

...από το συνολικό θετικό φορτίο Q_+ των πρωτονίων των ατόμων.

...και το συνολικό αρνητικό φορτίο Q_- των ηλεκτρονίων των ατόμων του μορίου.

Το συνολικό φορτίο $Q_{\text{συν}} = Q_+ + Q_-$ που διέρχεται ανά μόριο από το σωλήνα είναι μηδέν.

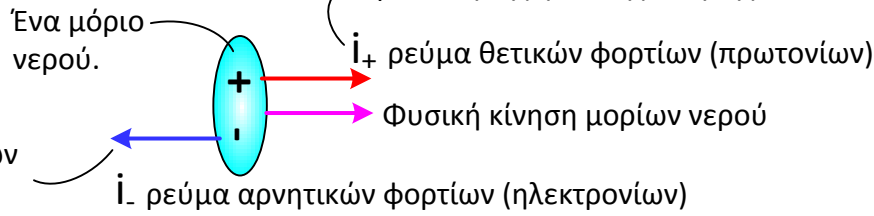
Άρα το συνολικό ηλεκτρικό ρεύμα i που οφείλεται στο ρεύμα i_+ από τη κίνηση των πρωτονίων και το ρεύμα i_- από τη κίνηση των ηλεκτρονίων είναι μηδέν.

$$i = i_+ + i_- = 0 \text{ και επομένως } i_+ = -i_-$$

Δηλαδή το ρεύμα των θετικών φορτίων i_+ πρέπει να είναι οπωσδήποτε αντίθετο από το ρεύμα των αρνητικών φορτίων i_- .

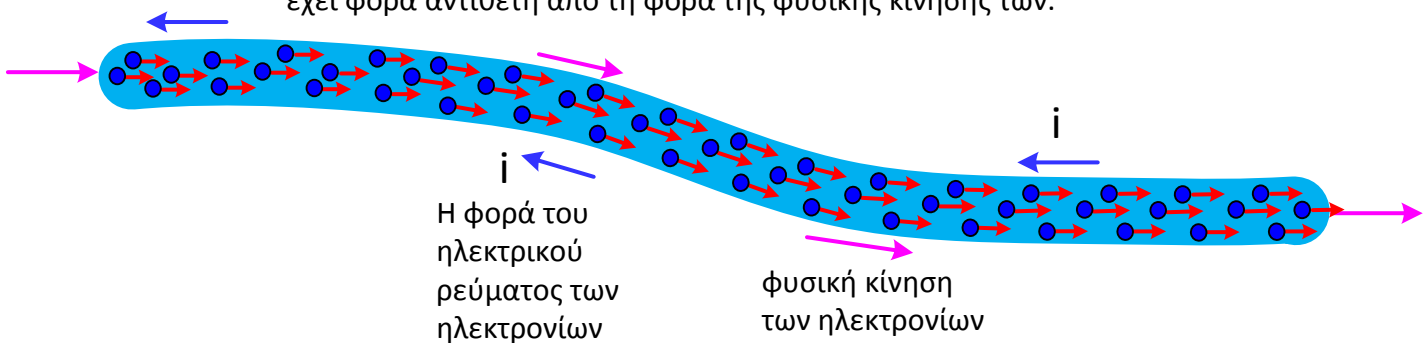
Αυθαίρετα θεωρούμε τις εξής φορές.

Η φορά του ρεύματος των θετικών φορτίων είναι ίδια με αυτή της φυσικής κίνησής των.



Έτσι η φορά του ρεύματος των αρνητικών φορτίων είναι αντίθετη αυτής της φυσικής κίνησής των.

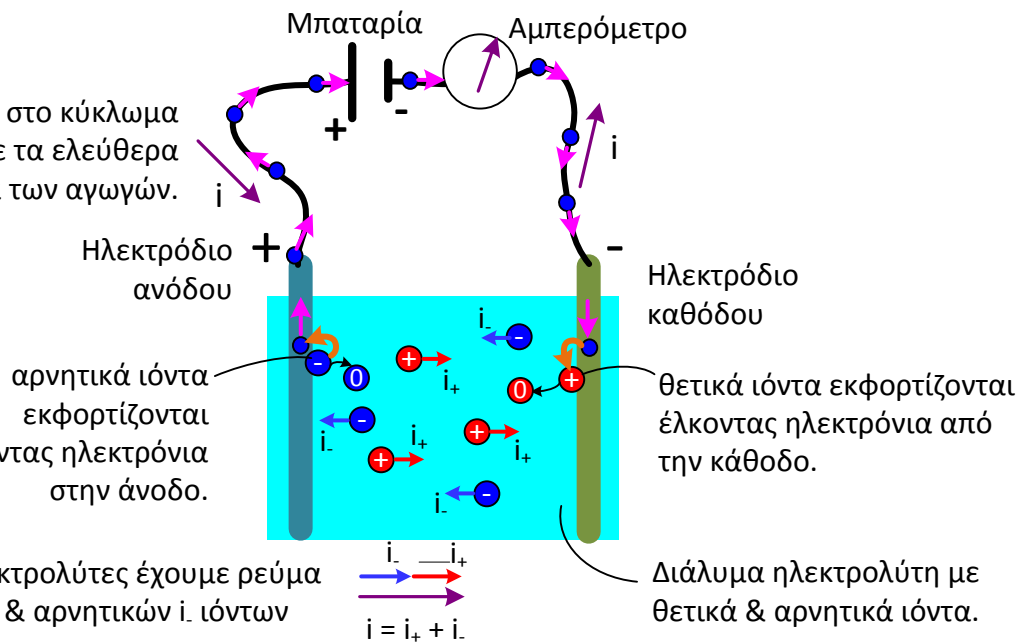
Επομένως το ηλεκτρικό ρεύμα των ηλεκτρονίων στους αγωγούς έχει φορά αντίθετη από τη φορά της φυσικής κίνησής των.



