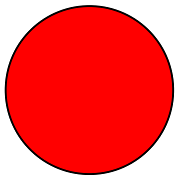
ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ Αποθήκευση και χρήση ηλεκτρικής ενέργειας

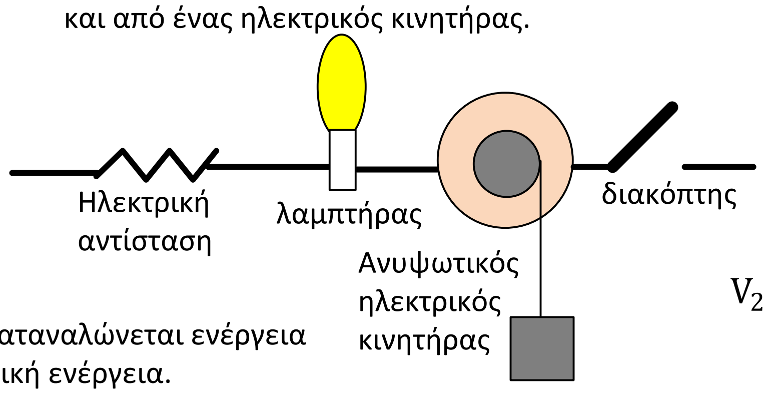
Μπορώ να φορτίσω μια μεταλλική σφαίρα ακτίνας R, σε φορτίο +Q και δυναμικό +V :

+Q , +V



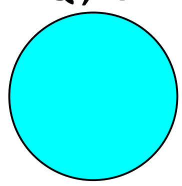
$$V_1 = \frac{U}{q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{R}$$

Μπορώ να εκφορτίσω τις 2 φορτισμένες σφαίρες μέσω αγώγιμου σύρματος στο οποίο παρεμβάλλονται μια αντίσταση, ένας λαμπτήρας και από ένας ηλεκτρικός κινητήρας.



Φορτίζω και μιά άλλη μεταλλική σφαίρα ακτίνας R, σε φορτίο -Q και δυναμικό -V:

