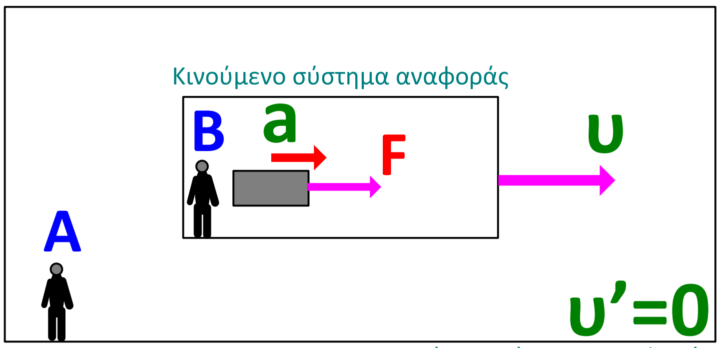
Αξιώματα της Ειδικής θεωρίας της σχετικότητας

1. Οι νόμοι της φυσικής είναι ίδιοι για όλα τα αδρανειακά συστήματα αναφοράς

2. Η μετρούμενη ταχύτητα του φωτός στο κενό είναι η ίδια ανεξάρτητα της κίνησης του παρατηρητή ή της πηγής

Δηλ. όλοι οι βασικοί νόμοι, όπως ΣF=ma, έχουν την ίδια μαθηματική έκφραση για όλους τους παρατηρητές που κινούνται με σταθερή σχετική ταχύτητα ο ένας ως προς τον άλλον.



Ακίνητο σύστημα αναφοράς

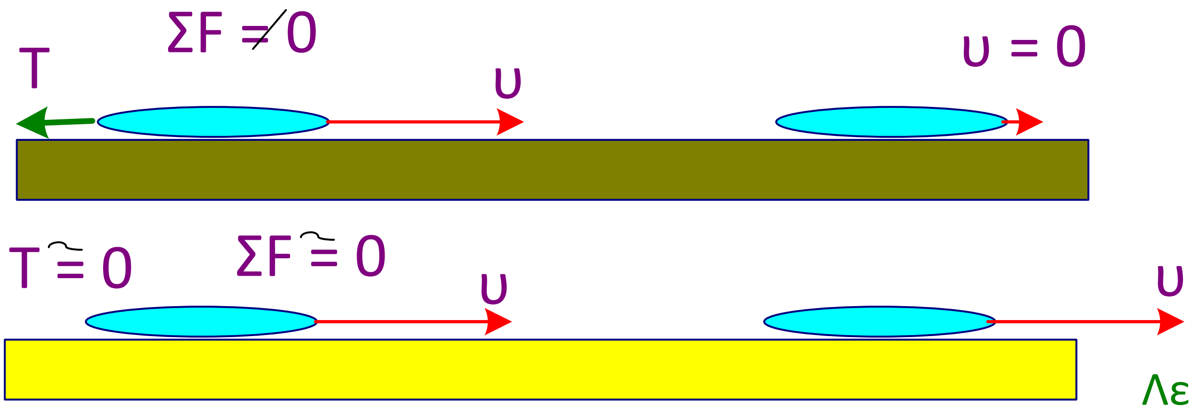
Οι παρατηρητές Α και Β στα δύο αδρανειακά συστήματα μετρούν την ίδια δύναμη σύμφωνα με το νόμο F=ma.

Τι είναι αδρανειακό σύστημα αναφοράς

Είναι το σύστημα για το οποίο ισχύει ο 1ος νόμος του Newton.

Νόμοι του Newton

1ος Νόμος



Λεία επιφάνεια το σώμα δεν σταματάει

Νόμος αδράνειας

υ : σταθερή

Αν σε ένα σώμα ΣF=0 τότε το σώμα διατηρεί την κινητική του κατάσταση

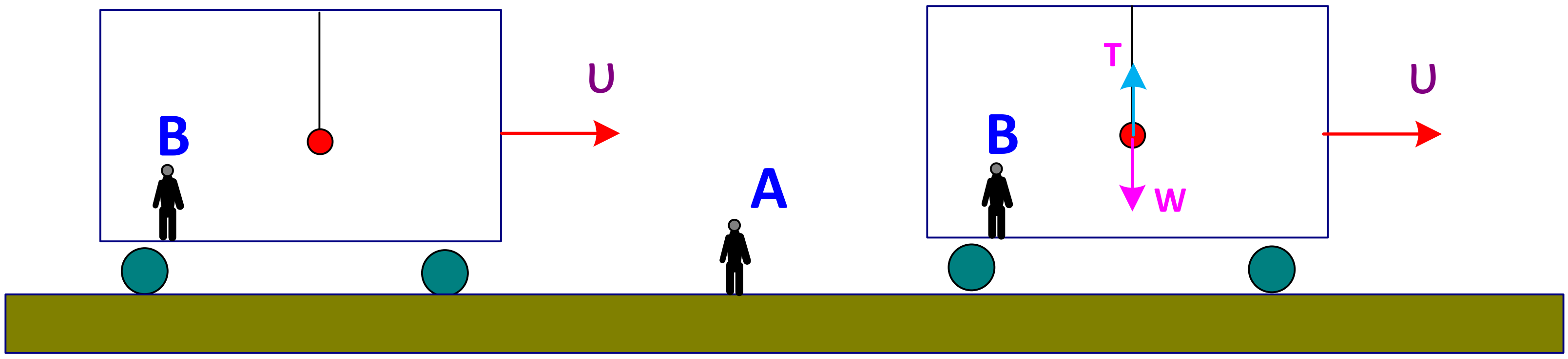
Ελεύθερο σώμα : όταν στο σώμα δεν επιδρά καμμία εξωτ. δύναμη

Αδράνεια : η τάση των σωμάτων να διατηρούν σταθερή την κινητική τους κατάσταση.

Τι είναι Αδρανειακό σύστημα αναφοράς

Πως διακρίνουμε αν ένα σύστημα είναι αδρανειακό ?

Σύστημα αναφοράς : κινούμενο όχημα με ταχύτητα υ σταθερή



Ο παρατηρητής Α στο σύστημα αναφοράς του εδάφους και ο Β στο σύστημα αναφοράς του οχήματος διαπιστώνουν ότι εκκρεμές ισορροπεί γιατί βάρος (W)=(T) τάση του νήματος

και το εκκρεμές ισορροπεί $\Sigma F=0$

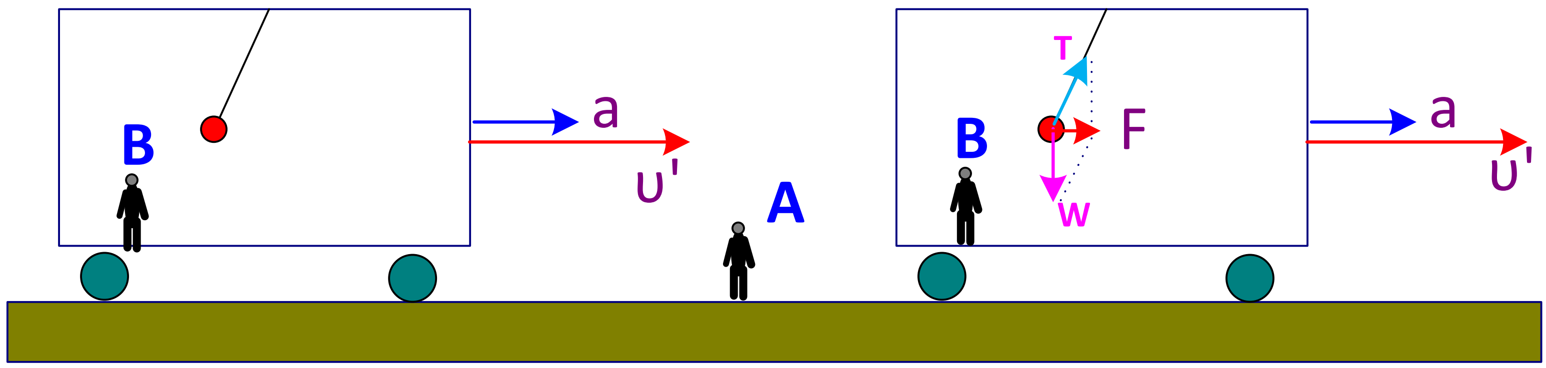
ικανοποιείται ο 1ος νόμος του Newton.

