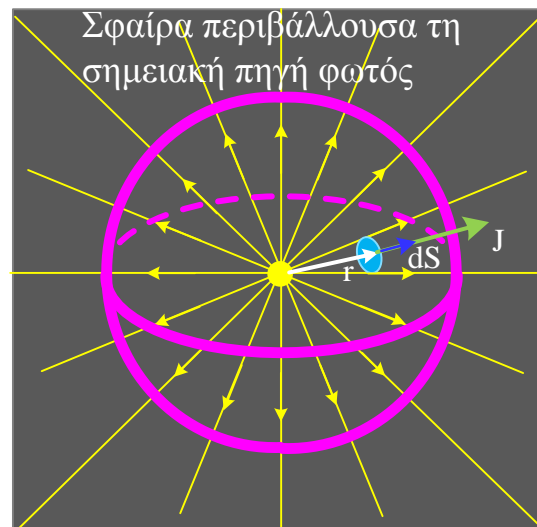
$$\Phi = J S_k = J S \cos\theta$$

Παρατηρούμε πως το τελευταίο γινόμενο είναι στη πραγματικότητα το εσωτερικό γινόμενο των δύο διανυσμάτων J και S , όπου θ είναι η γωνία μεταξύ των J και S . Επομένως η ροή σωματιδίων ΔN διαμέσου οποιασδήποτε επιφάνειας S γράφεται σαν εσωτερικό γινόμενο $\Phi = J \cdot S$, αφού:

$$\Phi = J \cdot S = J S \cos\theta = J S_k = \Delta N$$



Δεδομένη επιφάνεια A διαρρέεται από λιγότερες ακτίνες φωτός καθώς αυξάνεται η απόστασή της από τη πηγή



Παρατηρούμε ότι μπορούμε να πάρουμε το διαφορικό $dN = JdS$, όπου το JdS είναι η στοιχειώδης ροή $d\Phi = JdS$ των φωτονίων διαμέσου της στοιχειώδους επιφάνειας dS της σφαίρας, όπου τα διανύσματα J και dS είναι κάθετα. Να σημειώσουμε πως το dS είναι πάντα προς τα έξω της κλειστής επιφάνειας. Αν ολοκληρώσουμε σε ολόκληρη τη σφαίρα, δηλαδή θα αθροίσουμε όλα τα dN και όλα τα JdS επάνω στην επιφάνεια της σφαίρας, θα πάρουμε:

$$\oint_{\text{σφαίρα}} dN = \oint_{\text{σφαίρα}} JdS = \oint_{\text{σφαίρα}} d\Phi$$

Το πρώτο κλειστό ολοκλήρωμα δίνει το συνολικό αριθμό N των φωτονίων που εκπέμπονται στο φωτεινό παλμό, ενώ το τελευταίο δίνει την συνολική ροή φωτονίων μέσα από τη σφαίρα και τότε

$$\Phi_{\text{συν}} = \oint_{\text{σφαίρα}} JdS = N$$

μας δίνει τον συνολικό αριθμό φωτονίων που ρέει μέσα από τη σφαίρα. Αυτό το συμπέρασμα μπορεί να γενικευτεί και να συμπεριλάβει οποιαδήποτε κλειστή επιφάνεια οποιουδήποτε σχήματος.

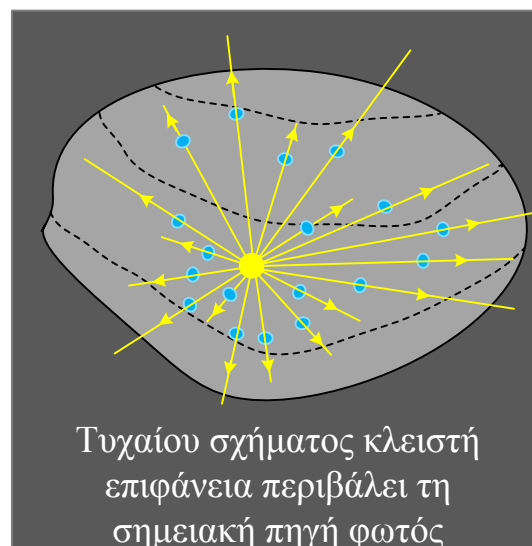
$$\Phi_{\text{συν}} = \oint_{\text{κλειστή επιφάνεια}} JdS = N$$

Η συνολικής ροής των φωτονίων επάνω σε τυχαία ακανόνιστου σχήματος κλειστή επιφάνεια είναι N και δεν χρειάζεται να το υπολογίσουμε, άλλωστε λόγω του ακανόνιστου σχήματος είναι πρακτικά αδύνατο να υπολογιστεί αναλυτικά.