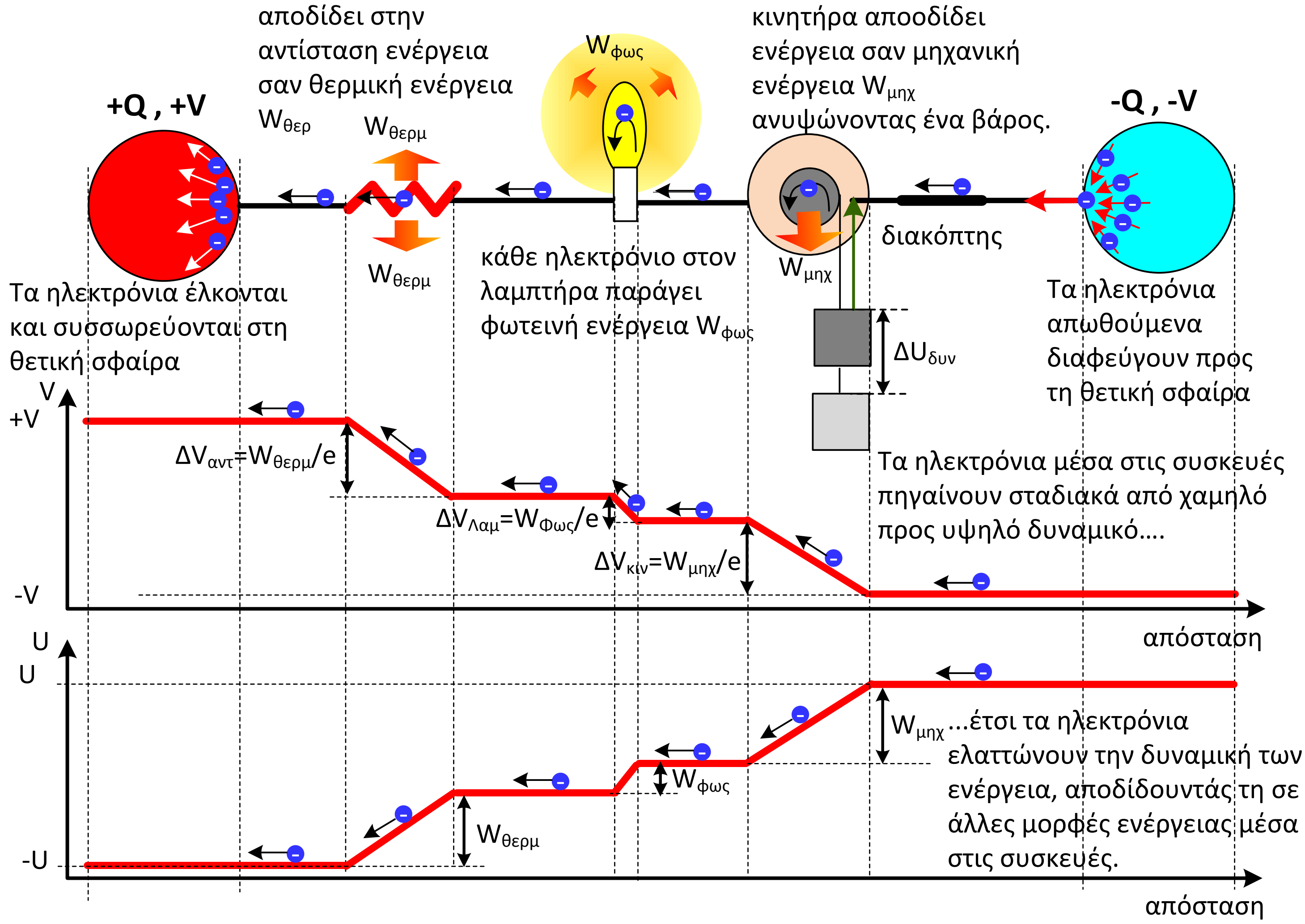
-Q , -V



$$V_2 = \frac{-U}{q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{-Q}{R}$$

Για τη φόρτιση των σφαιρών καταναλώνεται ενέργεια που αποθηκεύεται σαν ηλεκτρική ενέργεια.

Όταν κλείσω τον διακόπτη ηλεκτρόνια διαφεύγουν από την αρνητική προς τη θετική σφαίρα παράγοντας ηλεκτρικό ρεύμα που διέρχεται από την αντίσταση, τον λαμπτήρα και τον ηλεκτρικό κινητήρα.



Τα ηλεκτρόνια πηγαίνουν σταδιακά από χαμηλό προς υψηλό δυναμικό δηλαδή ιφίστανται πτώση τάσεως μέσα στις συσκευές όπου διέρχονται, ελαττώνοντας την δυναμική των ενέργεια μετασχηματίζοντάς τη σε άλλες μορφές ενέργειας μέσα σε αυτές.

Όμως οι φορτισμένες σφαίρες σταδιακά ελαττώνουν τη διαφορά δυναμικού των και τα φορτία των μέχρι να ισορροπίσουν στο ίδιο δυναμικό. Η αποθηκευμένη ηλεκτρική ενέργεια στις σφαίρες μεταφέρεται στις συσκευές του κυκλώματος σε άλλη μορφή ενέργειας.

Επομένως καθώς εκφορτίζονται οι 2 σφαίρες παράγεται ενέργεια Θερμική E_{th} αντίσταση οπτική ενέργεια E_{opt} (λαμπτήρας) και μηχανική ενέργεια E_{mech} (κινητήρας).

$$E_{th} + E_{opt} + E_{mech} = E_{φόρτησης}$$

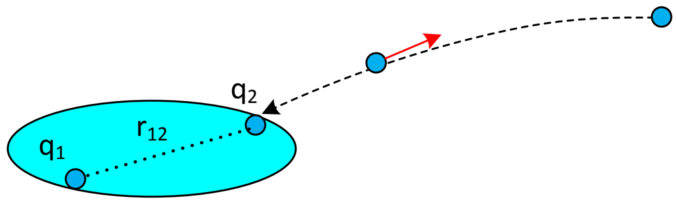
Οι ενέργειες αυτές προήλθαν από την ενέργεια $E_{φόρτησης}$ που καταναλώσαμε για να φορτίσουμε τις 2 σφαίρες.