Τότε το σύστημα αναφοράς Του κινούμενου οχήματος με σταθερή ταχύτητα λέμε ότι είναι: **Αδρανειακό σύστημα αναφοράς (ΑΣΑ)**

Γιατί δεν έχει επιτάχυνση

Σύστημα αναφοράς
Κινούμενο όχημα με επιτάχυνση a

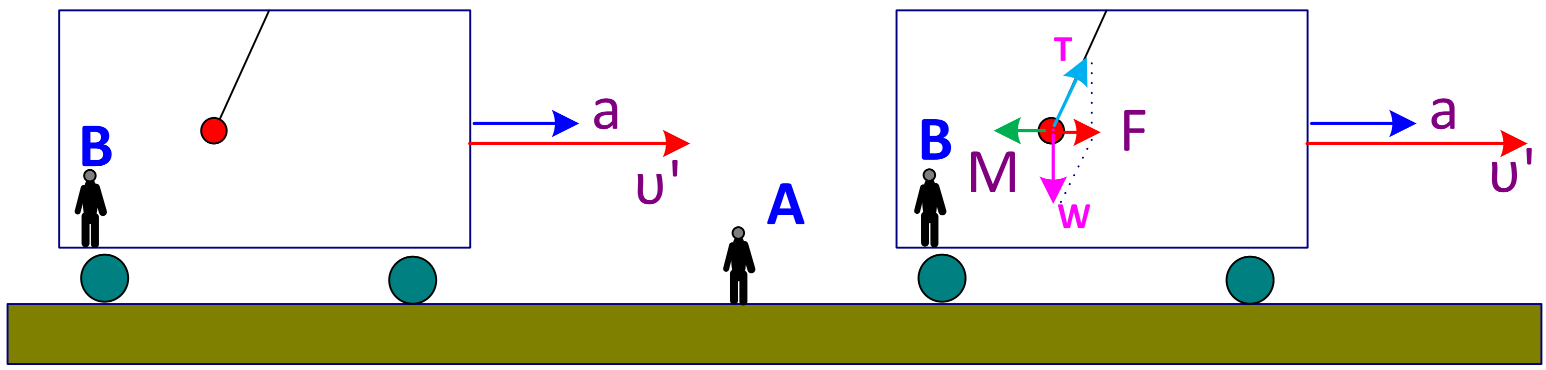
Σύστημα αναφοράς
Κινούμενο όχημα με επιτάχυνση a



Ο παρατηρητής Α στο σύστημα αναφοράς του εδάφους διαπιστώνει ότι εκκρεμές ισορροπεί στη λοξή θέση λόγω του ότι το εκκρεμές επιταχύνεται λόγω της συνισταμένης δύναμης F των T και W

Σύστημα αναφοράς
Κινούμενο όχημα με επιτάχυνση a

Σύστημα αναφοράς
Κινούμενο όχημα με επιτάχυνση a



Ο παρατηρητής Β στο σύστημα αναφοράς του οχήματος μη έχοντας πληροφορία ότι το όχημα επιταχύνεται διαπιστώνει ότι εκκρεμές ισορροπεί στη λοξή θέση ενώ το $\Sigma F \neq 0$.

Έτσι δεν φαίνεται να ικανοποιείται ο 1ος νόμος του Newton.

Τότε το σύστημα αναφοράς Του κινούμενου οχήματος με σταθερή ταχύτητα λέμε ότι είναι: **Μη Αδρανειακό**

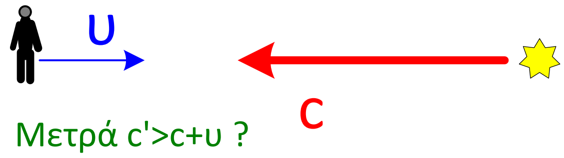
φαίνεται ακίνητο ενώ $\Sigma F \neq 0$

Γιατί έχει επιτάχυνση

Εδώ ο Β αναγκαζεται να επινοήσει μια επιπλέον «μυστηριώδη» ανύπαρκτη δύναμη M ώστε να διακιολογίσει την ισορροπία

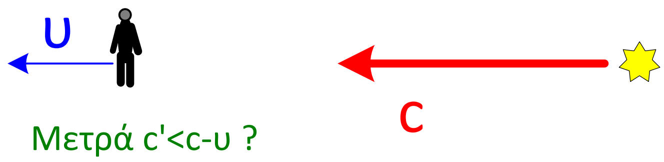
2. Η ταχύτητα του φωτός εξαρτάται από τη ταύτητα της πηγής - παρατηρητή?

Ένας παρατηρητής πλησιάζοντας ακίνητη πηγή φωτός

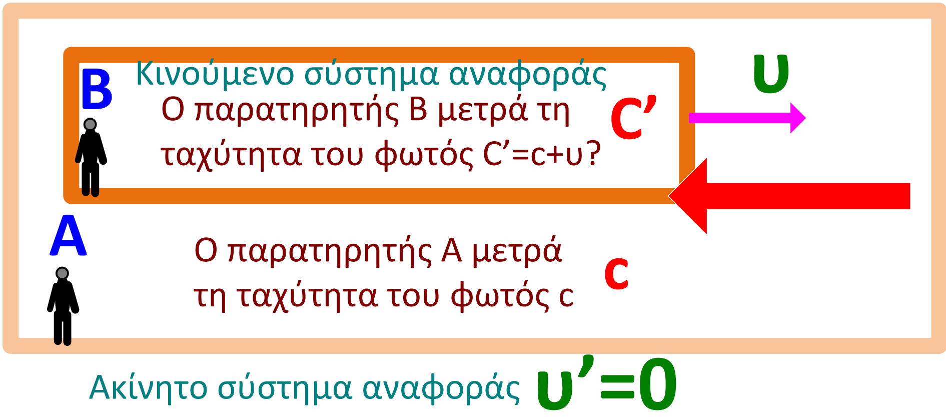


Μετρά c'>c+υ ?

Ένας παρατηρητής απομακρινόμενος από ακίνητη πηγή φωτός



Μετρά c'<c-υ ?

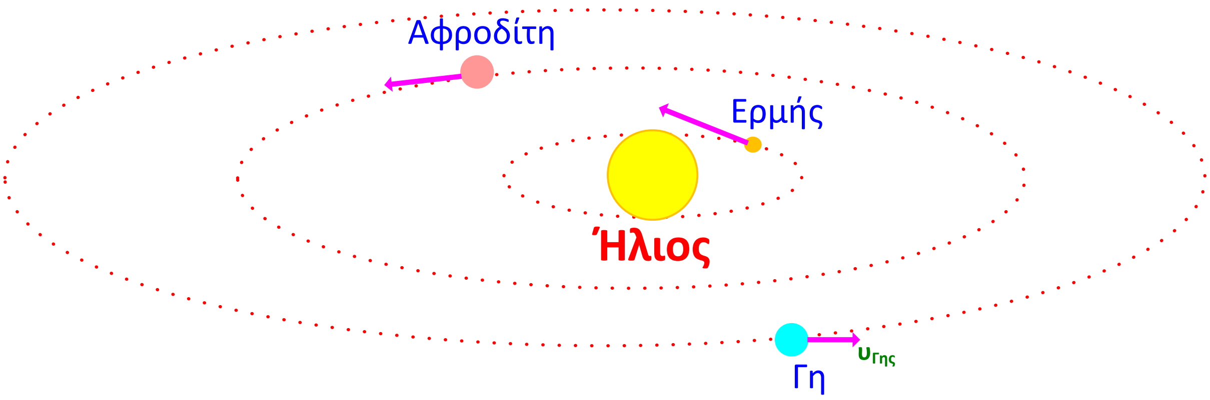


Δέσμη φωτός ταξιδεύει προς τα αριστερά

Υπάρχει προνομιακό απόλυτο σύστημα αναφοράς ακίνητο υ=0?

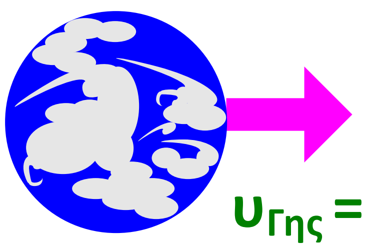
Θα υπήρχε αν πράγματι ο παρατηρητής Β μετρά τη ταχύτητα του φωτός C’=c+υ

Ένα προνομιακό απόλυτο σύστημα αναφοράς θεωρήθηκε πως θα ήταν ο ήλιος σαν ακίνητο σώμα ως προς τον αιθέρα.