Μπορούμε να υπολογίσουμε την ένταση J της ακτινοβολίας συναρτήσει της απόστασης r από την σημειακή πηγή. Στη παραπάνω εξίσωση το J μέσα από οποιαδήποτε στοιχειώδη επιφάνεια dS σφαίρας ακτίνας r θεωρείται σταθερό, γιατί η ακτινοβολία είναι ομοιόμορφη προς όλες τις διευθύνσεις. Επομένως το J μπορεί να βγει έξω από το ολοκλήρωμα και τότε έχουμε:

$$\Phi_{\text{συν}} = N = \oint_{\text{σφαίρα}} JdS = J \oint_{\text{σφαίρα}} dS = J \pi r^2 \quad N = J \pi r^2 \quad J = \frac{dN}{dS} = \frac{N}{\pi r^2}$$

Επμένως η ένταση J της ακτινοβολία σημειακής πηγής ελαττώνεται με την αποσταση r όπως το $1/r^2$

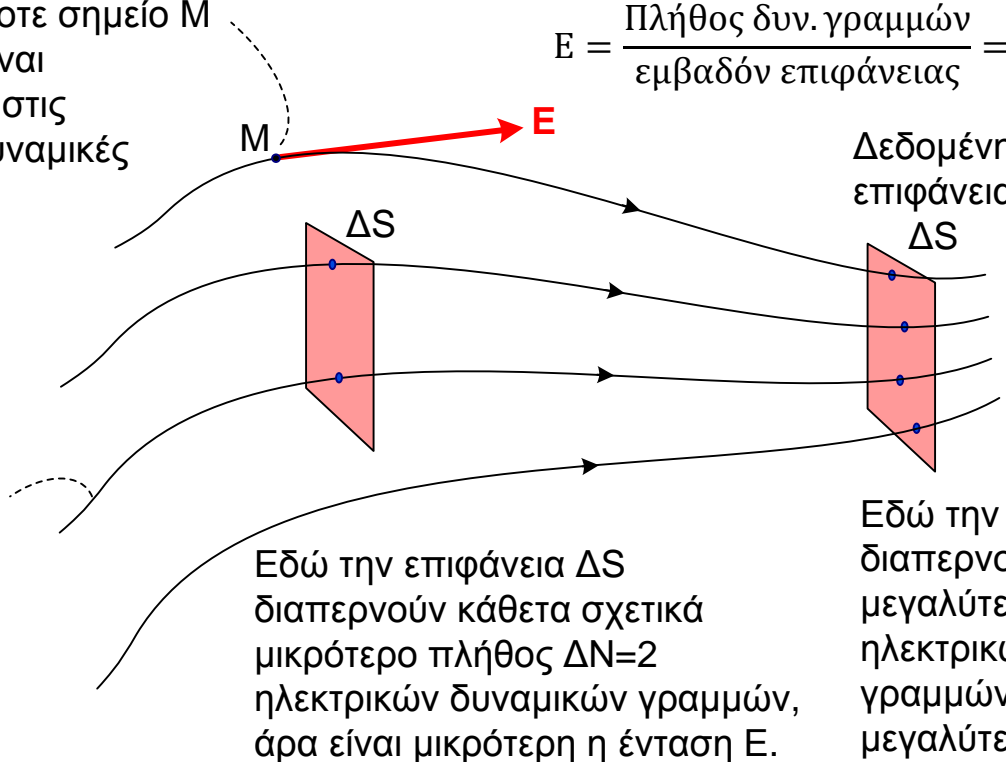


Το μέτρο της έντασης E του ηλεκτρικού πεδίου αναπαριστάμεται με τη πυκνότητα των ηλεκτρικών δυναμικών γραμμών.

$$E = \frac{\text{Πλήθος δυν. γραμμών}}{\text{εμβαδόν επιφάνειας}} = \frac{\Delta N}{\Delta S} = \frac{dN}{dS}$$

Το διάνυσμα της έντασης E του ηλεκτρικού πεδίου σε οποιοδήποτε σημείο M του πεδίου είναι εφαπτόμενο στις ηλεκτρικές δυναμικές γραμμές.