Άρα θα πρέπει να υπολογίσω την ενέργεια που καταλώνω για να φορτίσω έναν αγωγό (μεταλλική σφαίρα), με φορτίο Q και δυναμικό V η οποία αποθηκεύεται σα **<u>δυναμική ενέργεια</u>**.

Υπολογισμός δυναμική ενέργειας μιάς κατανομής φορτίων.

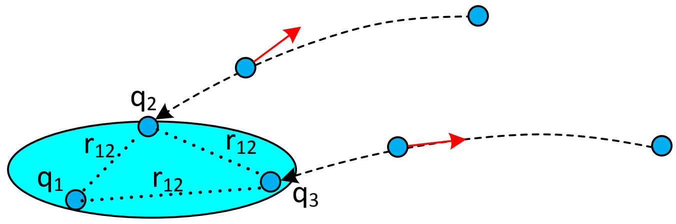
Ένα πλήθος σημειακών φορτίων αρχικά από μεγάλη (άπειρη) απόσταση τα μετακινούμε προς ένα αγωγό

Η δυναμική ενέργεια των δύο πρώτων σημειακών φορτίων q_1 και q_2 που θα τοποθετηθούν σε απόσταση r_{12} επάνω στο αγωγό είναι...



$$U(r_{12}) = V_1(r_{12})q = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1q_2}{r_{12}}$$

Η δυναμική ενέργεια τριών πρώτων σημειακών φορτίων q_1, q_2 και q_3 Που θα τοποθετηθούν στον αγωγό με μεταξύ των αποστάσεις r_{12} , r_{13} και r_{23} είναι....



Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας η συνολική δυναμική ενέργεια U είναι το άθροισμα των δυναμικών ενεργειών όλων των φορτίων ανά 2

$$U = U(r_{12}) + U(r_{13}) + U(r_{23}) \qquad U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1q_2}{r_{12}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1q_3}{r_{13}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_2q_3}{r_{23}}$$

Γράφοντας δύο φορές το κάθε όρο

$$U = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1q_2}{r_{12}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1q_2}{r_{12}}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1q_3}{r_{13}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1q_3}{r_{13}}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_2q_3}{r_{23}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_2q_3}{r_{23}}\right)$$

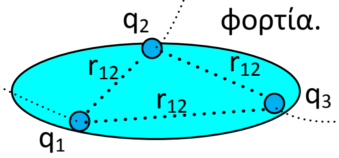
και βγάζοντας κοινό πράγοντα τα φορτία q_1, q_2 και q_3 τα οποία εμφανίζονται σε δύο διαφορετικά γινόμενα όπως δείχνουν οι χρωματιστές γραμές.

$$U = \frac{1}{2}q_1\underbrace{\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_2}{r_{12}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_3}{r_{13}}\right)}_{V_{other}(1)} + \frac{1}{2}q_2\underbrace{\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1}{r_{12}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_3}{r_{23}}\right)}_{V_{other}(2)} + \frac{1}{2}q_3\underbrace{\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1}{r_{13}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_2}{r_{23}}\right)}_{V_{other}(3)}$$

Αυτό είναι το δυναμικό στη θέση του q_1 από τα άλλα δύο φορτία.

Αυτό είναι το δυναμικό στη θέση του q_2 από τα άλλα δύο φορτία.

Αυτό είναι το δυναμικό στη θέση του q_3 από τα άλλα δύο φορτία.



Τα ίδια ισχύουν γενικά και για πολύ μεγάλο αριθμό N φορτίων.