Ηλεκτρικό ρεύμα από θετικά και αρνητικά φορτία

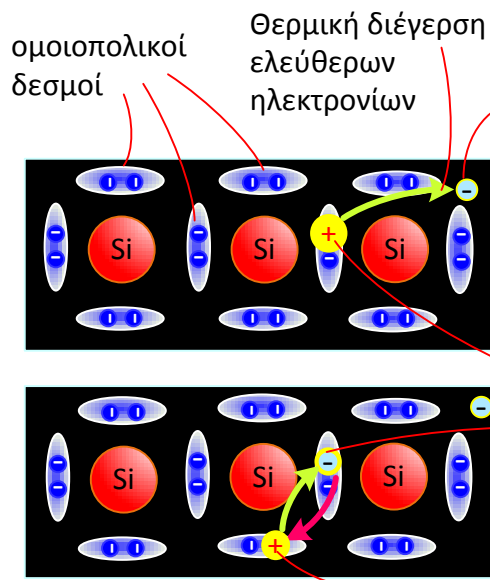
Ηλεκτρόλυση

Το ρεύμα i στο κύκλωμα μεταφέρεται με τα ελεύθερα ηλεκτρόνια των αγωγών.



Το συνολικό ρεύμα είναι το άθροισμα

Ημιαγωγοί

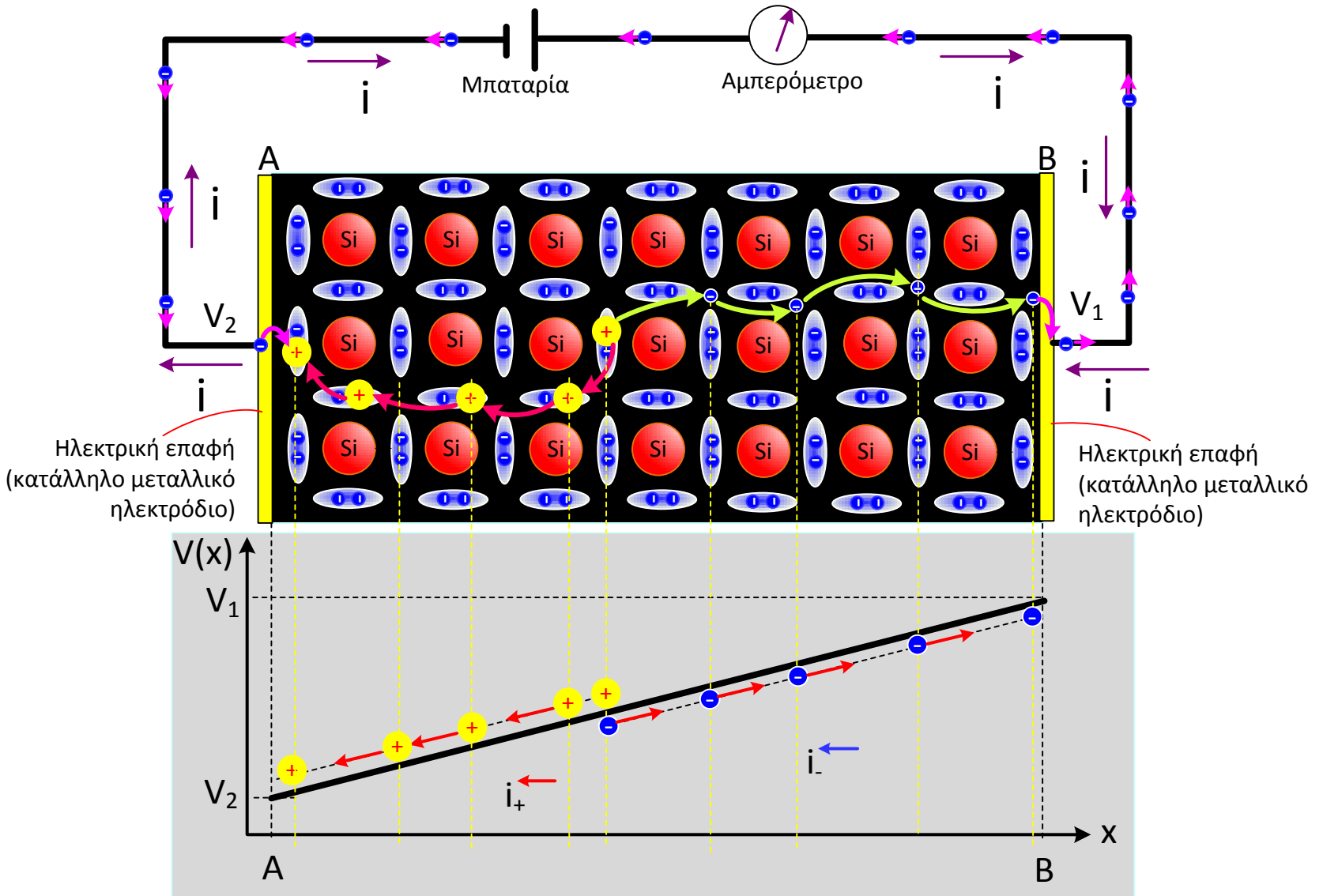


Ελάχιστα ηλεκτρόνια διεγείρονται θερμικά της τάξεως του ένα ηλεκτρόνιο κάθε 1 δισεκατομύρια άτομα ($1/10^9$) δηλαδή δημιουργώντας μια συγκέντρωση $10^{22}/10^9 \text{cm}^{-3} = 10^{14} \text{cm}^{-3}$ ελεύθερων ηλεκτρονίων που κινούνται ελεύθερα.

Αφού διεγερθεί το ηλεκτρόνιο αφήνει πίσω του ένα κενό που έχει περίσσεια θετικού φορτίου $+e$ που ονομάζεται οπή.

Κατόπιν ένα ηλεκτρόνιο από γειτονικό ομοιοπολικό δεσμό μπορεί να καλύψει το κενό και έτσι η οπή να μεταφέρεται εύκολα σε γειτονικό δεσμό και έτσι να μπορεί να κινείται ελεύθερα η οπή με το θετικό της φορτίο από δεσμό σε δεσμό, δηλαδή δημιουργείται μια ελεύθερη οπή ή θετικό φορτίο $+e$ και με συγκέντρωση όση ακριβώς και των ηλεκτρονίων.