Έτσι όλος ο χώρος μεταξύ των πλανητών κατακλίζεται από τον αιθέρα, ένα αβαρές και συμπαγές μέσον στο οποίο διαδίδονται όλα τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα σαν διακυμάνσεις του αιθέρα.

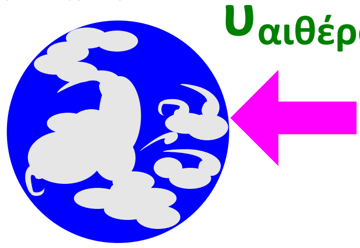
Καθώς κινείται η Γη με ταχύτητα $\upsilon_{Γης}$ μέσα στον αιθέρα...



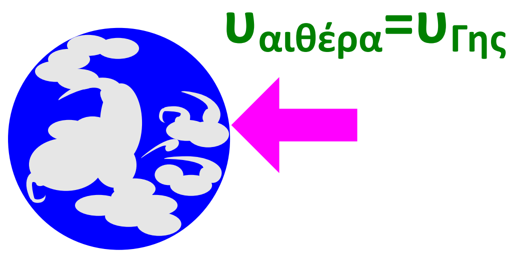
$\upsilon_{Γης} = 30$ Km/s

...τότε η Γη θα δέχεται το ρεύμα του αιθέρα με ταχύτητα :

$\upsilon_{αιθέρα} = \upsilon_{Γης}$



Η Γη δεχόμενη το ρεύμα του υποθετικού αιθέρα

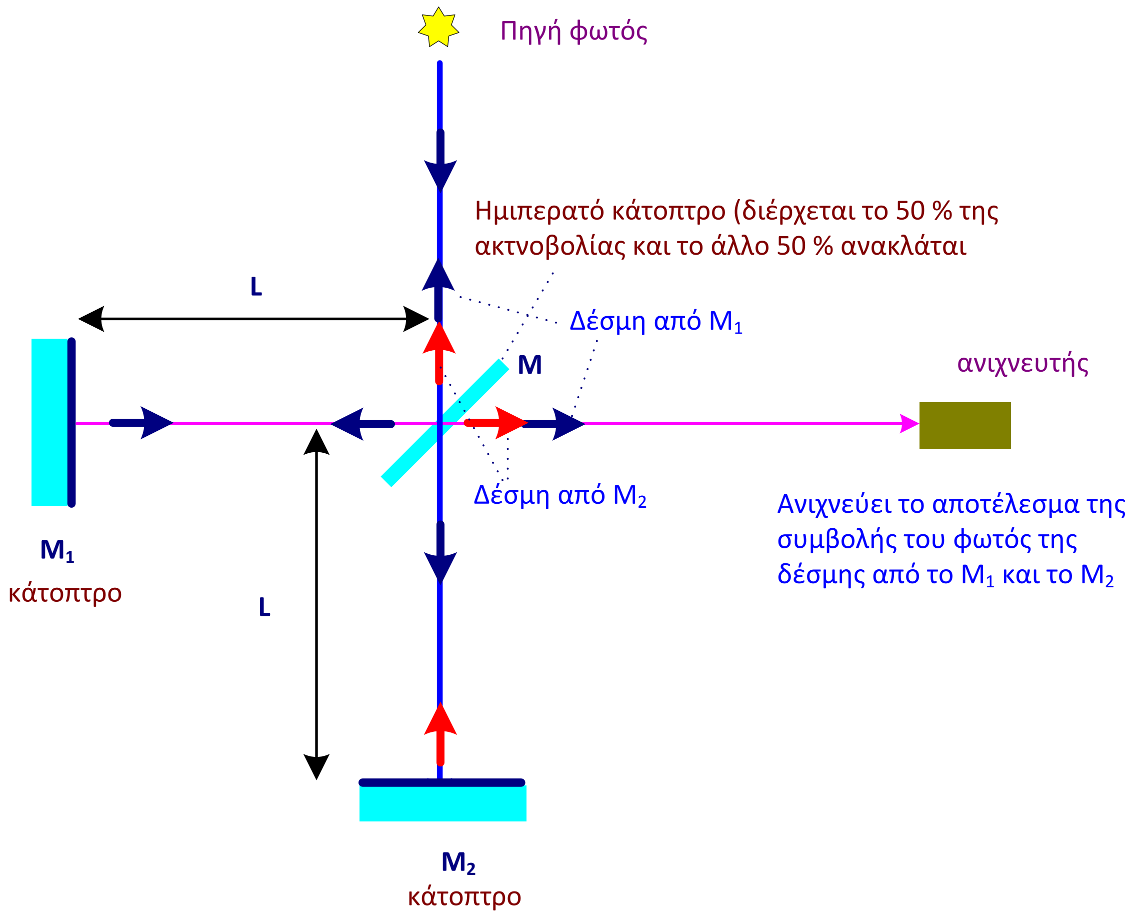


Η κίνηση της Γης μέσα στον ακίνητο υποθετικό αιθέρα επηρρεάζει τη μετρούμενη ταχύτητα του φωτός ?

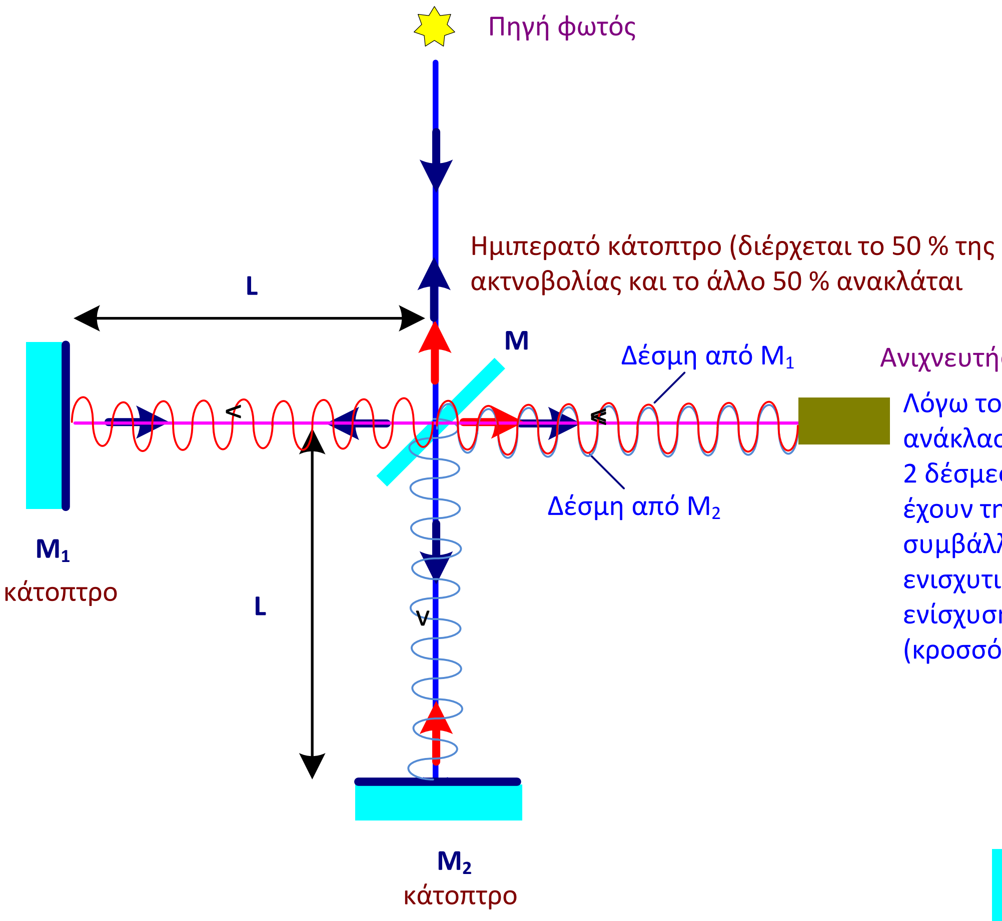
Απάντηση δόθηκε με το Συμβολόμετρο του Michelson

Συμβολόμετρο του Michelson

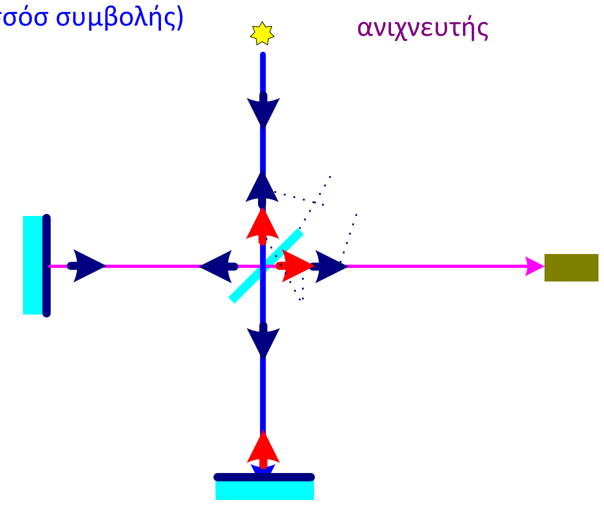
και αρχή της σχετικότητας



Με το συμβολόμετρο του Michelson διαπιστώθηκε πως η ταχύτητα το φωτός είναι ανεξάρτητη της σχετικής ταχύτητας της Γης και πως δεν υπάρχει ο αιθέρας και το απόλυτο σύστημα αναφοράς.