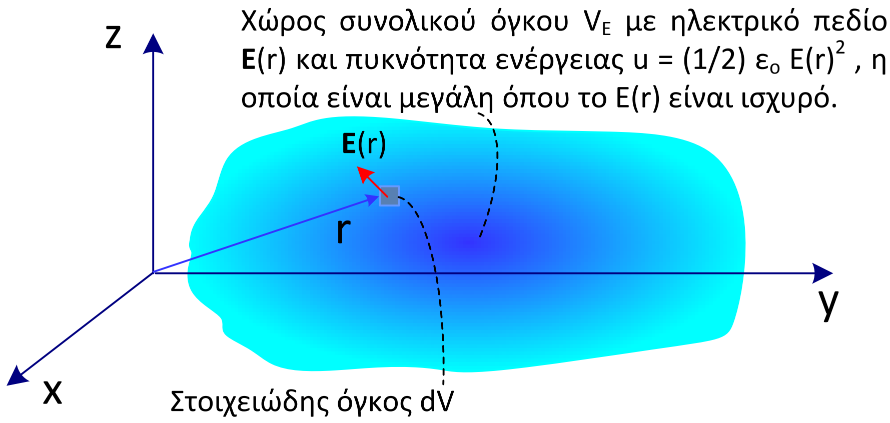
$$U = \frac{1}{2}q_1V_{other}\,(1) + \frac{1}{2}q_2V_{other}\,(2) + \frac{1}{2}q_3V_{other}\,(3) + \cdots + \frac{1}{2}q_NV_{other}\,(N)$$

Αν τα N φορτία αποτελούνται από ίσα στοιχειώδη φορτία Δq, τότε όλα τα δυναμικά $V_{other}(i)$ Θα είναι ίσα με το δυναμικό το αγωγού, γιατί αφαιρώντας ένα οποιοδήποτε στοιχειώδες φορτίο πρακτικά δεν αλλάζει το δυναμικό του αγωγού. Τότε