Όταν συνδέσουμε ένα ημιαγωγό πυριτίου με κατάλληλες ηλεκτρικές επαφές (μεταλλικά ηλεκτρόδια) στα άκρα του σε ένα κύκλωμα με μπαταρία και αμπερόμετρο, τότε η διαφορά δυναμικού από την μπαταρία μεταφέρεται στα άκρα του ημιαγωγού και έτσι τίθενται σε κίνηση τα αρνητικά φορτία (ελεύθερα ηλεκτρόνια) και τα θετικά φορτία (ελεύθερες οπές).



Έτσι οι οπές κινούνται προς τα αριστερά προς το μικρότερο δυναμικό V_2 ελαττώνοντας την ενέργειά των και δημιουργώντας ηλεκτρικό ρεύμα i_+ .

Ενώ τα ηλεκτρόνια κινούνται προς τα δεξιά προς το μεγαλύτερο δυναμικό V_1 ελαττώνοντας την ενέργειά των και δημιουργώντας ηλεκτρικό ρεύμα i_- .

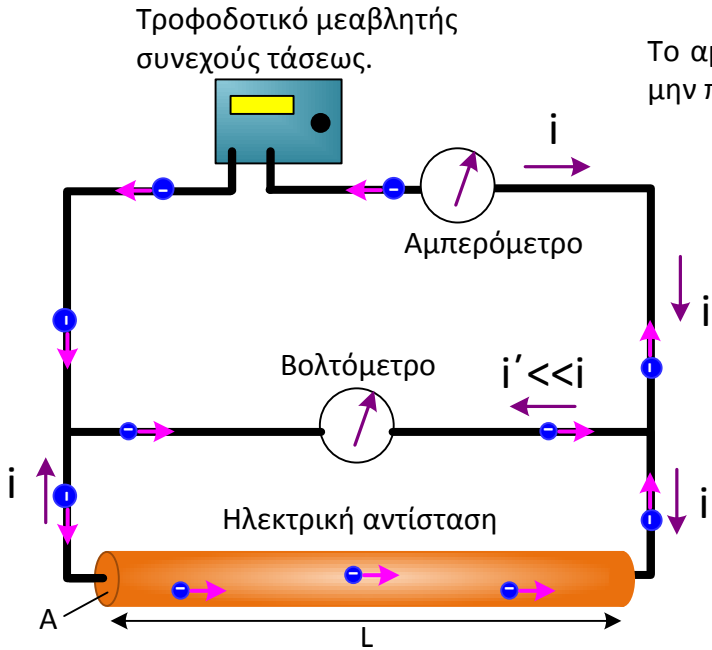
Το συνολικό ηλεκτρικό ρεύμα είναι το άθροισμα του ρεύματος i_+ των οπών και του ρεύματος i_- των ηλεκτρονίων.

$$i = i_+ + i_-$$

Όμως το ηλεκτρικό ρεύμα i είναι πολύ μικρό γιατί η συγκέντρωση των ελεύθερων οπών και των ηλεκτρονίων είναι πολύ μικρή και έτσι το καθαρό πυριτίο χωρίς προσμίξεις κατατάσσεται στη κατηγορία των μονωτών.

ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ ΟΗΜ

Συνδέουμε με τροφοδοτικό συνεχούς τάσεως, την οποία μπορούμε να μεταβάλουμε, με μία ηλεκτρική αντίσταση και ένα αμπερόμετρο στη σειρά και με ένα βολτόμετρο σε παράλληλη σύνδεση με την αντίσταση.



Το αμπερόμετρο έχει πολύ μικρή αντίσταση ώστε να μην περιορίζει το ηλεκτρικό ρεύμα στο κύκλωμα.

Δηλαδή αν απομακρύνουμε το αμπερόμετρο από το κύκλωμα δεν θα αλλάξει πρακτικά το ρεύμα δηλαδή η πτώση τάσεως στα άκρα του αμπερομέτρου είναι αμελητέα και επομένως η πτώση τάσεως στα άκρα στην αντίσταση που διαβάζεται από το βολτόμετρο δεν θα αλλάξει.

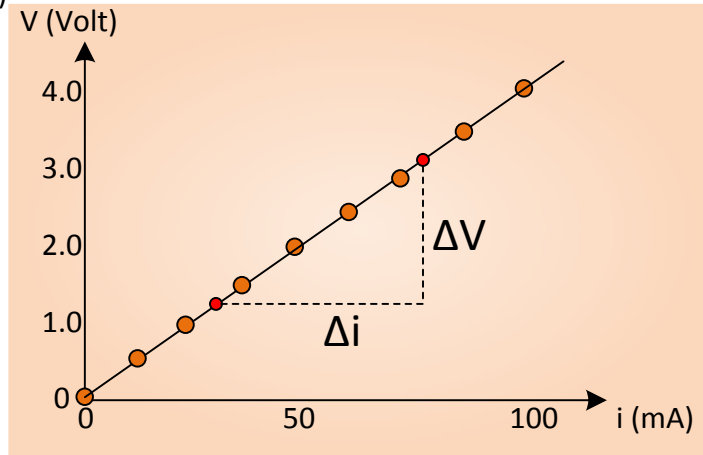
Το βολτόμετρο έχει πολύ μεγάλη αντίσταση ώστε να περάσει ένα πολύ μικρό ρεύμα $i' \ll i$ μέσα από αυτό ώστε να μη επηρεάσει το ρεύμα στο κύκλωμα.

Δηλαδή αν απομακρύνουμε το βολτόμετρο από το κύκλωμα δεν θα αλλάξει πρακτικά το ρεύμα που διέρρει το αμπερόμετρο.

Τα ηλεκτρόνια διερχόμενα από την αντίσταση χάνουν ενέργεια λόγω συγκρούσεων η οποία γίνεται θερμότητα.

Αλλάζοντας τη τάση εξόδου του τροφοδοτικού καταγράφουμε τις τιμές του αμπερομέτρου (i) και του βολτόμετρου (V) σε πίνακα μετρήσεων και ακολούθως κάνουμε τη γραφική παράσταση του V σε συνάρτηση του i .

i (mA)	ΔV (Volt)
0.0	0.0
12.1	0.5
24.1	1.0
36.4	1.5
48.2	2.0
60.5	2.5
72.7	3.0
84.6	3.5
96.9	4.0



Παρατηρούμε πως η σχέση μεταξύ των V και i είναι γραμμική. Χαράσσουμε τη βέλτιστη ευθεία και υπολογίζουμε τη κλίση K από δύο σημεία της ευθείας.

$$K = \frac{\Delta V}{\Delta i} = R \quad \text{Την } K \text{ οποία αποκαλούμε ηλεκτρική αντίσταση } R.$$

ή λύνοντας ως προς i πέρνουμε τον νόμο γνωστό σαν νόμος του Ohm
$$i = \frac{V}{R}$$