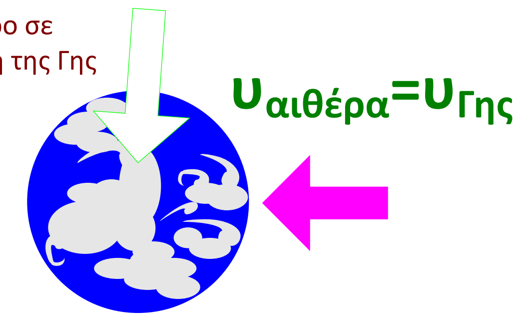


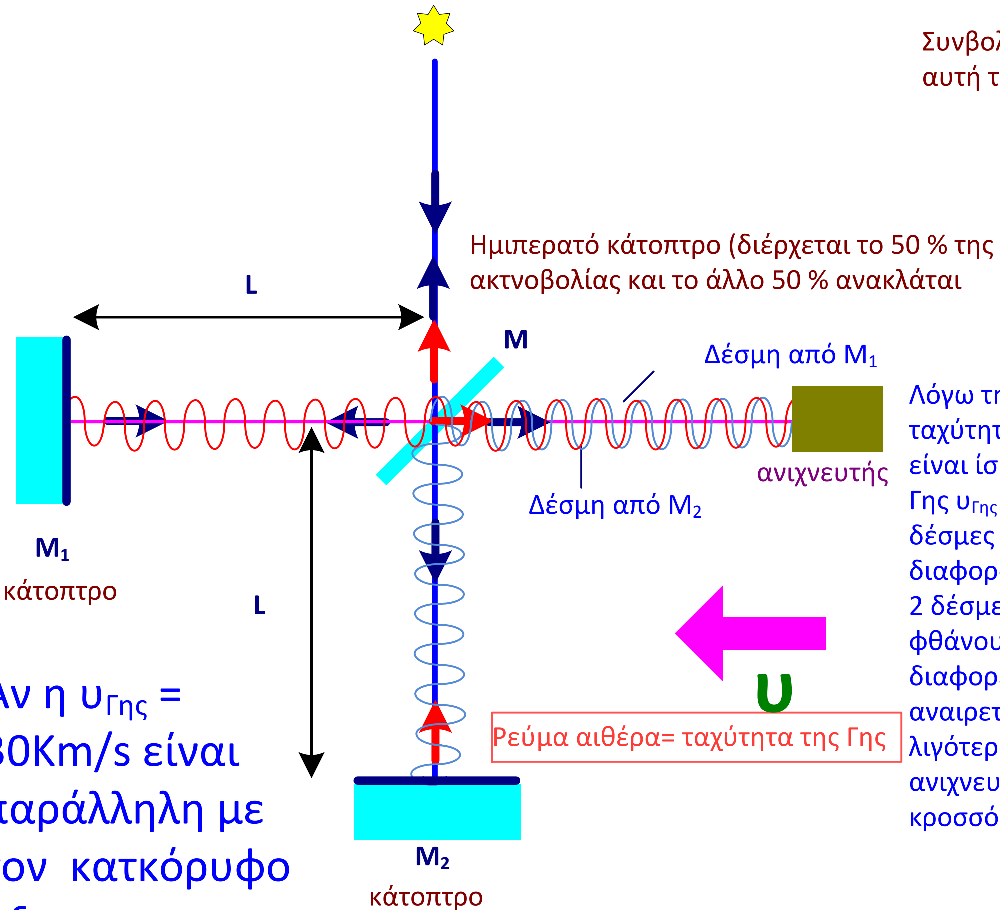
Λόγω του ίδιου μήκους ανάκλασης L, κανονικά και οι 2 δέσμες θα ανακλώμενες θα έχουν την ίδια φάση. Έτσι θα συμβάλλουν στον ανιχνευτή ενισχυτικά και θα έχουμε ενίσχυση του φωτός (κροσσός συμβολής)



$C=2.99792458 \text{ X}10^8$ m/s

$\upsilon_{Γης}= 3x10^4$ m/s





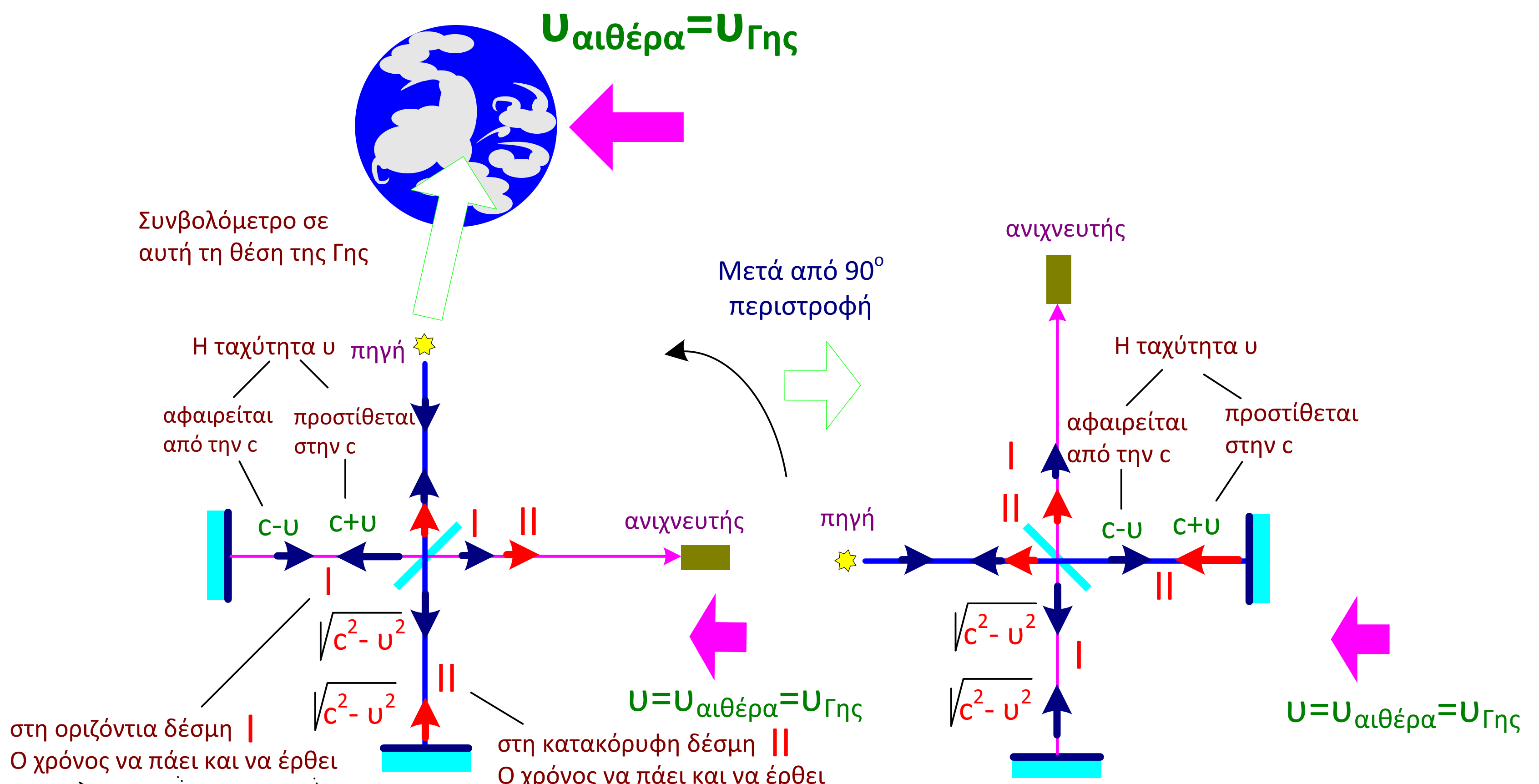
Λόγω της ύπαρξης της ταχύτητας του αιθέρα υ που είναι ίση με τη ταχύτητα της Γης $\upsilon_{Γης}$ οι 2 ανακλώμενς δέσμες από τα κάτοπτρα διαφοροποιούνται και έτσι οι 2 δέσμες μπορούν να φθάνουν στον ανιχνευτή με διαφορετική φάση, αναιρετικά με αποτέλεσμα λιγότερο σήμα στον ανιχνευτή (αναιρετικός κροσσός συμβολής).