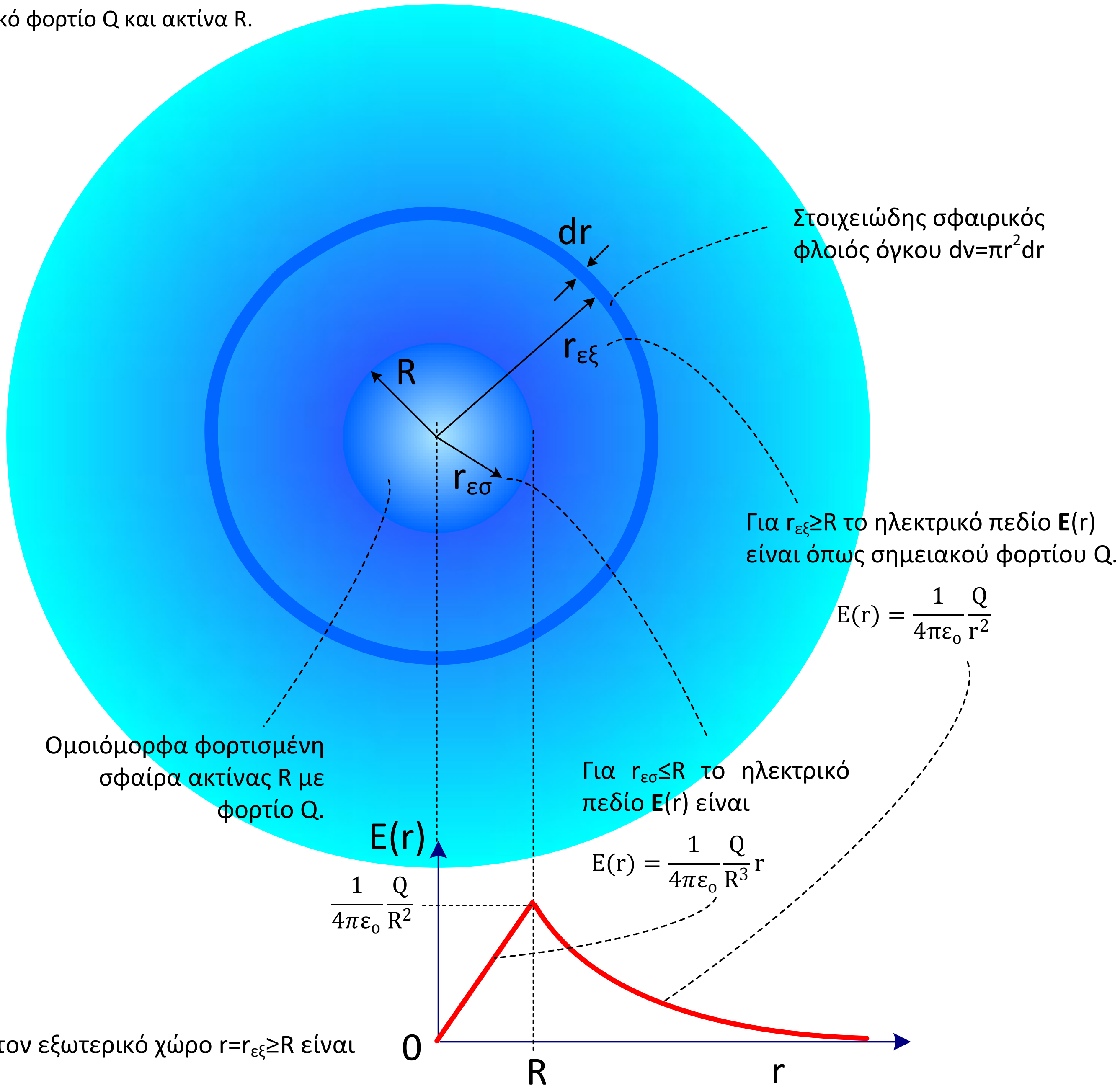
$$U = \frac{1}{2}\sum_i \Delta q V_{\alpha\gamma\omega\gamma}\,(i) = \frac{1}{2}V_{\alpha\gamma\omega\gamma}\,(i)\sum_i \Delta q = \frac{1}{2}V_{\alpha\gamma\omega\gamma}\,Q$$

αφού το συνολικό φορτίο του αγωγού είναι Q.

Άρα η συνολική ηλεκτρική ενέργεια φορτισμένου αγωγού είναι $U = \frac{1}{2}V_{\alpha\gamma\omega\gamma}\,Q$



Να υπολογιστεί η συνολική ηλεκτρική ενέργεια που είναι αποθηκευμένη σε ομοιόμορφα φορτισμένη σφαίρα με συνολικό φορτίο Q και ακτίνα R.



Η ηλεκτρική ενέργεια $U_{\varepsilon\xi}$ στον εξωτερικό χώρο $r=r_{\varepsilon\xi} \geq R$ είναι

$$U_{\varepsilon\xi} = \int_R^\infty 1/2\varepsilon_o (E(r))^2 dv = \int_R^\infty 1/2\varepsilon_o \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{r^2}\right)^2 4\pi r^2 dr = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_o}\int_R^\infty \frac{dr}{r^2} = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_o}\left[-\frac{1}{r}\right]_R^\infty = \frac{1}{8\pi\varepsilon_o}\frac{Q^2}{R}$$