Το ηλεκτρικό πεδίο E αναπαριστάμεται με τις ηλεκτρικές δυναμικές γραμμές.

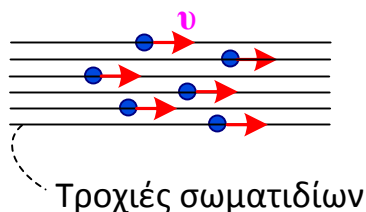


Εδώ την επιφάνεια ΔS διαπερνούν κάθετα σχετικά μικρότερο πλήθος $\Delta N=2$ ηλεκτρικών δυναμικών γραμμών, άρα είναι μικρότερη η ένταση E .

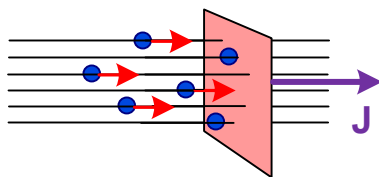
Εδώ την επιφάνεια ΔS διαπερνούν κάθετα σχετικά μεγαλύτερο πλήθος $\Delta N=4$ ηλεκτρικών δυναμικών γραμμών, άρα είναι μεγαλύτερη η ένταση E .

Ροή σωματιδίων

Ροή σωματιδίων



Επιφάνεια ΔS κάθετη στις τροχιές



Ροή $\Delta\Phi$ σωματιδίων διαμέσου της ΔS ...

$$\Delta\Phi = J\Delta S = \frac{\Delta N}{\Delta S} \Delta S = \Delta N$$

...ισούται με το αριθμό των σωματιδίων ΔN και των τροχιών που διαπερνούν την επιφάνεια ΔS .

$$J = \frac{\text{Πλήθος σωματιδίων ή τροχιών}}{\text{εμβαδόν επιφάνειας}} = \frac{\Delta N}{\Delta S}$$

Αντιστοιχία ροής σωματιδίων και ροής ηλεκτρικών δυναμικών γραμμών.

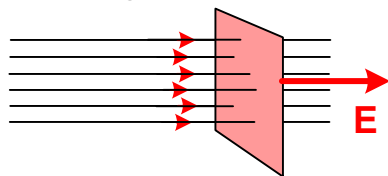
Ροή ηλεκτρικών δυναμικών γραμμών

Αντί για τροχιές σωματιδίων....



Έχουμε ηλεκτρικές δυναμικές γραμμές

Αντί για την ένταση J της ακτινοβολίας των σωματιδίων



Έχουμε την ένταση E του ηλεκτρικού πεδίου.

Αντί για ροή $\Delta\Phi$ σωματιδίων διαμέσου της ΔS ...

$$\Delta\Phi = E\Delta S = \frac{\Delta N}{\Delta S} \Delta S = \Delta N$$

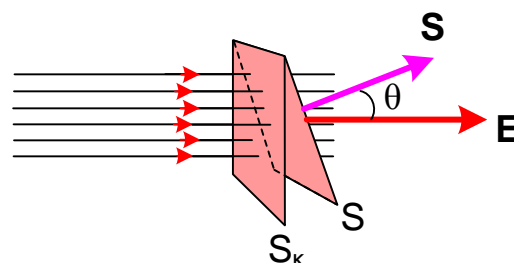
...έχουμε ηλεκτρική ροή $\Delta\Phi$ ηλεκτρικών δυναμικών γραμμών διαμέσου της ΔS ...