Η αντίσταση R βρέθηκε πειραματικά να είναι ανάλογος του μήκους L και αντιστρόφως ανάλογος της διατομής S της αντίστασης και εξαρτάται από μια παράμετρο ρ , η οποία είναι ανεξάρτητη των γεωμετρικών χαρακτηριστικών της και αποκαλείται ειδική αντίσταση και καθορίζεται από το υλικό της αντίστασης που αποκαλείται ειδική αντίσταση ρ και μετρείται στο σύστημα S.I. σε μονάδες $\Omega \text{ m}$, ενώ χρησιμοποιείται και η μονάδα $\Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$. Επομένως η αντίσταση R δίνεται από

$$R = \rho \frac{L}{S}$$

Η ειδική αντίσταση ρ υπολογίζεται λύνοντας την Εξ. (15.4) ως προς ρ και αφού έχουμε μετρήσει την R , L και S δηλαδή Ειδική αντίσταση

$$\rho = \frac{RS}{L} = \frac{VS}{iL}$$

Πολλές φορές χρησιμοποιείται το $1/\rho$ που εκφράζει την ειδική αγωγιμότητα
$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

Παρακάτω παρουσιάζεται μια συγκριτική κλίμακα ειδικών αντιστάσεων και ειδικών αγωγιμοτήτων αγωγών, ημιαγωγών και μονωτών.

Cu	Au	Al	Fe	Ge	Si νερό	GaAs	Αέρας Ξύλο	Γυαλί quartz	Τεφλόν	ρ ($\Omega \text{ cm}$)
10^{-9}			10^{-7}	10^{-1}	10^3		10^{10}		10^{20}	
10^9			10^7	10^1	10^{-3}		10^{-10}		10^{-20}	σ ($\Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$)
Μέταλλα				Ημιαγωγοί		Μονωτές				

Οι μικροσκοπικοί μηχανισμοί του νόμου Ohm

Τα ηλεκτρόνια κινούμενα με υψηλές ταχύτητες της τάξεως των 1000 km/s συγκρούονται με τα ακίνητα θετικά ιόντα με ένα ριθμό περίπου $10^{14}/s$. Χωρίς ηλεκτρικό πεδίο τα ηλεκτρόνια κατά μέσο

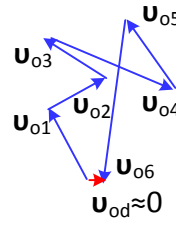
Αγωγός

Μηδενικό ηλεκτρικό πεδίο. $E=0$

Συγκρούσεις ηλεκτρονίων = $10^{14}/s$ μετά από κάθε σύγκρουση χάνεται η κινητική ενέργεια

Στιγμαία ταχύτητα ηλεκτρονίων είναι της τάξεως $10^6 m/s = 1000 km/s$ λόγω τυχαίας κίνησης

Μελετάται η κίνηση ενός μόνο ελεύθερου ηλεκτρονίου αγνοώντας τα υπόλοιπα.



Δηλαδή αν αθροίσουμε τις ταχύτητες ενός αριθμού συγκρούσεων τότε η τελική ταχύτητα ολίσθησης u_{0d} θα είναι μηδέν ή η μέση ταχύτητα είναι μηδέν.

Ένα ελεύθερο ηλεκτρόνιο μετά από ένα μεγάλο αριθμό συγκρούσεων η μέση μετατόπιση είναι πρακτικά μηδέν.

Με ηλεκτρικό πεδίο. E

Σε κάθε διαδρομή ανάμεσα σε δύο συγκρούσεις κάνει μια επιπρόσθετη μικρή μετατόπιση $\Delta\lambda$ αντίθετη από το ηλεκτρικό πεδίο, λόγω της ηλεκτρικής δύναμης $F=-eE$.

$F=eE$ Μέσα σε χρόνο t_i που μεσολαβεί ανάμεσα σε δύο συγκρούσεις η ηλεκτρική δύναμη επιταχύνει το ηλεκτρόνιο με επιτάχυνση $a=eE/m_e$.

Η αύξηση της ταχύτητας από το πεδίο $\Delta u = a t_i$

Η θερμική ταχύτητα χωρίς πεδίο u_{0i}

Η ταχύτητα με το πεδίο u_i

Αθροίζοντας τις ταχύτητες ενός αριθμού n συγκρούσεων τότε θα πάρουμε τη τελική ταχύτητα ολίσθησης u_D , ενώ η μέση η ταχύτητα ολίσθησης θα είναι $u_d = u_D/n$.

Ένα ελεύθερο ηλεκτρόνιο μετά από ένα μεγάλο αριθμό συγκρούσεων σε δεδομένο χρόνο T διανύει μια μέση μετατόπιση λ .

Μεταξύ δύο συγκρούσεων η ταχύτητα u_i με το πεδίο είναι το διανυσματικό άθροισμα της θερμικής ταχύτητας u_{0i} και της μεταβολής $\Delta u = a t_i$ από το πεδίο.

Τότε η μέση ταχύτητα ολίσθησης είναι της τάξεως του $u_d = \Delta\lambda/T = 10^{-2} m/s$, δηλαδή μερικά cm/s.

Η κίνηση των ελευθέρων ηλεκτρονίων μέσα στον αγωγό με ηλεκτρικό πεδίο έχει το μηχανικό ανάλογο κυλιόμενης σφαίρας σε κεκλιμένο επίπεδο με εμπόδια.