Αν η $\upsilon_{Γης}$ = 30Km/s είναι παράλληλη με τον κατκόρυφο άξονα

Βρέθηκε πως όπως και να περιστρέψουμε το συμβολόμετρο ως προς τη ταχύτητα της γης δεν βρίσκεται καμμιά διαφορά στην εικόνα της συμβολής στον ανιχνευτή.

Δηλαδή η ταχύτητα του φωτός δεν αθροίζεται ή αφαιρείται με αυτή της ταχύτητας της Γης αλλά παραμένει σταθερή ίση με $C=3x10^8$ m/s

και δεν υπάρχει ο αιθέρας και το απόλυτο σύστημα αναφοράς.



$$t_1=\frac{L}{c+υ}+\frac{L}{c-υ}\qquad t_2=\frac{L}{c\sqrt{(1-(υ^2/c^2))}}+\frac{L}{c\sqrt{(1-(υ^2/c^2))}}$$

$$t_1=\frac{2L}{c\,(1-(υ^2/c^2))}\qquad t_2=\frac{2L}{c\sqrt{(1-(υ^2/c^2))}}$$

Παρόμοια η ίδια διαφορά χρόνου βρίσκεται στη περιστραμμένη θέση

Δηλ η οριζόντια δέσμη I καθυστερεί περισσότερο να πάει και να έρθει σε σχέση με τη κατακόρυφη δέσμη II

$$Δt' = t_1' - t_2' = \frac{Lυ^2}{c^2}$$

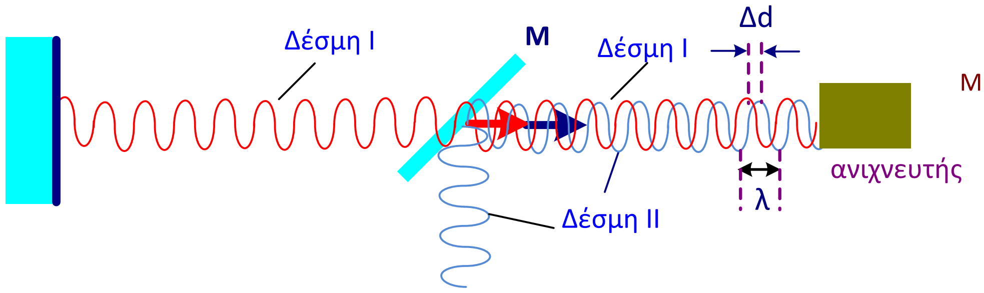
Με τη βοήθεια της διονυμικής ανάπτυξης $(1-υ^2/c^2)^{-1/2}=1-(½)\,(υ/c)+.....$

βρίσκω

Η διαφορά του χρόνου διάδοσης της οριζόντιας δέσμης και της κατακόρυφης δέσμης $Δt = t_1 - t_2 = \dfrac{Lυ^2}{c^2}$

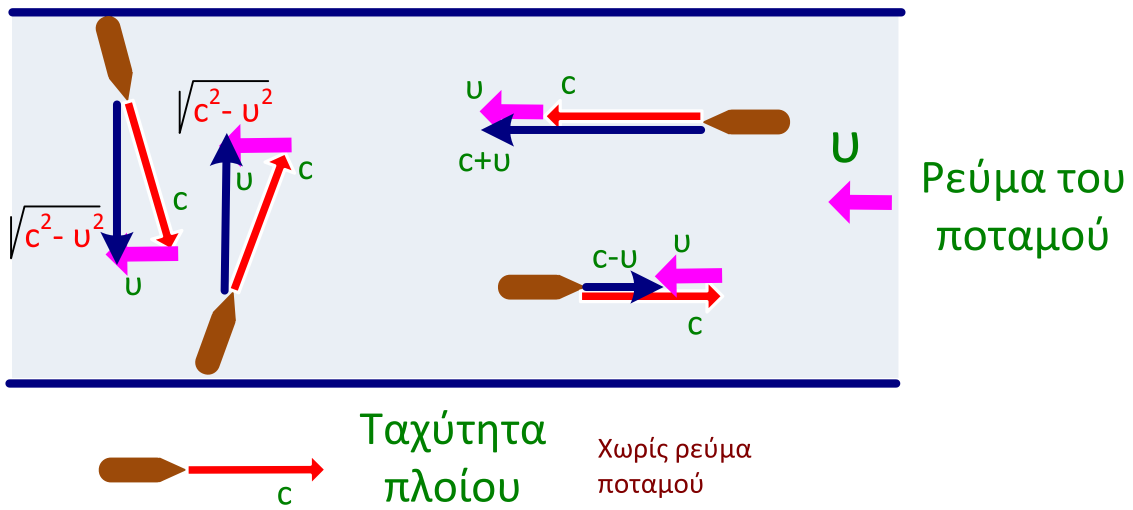
$$Δt_{ολ} = 2\,\frac{Lυ^2}{c^2}$$

Το $Δt_{ολ}$ αντιστοιχεί σε διαφορά δρόμου $Δd = cΔt_{ολ} = \dfrac{2 \times 11m\,(3 \times 10^4 m/s)^2}{(3 \times 10^8 m/s)^2} = 2.2 \times 10^{-7}$ m

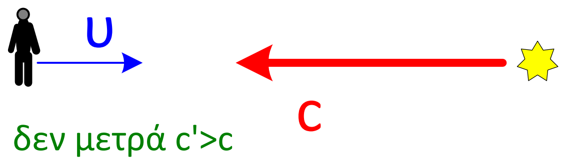


Μήκος κύματος ορατού $λ = 5 \times 10^{-7}$ m

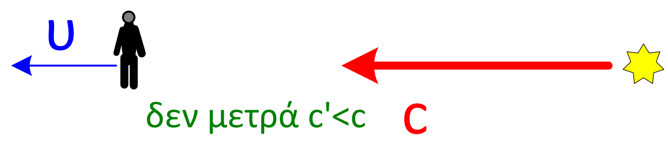
Μηχαχνικό ανάλογο
Κίνηση πλοίου σε ρεύμα ποταμού



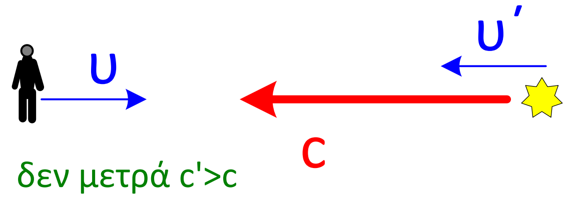
Ένας παρατηρητής πλησιάζοντας ακίνητη πηγή φωτός



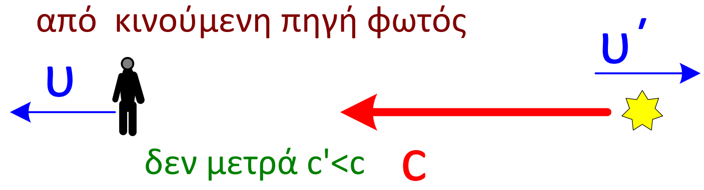
Ένας παρατηρητής απομακρινόμενος από ακίνητη πηγή φωτός



Ένας παρατηρητής πλησιάζοντας κινούμενη πηγή φωτός



Ένας παρατηρητής απομακρινόμενος από κινούμενη πηγή φωτός



δηλαδή

οι σχετικά κινούμενοι παρατηρητές θα καταγράφουν διαφορετικά μήκη που διανύει το φως.

ταχύτητα φωτός $c = \dfrac{\text{μήκος}}{\text{χρόνος}}$ **= σταθερά**

δεν πρέπει να είναι απόλυτος

κινούμενος παρατηρητής μετρά πάντα c'=c

Άρα θα πρέπει το μήκος και ο χρόνος να μην είναι απόλυτα και να εξαρτώνται από την ταχύτητα του παρατηρητή.