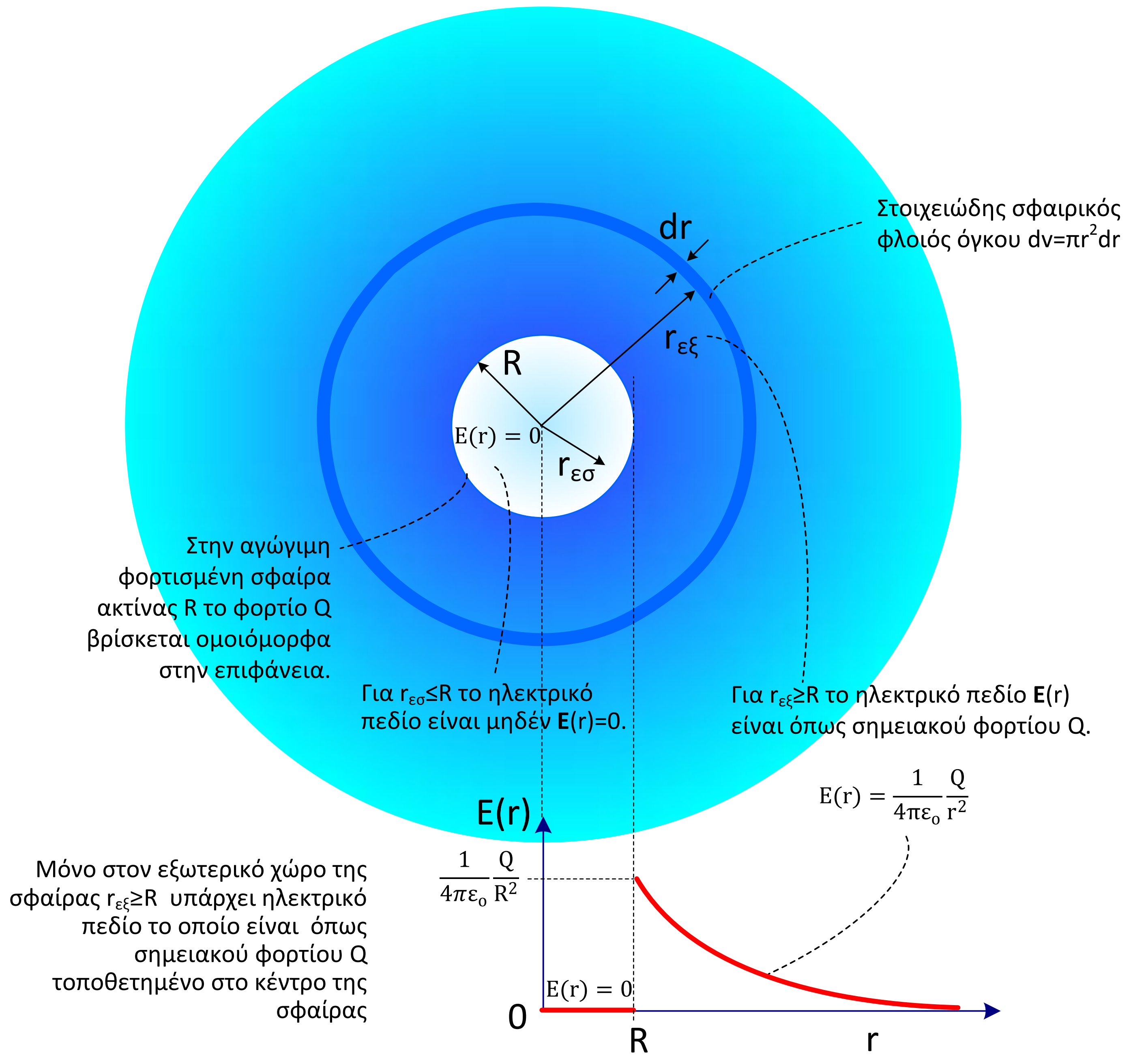
Στο εσωτερικό χώρο $r_{\varepsilon\sigma} \leq R$ η ενέργεια $U_{\varepsilon\sigma}$ είναι

$$U_{\varepsilon\sigma} = \int_0^R 1/2\varepsilon_o (E(r))^2 dv = \int_0^R 1/2\varepsilon_o \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{R^3}r\right)^2 4\pi r^2 dr = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_o R^3}\int_0^R r^4 dr = \frac{Q^2}{40\pi\varepsilon_o R^6}[r^5]_0^R = \frac{1}{40\pi\varepsilon_o}\frac{Q^2}{R}$$