Επιτάχυνση λόγω βαρύτητας

Επιβράδυνση μετά από κάθε σύγκρουση όπου χάνεται κινητική ενέργεια.

Μέση ταχύτητα ολίσθησης u_d : σταθερή λόγω συγκρούσεων

Το ρόλο του ηλεκτρικού πεδίου έχει η κλίση του κεκλιμένου επιπέδου. Μεγαλύτερη κλίση του έχει σαν αποτέλεσμα μεγαλύτερη ταχύτητα ολίσθησης

Εφαρμόζοντας ένα ηλεκτρικό πεδίο E , το κάθε ηλεκτρόνιο μέσα σε χρόνο τ_i που μεσολαβεί ανάμεσα σε δύο συγκρούσεις και οποποιός πρακτικά δεν εξαρτάται από το E θα αποκτά μια επιπρόσθετη ταχύτητα $\Delta u_i = \alpha \tau_i$, η οποία θα προστίθεται διανθσματικά στην αντίστοιχη θερμική ταχύτητα u_{oi} και θα προκύπτει η συνολική ταχύτητα u_i που θα έχει το ηλεκτρόνιο μετά από δύο συγκρούσεις

$$u_i = u_{oi} + \alpha \tau_i$$

Επομένως αθροίζοντας ένα αριθμό n ταχυτήτων u_i η μέση ταχύτητα ολίσθησης u_d υπολογίζεται

$$u_d = \frac{u_1 + u_2 + \dots + u_n}{n} = \frac{(u_{o1} + \alpha \tau_1) + (u_{o2} + \alpha \tau_2) \dots + (u_{on} + \alpha \tau_n)}{n}$$

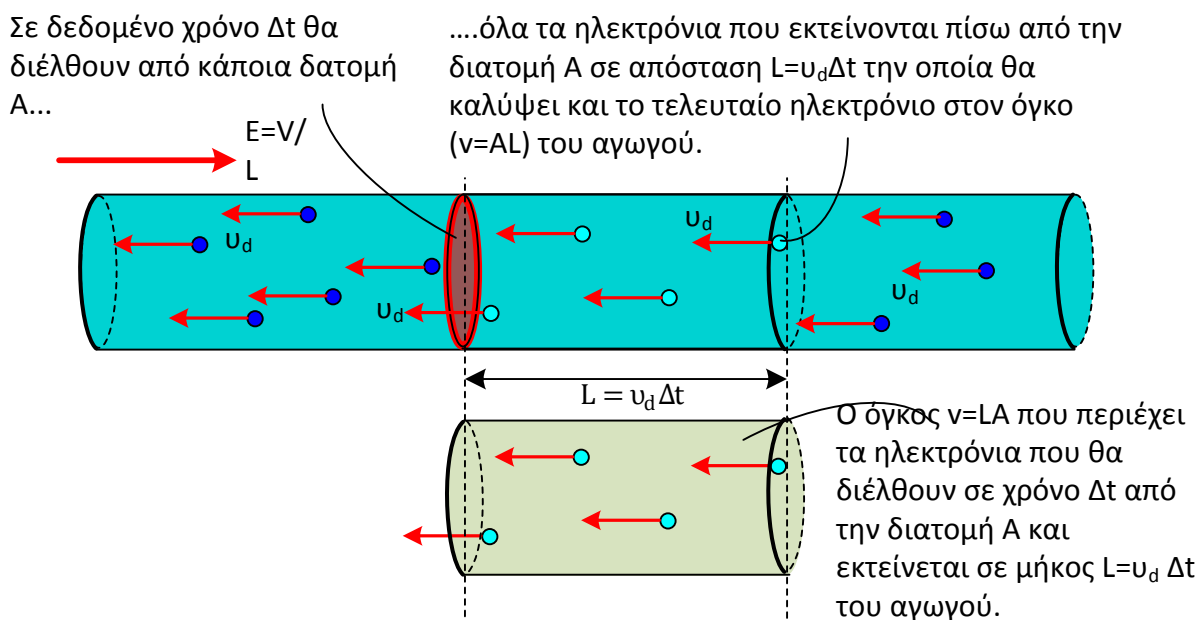
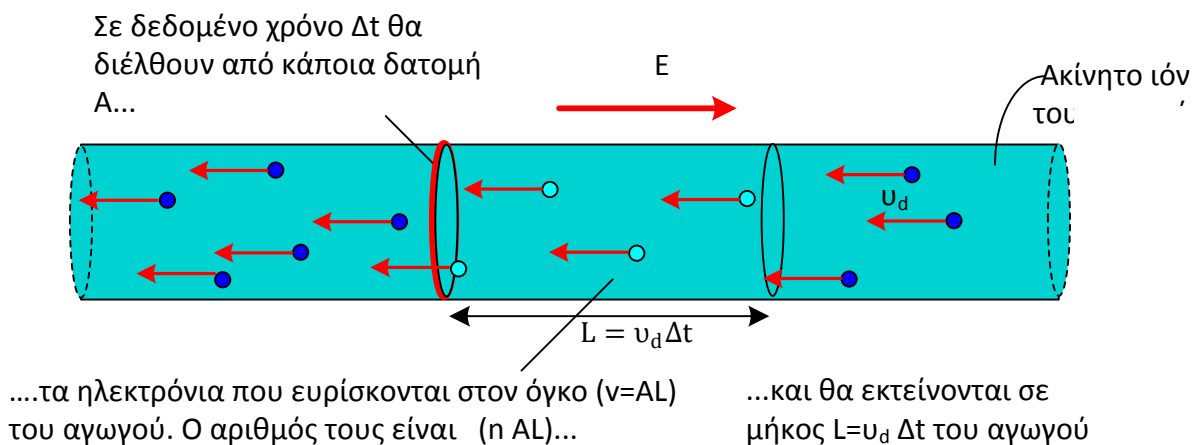
$$u_d = \frac{u_{o1} + u_{o2} + \dots + u_{on}}{n} + \alpha \frac{\tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_n}{n}$$