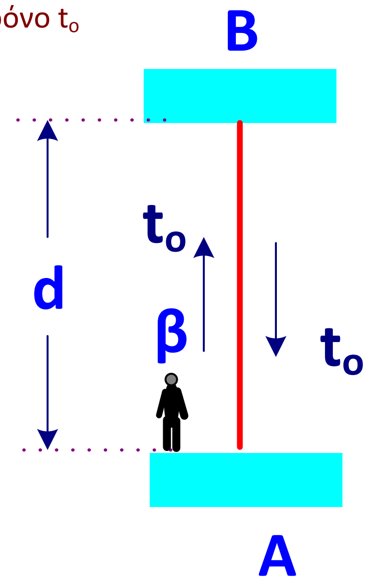
Θεωρία της σχετικότητας

Ο χρόνος δεν είναι ανεξάρτητος από το χώρο αλλά είναι ενωμένα μαζί σε μία ουσία το χωρόχρονο

Όταν η ταχύτητα του παρατηρητή γίνεται συγκρίσιμη με αυτή του φωτός τότε το μήκος συστέλλεται
και
ο χρόνος στο ρολόϊ του κινούμενο παρατηρητή κυλάει αργότερα από το ρολόϊ του ακίνητου παρατηρητή.

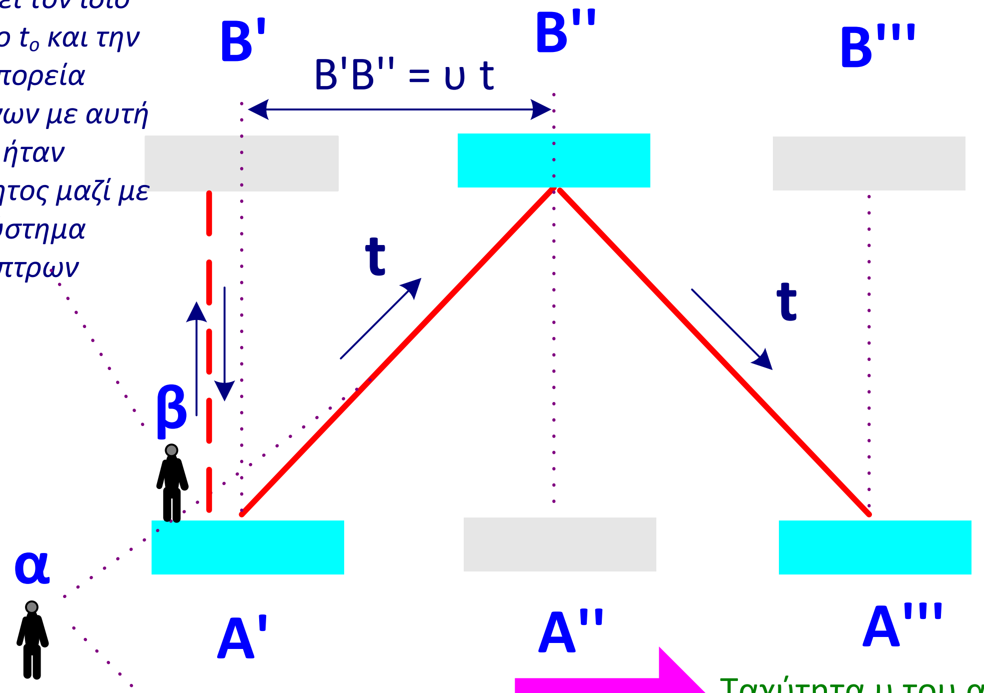
Διαστολή χρόνου

Ένας φωτεινός παλμός εκπέμπεται από το A και ανακλάται από το B σε απόσταση d και επιστρέφει σε χρόνο t_o



ο κινούμενος παρατηρητής β Βλέπει τον ίδιο χρόνο t_o και την ίδια πορεία ακτίνων με αυτή όταν ήταν ακίνητος μαζί με το σύστημα κατόπτρων

Κινούμενο αδρανειακό σύστημα κατόπτρων



Ταχύτητα υ του αδρανειακού συστήματος μαζί με τα κάτοπτρα

$2t_o$ λέγεται **ιδιόχρωνος**

συμβαίνει στο ίδο σημείο όπου ο φωτεινός παλμός φεύγει και επιστρέφει

$$t_o = \frac{d}{c}$$

ο χρόνος για να διανύσει το φως την απόσταση d μεταξύ των ακίνητων κατόπτρων

Η μακρύτερη πορεία A΄B΄΄A΄΄΄που βλέπει ο ακίνητος παρατηρητής α να διανύει το φως

Επομένως ο α θα μέτραγε μεγαλύτερη ταχύτητα φωτός c΄ αν ο χρόνος παρέμενε ο ίδιος t_0 και για τα 2 συστήματα αναφοράς

$$c < c' = \frac{A'B''}{t_o} \qquad c = c' = \frac{A'B''}{t}$$

Για να μετρά σταθερή ταχύτητα φωτός $c = c'$

Θα πρέπει αναγκαστικά ο α βλέπει πως ο χρόνος t είναι μεγαλύτερος από το (ιδιο)χρόνο t_o του κινούμενου συστήματος δηλ. $t > t_o$

$$A'B'' = \sqrt{d^2 + (B'B'')^2} \qquad A'B'' = \sqrt{d^2 + (\upsilon t)^2} \qquad t = \frac{A'B''}{c}$$

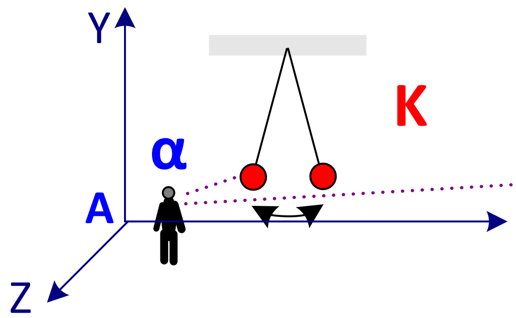
Και μάλιστα ο χρόνος θα φαίνεται να κυλάει αργότερα όταν η υ θα μεγαλώνει γιατί θα μεγαλώνει η απόσταση A΄B΄΄

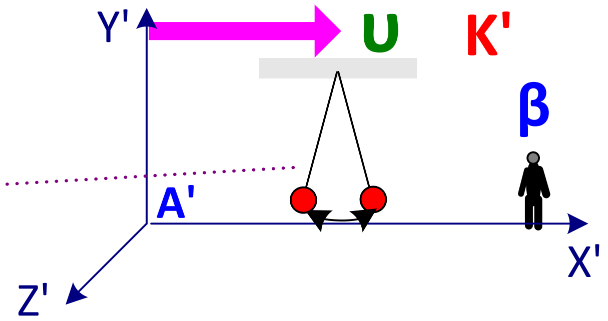
$$t = (1/c)\sqrt{d^2 + (\upsilon t)^2} = \sqrt{\underbrace{\frac{d^2}{c^2}}_{t_o} + \frac{\upsilon^2}{c^2}\, t^2} \qquad t_o^2 = t^2\left(1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}\right)$$

$$t_o = t\sqrt{(1 - \upsilon^2/c^2)} \qquad t = \frac{t_o}{\sqrt{(1 - \upsilon^2/c^2)}}$$

επειδή $\sqrt{(1 - \upsilon^2/c^2)} \leq 1$ τότε $t \geq t_o$

Για τον ακίνητο παρατηρητή α φαίνεται ο χρόνος t_o να κυλάει αργότερα στο κινούμενο σύστημα με τον παρατηρητή β





Ο παρατηρητής στο κινούμενο σύστημα αναφοράς K΄ βλέπει τη ταλάντωση του εκκρεμούς διαρκεί τον ίδιο χρόνο t_o π.χ. 1 s όπως και όταν αν ήταν ακίνητο

Η ταλάντωση του εκκρεμούς διαρκεί t_o π.χ. 1s για τον παρατηρητή α στο ακίνητο σύστημα αναφοράς K

...ενώ ο παρατηρητής α παρατηρεί ότι η ταλάντωση στο κινούμενο σύστημα αναφοράς K΄ διαρκεί μικρότερο χρόνο t π.χ. 0.9 s

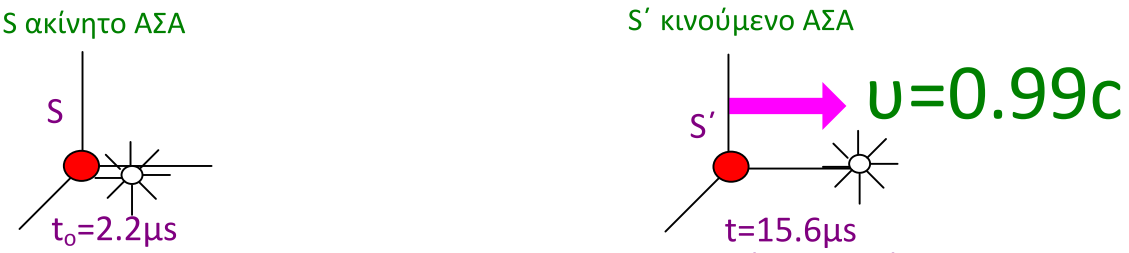
διαστολή του χρόνου

Πρόβλημα για εξάσκηση

Πόσο πρέπει να είναι η ταχύτητα υ του συστήματος αναφοράς K΄ ως προς το K ώστε να η ταλάντωση του εκκρεμούς διαρκεί από 1.0 s στο K, να φαίνεται να διαρκεί 0.5 s στο K΄.