...ισούται με το αριθμό των σωματιδίων ΔN και των ηλεκ. Δυν. γραμμών που διαπερνούν την ΔS .

$$E = \frac{\text{Πλήθος ηλεκ. δυν. γραμμών}}{\text{εμβαδόν επιφάνειας}} = \frac{\Delta N}{\Delta S}$$

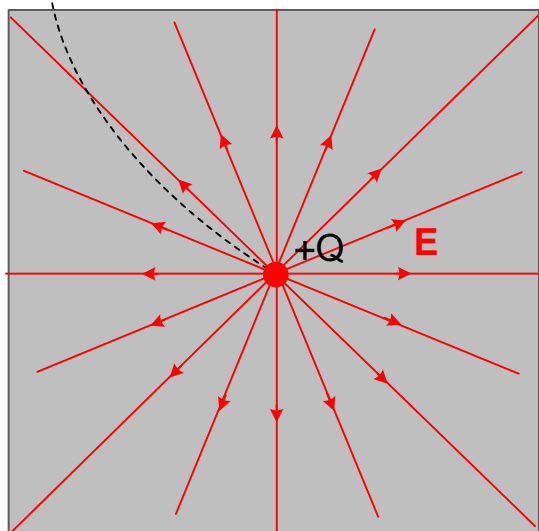
Ηλεκτρική ροή Φ του ηλεκτρικού πεδίου E διαμέσου μιας επιφάνειας S ορίζεται το εσωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων E και S και φανερώνει το πλήθος ΔN των ηλεκτρικών δυναμικών γραμμών που διαπερνούν την επιφάνεια S .

$$\Phi = \mathbf{E} \cdot \mathbf{S} = E S \cos\theta = E S_{\kappa} = \Delta N$$

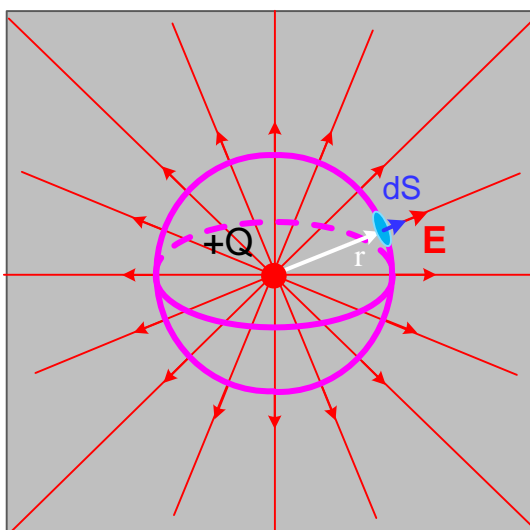


Ο νόμος του Gauss

Σημειακό θετικό φορτίο $+Q$ είναι πηγή ηλεκτρικών δυναμικών γραμμών.



Θεωρούμε σφαίρα ακτίνας r με κέντρο το σημειακό θετικό φορτίο $+Q$ το οποίο περιβάλλει.



Η συνολική ηλεκτρική ροή Φ διαμέσου της σφαίρας θα πρέπει να μας δίνει το συνολικό αριθμό N των ηλεκτρικών δυναμικών γραμμών που πηγάζουν από το φορτίο $+Q$ και οι οποίες οπωσδήποτε διαπερνούν την σφαίρα.

Ο αριθμός των ηλεκτρικών δυναμικών γραμμών που πηγάζουν από το φορτίο είναι συγκεκριμένος αριθμός N , ο οποίος θα πρέπει να ανάλογος του φορτίου Q το οποίο καθορίζει την ένταση E του ηλεκτρικού πεδίου.

Η στοιχειώδης ηλεκτρική ροή $d\Phi$ διαμέσου της στοιχειώδους επιφάνειας dS της παραπάνω σφαίρας που περικλείει το φορτίο $+Q$ είναι $d\Phi = \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = E dS$, αφού το ηλεκτρικό πεδίο είναι κάθετο στην επιφάνεια της σφαίρας. Ολοκληρώνοντας σε ολόκληρη τη σφαίρα, δηλαδή θα αθροίσουμε όλα τα $E dS$ επάνω στην επιφάνεια της σφαίρας, θα πάρουμε την συνολική ηλεκτρική ροή Φ :