όπου ο πρώτος προσθετέος του δεξιού μέλους είναι η μέση θερμική ταχύτητα η οποία είναι μηδέν, ενώ το κλάσμα στο δεύτερο προσθετέο είναι η μέση τιμή του χρόνου τ μεταξύ δύο συγκρούσεων

$$\frac{\tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_n}{n} = \tau$$

Έτσι η ταχύτητα ολίσθησης γράφεται
$$u_d = \alpha \tau = \frac{eE}{m_e} \tau$$

Για να αναπαραγάγουμε το νόμο του Ohm με ένα θεωρητικό πρότυπο ή μοντέλο, μπορούμε να υπολογίσουμε το ρεύμα i που παράγεται με την εφαρμογή μια τάσης V στα άκρα ενός αγωγού. Αν η συγκέντρωση των ηλεκτρονίων είναι n (αριθμός ηλεκτρονίων/όγκο), και όλα τα ηλεκτρόνια κινούνται με τη μέση ταχύτητα ολίσθησης u_d , τότε μπορούμε να υπολογίσουμε το ρεύμα που θα διαρρέει τον αγωγό.



Επομένως ο αριθμός των ηλεκτρονίων nAL που βρίσκονται στον όγκο $v=AL$ του αγωγού και συνολικού φορτίου $\Delta Q = enAL$ θα διέλθουν από τη διατομή A σε χρόνο $\Delta t = \frac{L}{u_d}$

Επομένως ο αριθμός των ηλεκτρονίων nAL που βρίσκονται στον όγκο $v=AL$ του αγωγού και συνολικού φορτίου $\Delta q=enAL$ θα διέλθουν από τη διατομή A σε χρόνο $\Delta t=L/v_d$ και θα δημιουργήσουν ρεύμα i

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{enAL}{L/v_d} = enAv_d$$

στην οποία αντικαθιστώντας την v_d που βρήκαμε παραπάνω

$$i = \frac{e^2 n \tau}{m_e} AE \quad \text{όπου } E=V/L \quad i = \frac{e^2 n \tau A}{m_e L} V$$

Η οποία αναπράγγει με επιτυχία το νόμο του Ohm ο οποίος δίδεται από την Εξ. (15.4) όπου η η οποία μας δίνει την έκφραση της αντίστασης R του αγωγού

$$R = \frac{m_e L}{e^2 n \tau A}$$

το κλάσμα εμπρός από το λόγο L/A ταυτίζεται με την ειδική αντίσταση ρ

$$\rho = \frac{m_e}{e^2 n \tau}$$

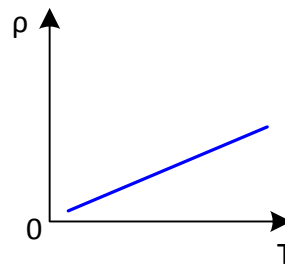
η οποία φανερώνει από ποιούς παράγοντες επηρεάζεται η ειδική αντίσταση των σωμάτων. Συγκεκριμένα, η Εξ. (15.20) προβλέπει ότι η ειδική αντίσταση των σωμάτων αυξάνεται με την θερμοκρασία, γιατί στον παρονομαστή της Εξ. (15.20) ελαττώνεται ο χρόνος τ μεταξύ δύο συγκρούσεων. Η αύξηση της θερμοκρασίας έχει σαν αποτέλεσμα να αυξάνεται το πλάτος των θερμικών ταλαντώσεων και επομένως αυξάνεται η πιθανότητα σύγκρουσης, το οποίο έχει σαν αποτέλεσμα την ελάττωση του χρόνου τ μεταξύ δύο συγκρούσεων. Αυτό το φαινόμενο είναι γενικό για όλα τα υλικά.