Συνέπειες της διαστολής χρόνου

Αύξηση του χρόνου ζωής μιονίων



Το μιόνιο ακίνητο έχει χρόνο ζωής 2.2μs.

Το μιόνιο κινούμενο με υ=0.99c έχει χρόνο ζωής 15.6μs.

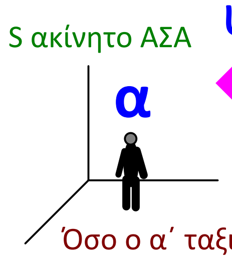
$$\overset{15.6\mu s}{t} = \frac{\overset{2.2\mu s}{t_o}}{\sqrt{(\,1-\underset{0.99c}{\upsilon^2}/c^2\,)}}$$

Ήταν η πρώτη πειραματική επιβεβαίωση της σχετιστικής διαστολή του χρόνου

Παράδοξο των διδύμων

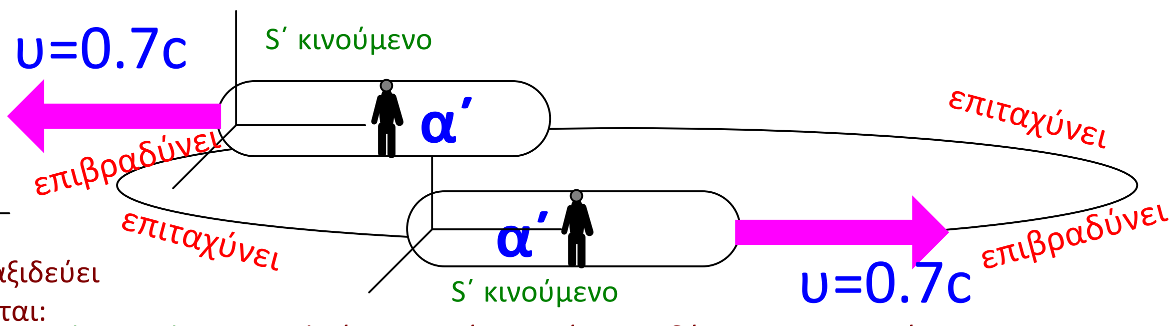
Ο α΄ μπαίνει σε διαστημόπλοιο και ταξιδεύει με υ=0.7c

Αρχικά έχουμε 2 δίδυμους σε ακίνητο ΑΣΑ

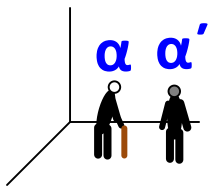


Όσο ο α΄ ταξιδεύει Ο α σκέπτεται:

Ότι ο α΄ θα γερνάει λιγότερο λόγω διαστολής του χρόνου και όταν γυρίσει πίσω θα είναι νεώτερος.



Αφού τα συστήματα είναι ισοδύναμα και το S σύστημα φαίνεται στον α΄ να κινείται γρήγορα. Έτσι ο α΄ κατά το ταξίδι σκέπτεται: Ότι ο α θα γερνάει λιγότερο λόγω διαστολής του χρόνου και όταν γυσίσει πίσω θα είναι νεώτερος.

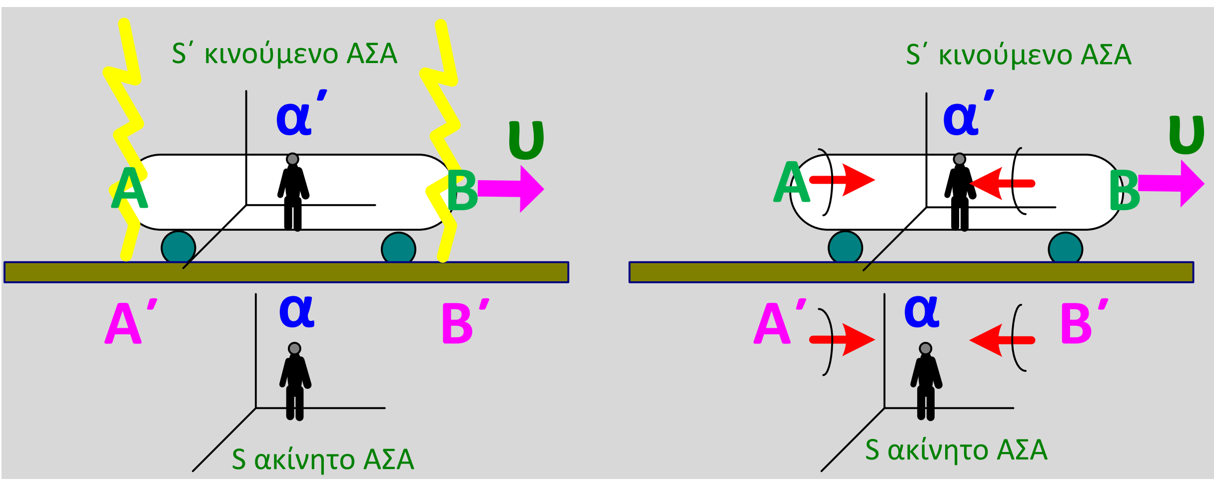


Όμως όταν ο α΄ επιστρέφει αυτός μπορεί να είναι νεώτερος και ο α γέρος....

...γιατί τα 2 συστήματα S και S΄ δεν είναι ισοδύναμα.
Ο α΄ στο διαστημόπλοιο υπόκειται σε επιταχύνσεις και επιβραδύνσεις και έτσι δεν ευρίσκεται σε ΑΣΑ οπότε δεν μπορεί να δώσει σαφή απάντηση, σε αντίθεση με τον α στο ακίνητο ΑΣΑ του οποίου το συμπέρασμα τελικά επιβεβαιώνεται.

Δεν υφίσταται ταυτόχρονο

2 κεραυνοί χτυπούν ένα κινούμενο βαγόνι και αφήνουν αποτυπόματα Α και Β στα άκρα του και Α΄ και Β΄ στο δρόμο.



Ο α στο ακίνητο ΑΣΑ που είναι στο μέσο της Α΄Β΄ βλέπει το φώς από τους 2 κεραυνούς ταυτόχρονα

Ο α΄ στο κινούμενο ΑΣΑ που είναι στο μέσο της ΑΒ βλέπει το φώς τον κεραυνό από το Β νωρίτερα από το φως που έρχεται από το Α. Αφού το φως διαδίδεται με την ίδια ταχύτητα τότε τα 2 γεγονότα δεν συμβαίνουν ταυτόχρονα για τον α΄, ο οποίος συμπεραίνει ότι ο κεραυνός κτύπησε στο Β νωρίτερα από αυτόν στο Α.

Δηλ. 2 σχετικά κινούμενα ΑΣΑ δεν μπορούν να συντονίσουν τα ρολόγια τους.

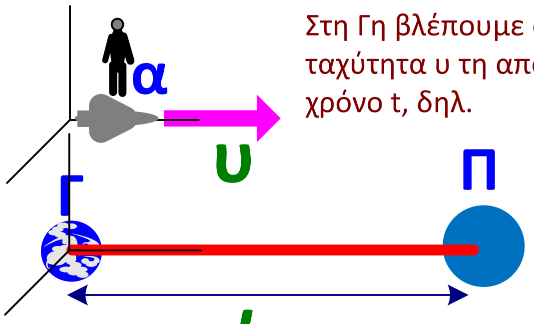
Στο ίδιο όμως ΑΣΑ για ακίνητους παρατηρητές τα ρολόγια μπορούν να συγχρονιστούν.