Η συνολική ενέργεια σε όλο το χώρο μέσα και έξω από τη σφαίρα θα είναι

$$U = U_{\varepsilon\sigma} + U_{\varepsilon\xi} = \frac{1}{8\pi\varepsilon_o}\frac{Q^2}{R} + \frac{1}{40\pi\varepsilon_o}\frac{Q^2}{R} = \frac{3}{20\pi\varepsilon_o}\frac{Q^2}{R}$$

Να υπολογιστεί η συνολική ηλεκτρική ενέργεια που είναι αποθηκευμένη σε αγώγιμη φορτισμένη σφαίρα με συνολικό φορτίο Q και ακτίνα R.



Θεωρώντας στοιχειώδη όγκο dv ένα σφαιρικό φλοιό με εσωτερική ακτίνα r και εξωτερική ακτίνα r+dr η ηλεκτρική ενέργεια αποθυκευμένη στον εξωτερικό χώρο της σφαίρας είναι

$$U = \int_R^r 1/2\varepsilon_o (E(r))^2 dv = \int_R^r 1/2\varepsilon_o \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{r^2}\right)^2 4\pi r^2 dr = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_o}\int_R^r \frac{dr}{r^2} = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_o}\left[-\frac{1}{r}\right]_R^r = \frac{1}{8\pi\varepsilon_o}\frac{Q^2}{R}$$

Είναι η ενέργεια U που καταναλώνεται για να φορτιστεί η σφαίρα στο φορτίο Q αποκτώντας δυναμικό

$$U = \frac{1}{2} Q\, V(R) = \frac{1}{2} Q \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{R} = \frac{1}{8\pi\varepsilon_o}\frac{Q^2}{R}$$

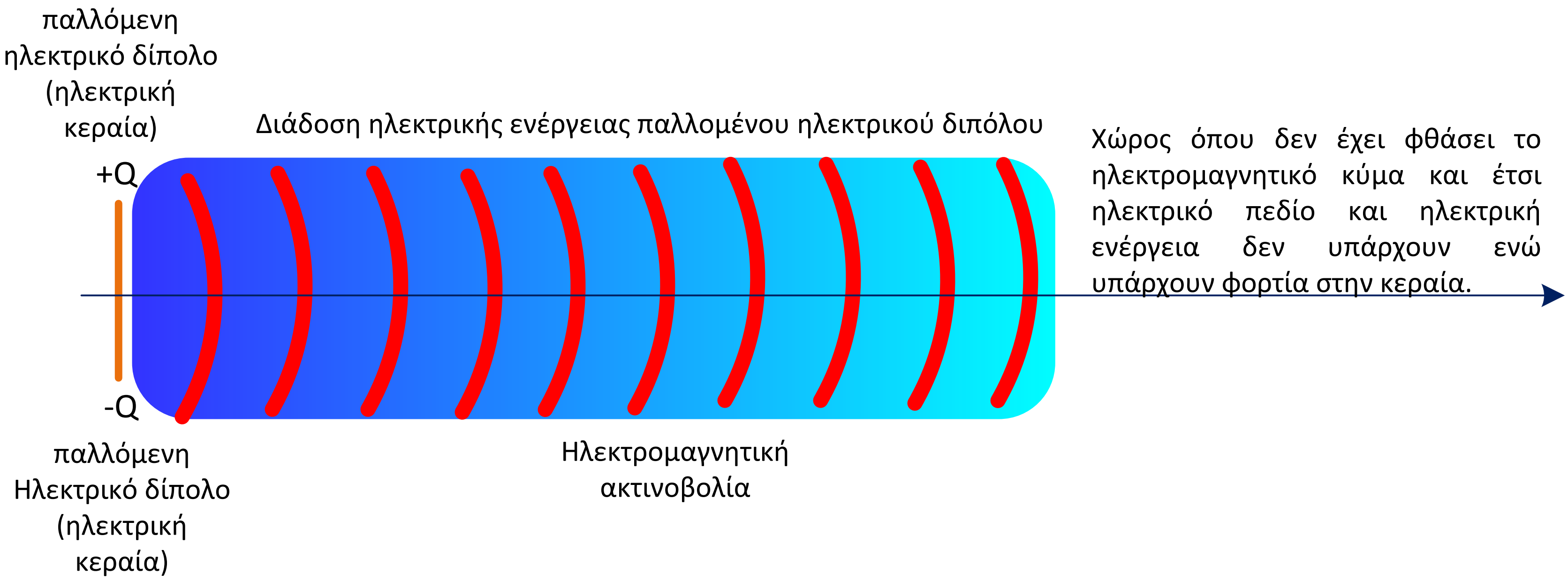
Αυτό το αποτέλεσμα επιβεβαιώνει πως η ενέργεια U που καταναλώνεται για να φορτιστεί η σφαίρα αποθηκεύεται σαν ενέργεια U του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργεί η φορτισμένη σφαίρα.