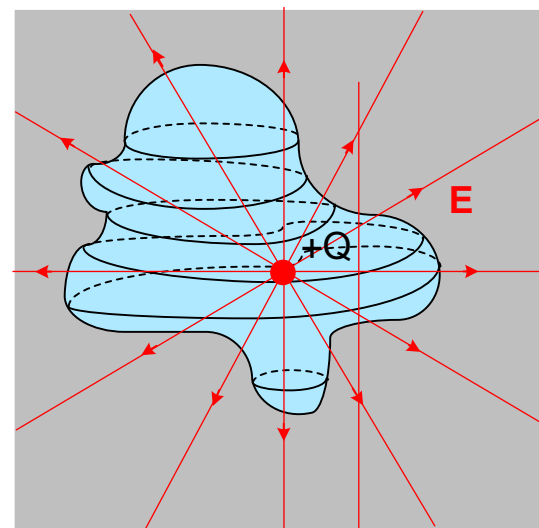
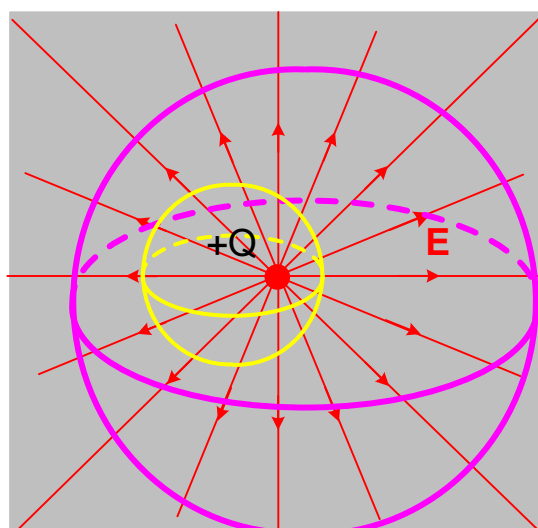
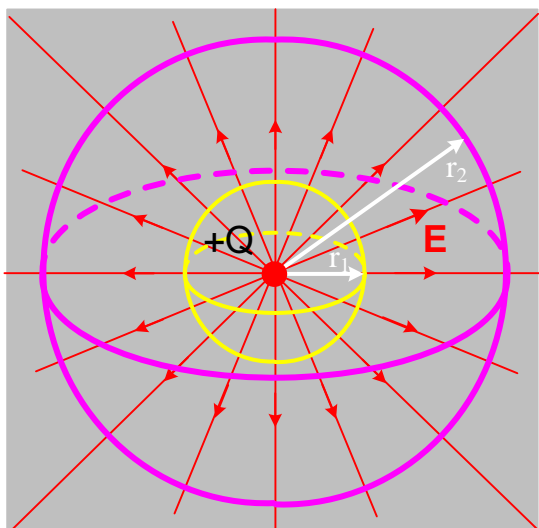
$$\Phi = \oint_{\text{σφαίρα}} d\Phi = \oint_{\text{σφαίρα}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \oint_{\text{σφαίρα}} E dS \quad \text{όπου} \quad E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$\Phi = \oint_{\text{σφαίρα}} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dS = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \oint_{\text{σφαίρα}} dS = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} 4\pi r^2 = +\frac{Q}{\epsilon_0} = \text{σταθερό}$$

$$\Phi = \oint_{\text{σφαίρα}} \mathbf{E} d\mathbf{S} = +\frac{Q}{\epsilon_0} = \text{σταθερό}$$

Αυτό το αποτέλεσμα φαίνεται να είναι εκπληκτικό, γιατί είναι ακριβώς το αναμενόμενο. Όπως αναφέραμε ο συνολικός αριθμός των ηλεκτρικών δυναμικών γραμμών που πηγάζουν από το θετικό σημειακό φορτίο και οπωσδήποτε διαπερνά τη σφαίρα είναι συγκεκριμένος και ανάλογος του Q και αντιστοιχεί αριθμητικά στο σταθερό πηλίκο $+Q/\epsilon_0$. Αυτό οφείλεται στο νόμο του Coulomb και στην εξάρτηση του E από το $1/r^2$.

Ο αριθμός των ηλεκτρικών δυναμικών γραμμών που πηγάζουν από σημειακό φορτίο $+Q$ είναι ένας συγκεκριμένος αριθμός, ο οποίος είναι ανάλογος του Q .