Αγωγοί-ημιαγωγοί-μονωτές-υπεραγωγιμότητα

Όσο αφορά τη μεταβολή της συγκέντρωσης n με τη θερμοκρασία στην ειδική αντίσταση που δίδεται από την Εξ. (15.21), αυτή διαφοροποιείται στις διάφορες κατηγορίες υλικών και συγκεκριμένα στα μέταλλα και στους ημιαγωγούς-μονωτές.

Αγωγοί

Στα μέταλλα η συγκέντρωση n των ελευθέρων ηλεκτρονίων πρακτικά δεν αλλάζει με την θερμοκρασία. Έτσι η ειδική αντίσταση των αγωγών αυξάνεται με την θερμοκρασία, γιατί



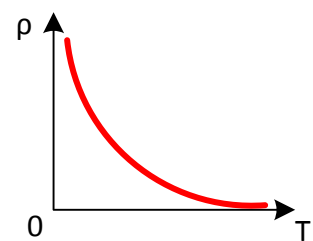
Στα μέταλλα η ρ αυξάνεται λίγο με την θερμοκρασία λόγω της αύξησης του ριθμού των συγκρούσεων ($1/\tau$), ενώ η συγκέντρωση των ελευθέρων ηλεκτρονίων n παραμένει σταθερή.

στον παρονομαστή της Εξ. (15.11) ελαττώνεται ο μέσος χρόνος τ μεταξύ δύο συγκρούσεων. Έτσι σε καλή προσέγγιση αυξάνεται η ειδική αντίσταση των αγωγών γραμμικά με την θερμοκρασία θ με συντελεστή αύξησης α

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha \theta)$$

Ημιαγωγοί-Μονωτές

Στην περίπτωση των ημιαγωγών και μονωτών ενώ ο αριθμός των συγκρούσεων αυξάνεται με την θερμοκρασία ελαττώνοντας το τ όπως και στους αγωγούς, η συγκέντρωση n των ηλεκτρονίων συγκριτικά μπορεί να αυξάνεται δραματικά κατά πολλές τάξεις μεγέθους αυξάνοντας την θερμοκρασία υπερσχύοντας κατά πολύ της αύξησης της αντίστασης από την μείωση του χρόνου τ . Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την μεγάλη μείωση κατά τάξεις μεγέθους της ειδικής αντίστασης των ημιαγωγών και μονωτών με την αύξηση της θερμοκρασίας.



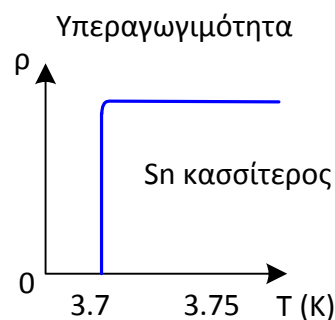
Στους ημιαγωγούς η ρ ελατώνεται με την θερμοκρασία T λόγω της μεγάλης αύξησης της συγκέντρωσης n των φορέων που είναι ασύγκριτα μεγαλύτερη από την αύξηση του ριθμού συγκρούσεων ($1/\tau$)

Υπεραγωγοί

Στη περιοχή θερμοκρασιών κοντά στο απόλυτο μηδέν και κάτω από τη θερμοκρασία 4.2 K υγροποίησης του ηλίου, η ειδική αντίσταση μερικών μετάλλων όπως ο κασίτερος, ο ξευδάργυρος, ο μόλυβδος, το νιόβιο εξαφανίζεται απότομα η αντίσταση η οποία μηδενίζεται. Έτσι στους υπεραγωγούς μπορεί να διαδίδεται ρεύμα χωρίς να χάνεται ενέργεια σε θερμικές απώλειες.

Σε ένα υπεραγωγώγιμο δακτύλιο σε χαμηλή θερμοκρασία όταν δημιουργήσουμε ένα παλμό ρεύματος μερικών εκτοντάδων ampere, τότε αυτός συντηρείται μόνος του για χρόνια χωρίς να μειώνεται. Ενέργεια δαπανάται μόνο για την έναρξη του παλμού, ενώ στη συνέχεια τα ηλεκτρόνια μέσα στους υπεραγωγούς κινούνται χωρίς να απαιτούν ενέργεια για να συντηρήσουν την κίνησή των.

Σε ένα υπεραγωγώγιμο δακτύλιο σε χαμηλή θερμοκρασία όταν δημιουργήσουμε ένα παλμό ρεύματος μερικών εκτοντάδων ampere, τότε αυτός συντηρείται μόνος του για πάντα χωρίς να μειώνεται.



Στη περιοχή θερμοκρασιών κοντά στο απόλυτο μηδέν και του υγρού ηλίου το οποίο υγροποιείται στους 4.2 K, η ειδική αντίσταση μερικών μετάλλων όπως ο κασίτερος, ο ξευδάργυρος, ο μόλυβδος, το νιόβιο εξαφανίζεται απότομα η αντίσταση.