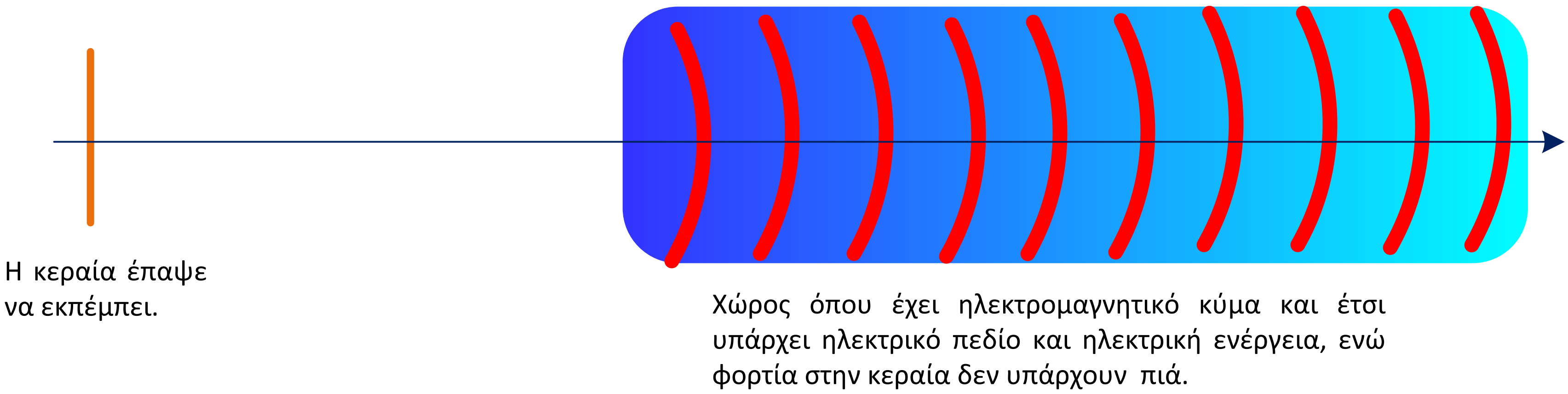
Που υπάρχει η ενέργεια στα φορτία ή στο ηλεκτρικό πεδίο;

Η ενέργεια που χρειάστηκε για να για να υπερνικηθούν οι ηλεκτρικές απώσεις και να συναθροιστούν τα φορτία στην επιφάνεια της σφαίρας υπάρχει στα φορτία.

Όμως ενέργεια υπάρχει στο ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργεί στο χώρο το ηλεκτρικό φορτίο της φορτισμένης σφαίρας.

Τότε γεννάται το ερώτημα που υπάρχει η ενέργεια στα φορτία ή στο ηλεκτρικό πεδίο;





Άρα η ενέργεια περιέχεται στο ηλεκτρικό πεδίο