Ο αριθμός των δυναμικών γραμμών που περνούν τη μικρής ακτίνας r_1 σφαίρα θα διαπερνούν και οποιαδήποτε άλλη μεγαλύτερης ακτίνας r_2 σφαίρα.

Μάλιστα ο αριθμός αυτός δεν θα μεταβάλλεται ακόμα και αν το φορτίο δεν βρίσκεται στο κέντρο της σφαίρας.

Ο ίδιος αριθμός N των ηλεκτρικών δυναμικών γραμμών που πηγάζουν από το φορτίο Q θα διαπερνά και οποιαδήποτε άλλη κλειστή επιφάνεια οποιουδήποτε σχήματος που περιέχει το φορτίο Q .

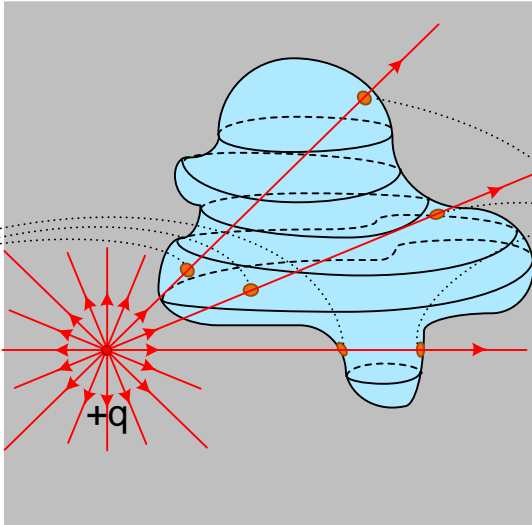
Επομένως η ηλεκτρική ροή Φ από την Εξ. (11.10) γενικεύεται για να συμπεριλάβει οποιαδήποτε τυχαία κλειστή επιφάνεια που περικλείει φορτίο Q

$$\Phi = \oint_{\text{κλ. επιφ.}} \mathbf{E} d\mathbf{S} = +\frac{Q}{\epsilon_0} = \text{σταθερό}$$

Αν φορτίο q βρίσκεται έξω από τη κλειστή επιφάνεια δεν συνισφαίρει στη ηλεκτρική ροή διαμέσου της κλειστής επιφάνειας ($\Phi=0$).

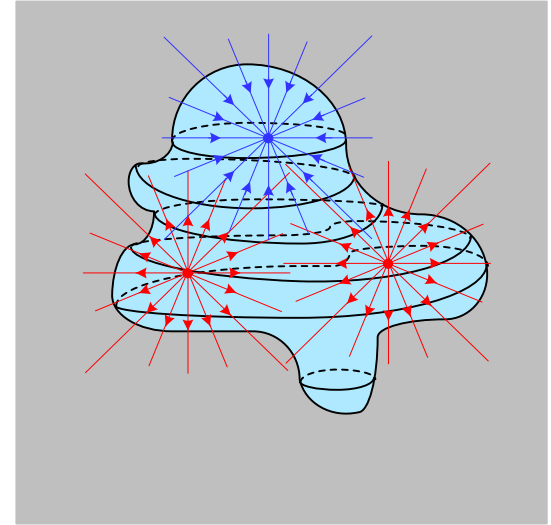
Μόνο τα φορτία q που βρίσκονται εγκλεισμένα μέσα στη κλειστή επιφάνεια συνισφαίρουν στη ηλεκτρική ροή διαμέσου της κλειστής επιφάνειας.

Κάθε ηλεκτρική δυναμική γραμμή που εισέρχεται στην κλειστή επιφάνεια και παράγει αρνητική ροή



...οπωσδήποτε θα εξέλθει παράγοντας αντίθετη θετική ροή.

Έτσι η συνολική ηλεκτρική ροή είναι $\Phi=0$.



Τα θετικά φορτία $+q_i$ παράγουν θετική ηλεκτρική ροή, ενώ τα αρνητικά φορτία $-q_j$ παράγουν αρνητική ηλεκτρική ροή. Η συνολική ροή προκύπτει από τα αλγεβρικό άθροισμα των ηλεκτρικών ρών όλων των φορτίων.