Συστολή μήκους

κινούμενος παρατηρητής

Σε διαστημόπλοιο κινείται με ταχύτητα υ και διανύει την απόσταση ΓΑ από τη Γη έως το Πλούτωνα Π

Στη Γη βλέπουμε ότι ο α διανύει με ταχύτητα υ τη απόσταση ΓΠ=l_o σε χρόνο t, δηλ.



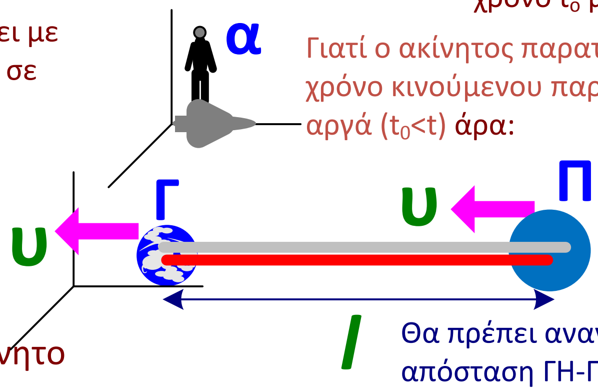
$$υ = \frac{l_o}{t}$$

l_o Ιδιομήκος το μήκος στο ακίνητο σύστημα Γη-Πλούτωνα

ακίνητος παρατηρητής

Βλέπει να απομακρίνεται με ταχύτητα υ η Γη και να πλησιάζει ο Πλούτωνας σε χρόνο t_o μικρότερο του t

Γιατί ο ακίνητος παρατηρητής βλέπει το χρόνο κινούμενου παρατηρητή να κυλά πιο αργά (t_o<t) άρα:



$$\frac{l_o}{t_o} = υ' > υ$$

Όμως η σχετική ταχύτητα υ είναι μία υ΄=υ

Θα πρέπει αναγκαστικά ο α να βλέπει την απόσταση ΓΗ-Πλούτωνας ΓΠ=*l* μικρότερη από το μήκος l_o όταν το σύστημα ΓΗ-Πλούτωνας ήταν ακίνητο ως προς αυτόν ($l<l_o$), έτσι ώστε η ταχύτητα υ να είναι ίδια.

Ακίνητο αδρανειακό σύστημα Γη-Πλούτωνα

$$t = \frac{l_o}{υ}$$

ο χρόνος t για να διανύσει ο κινούμενος παρατηρητής α την απόσταση l_o

Κινούμενο αδρανειακό σύστημα Γη-Πλούτωνα

ο χρόνος t_o για να περάσει όλη απόσταση ΓΠ μπροστά από τον ακίνητο παρατηρητή α

$$t_o = \frac{l}{υ}$$

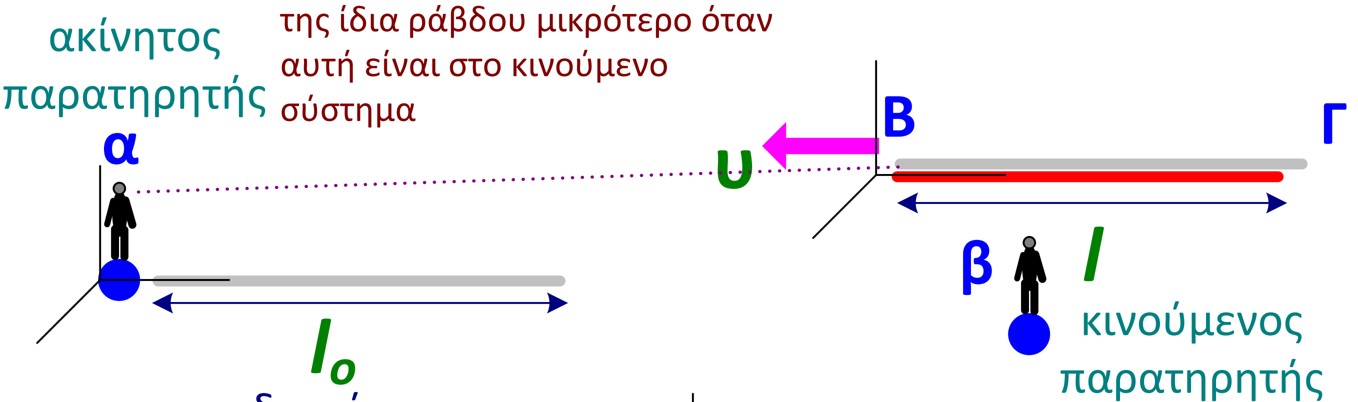
$$t = \frac{t_o}{\sqrt{(1- υ^2/c^2)}} \qquad l_o/υ = \frac{l/υ}{\sqrt{(1- υ^2/c^2)}} \qquad l = l_o\sqrt{(1- υ^2/c^2)}$$

Δηλ ο ακίνητος παρατηρητής α βλέπει μια ράβδο μήκους l_o όταν είναι ακίνητη είναι και την ίδια ράβδο να έχει μήκος *l* μικρότερο στο κινούμενο αδρανειακό σύστημα αναφοράς.

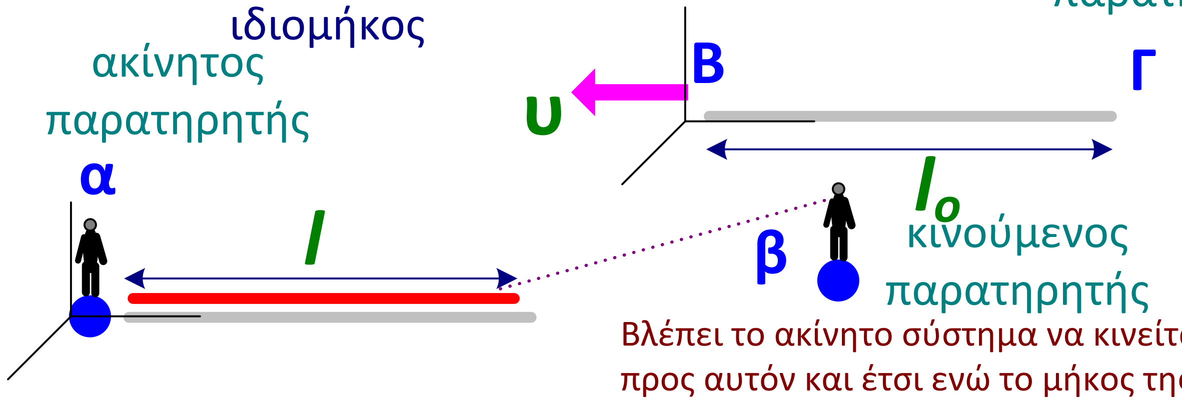
Το μήκος (*l*) στο κινούμενο αδρανειακό σύστημα φαίνονται από το ακίνητο αδρανειακό σύστημα να είναι μικρότερο σε σχέση με αυτό (l_o) έχει σε ένα άλλο ακίνητο σύστημα

Η συστολή μήκους είναι συμμετρικό φαινόμενο

Ο α βλέπει το μήκος το μήκος της ίδια ράβδου μικρότερο όταν αυτή είναι στο κινούμενο σύστημα



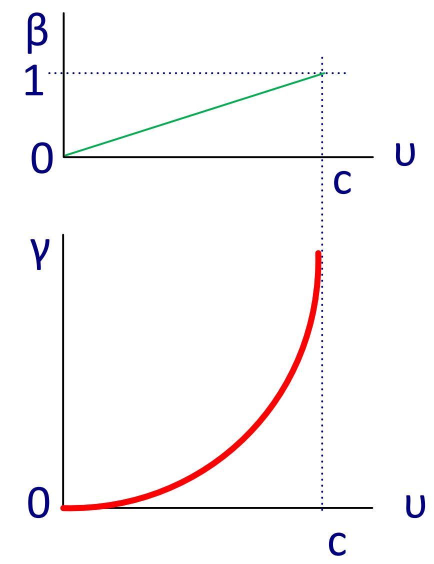
l_o ιδιομήκος



Βλέπει το ακίνητο σύστημα να κινείται ως προς αυτόν και έτσι ενώ το μήκος της ράβδου στο δικό του σύστημα βλέπει να είναι l_o ενώ αυτή στο κινούμενο σύστημα μικρότερο *l*

$\beta = \upsilon^2/c^2$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}$$



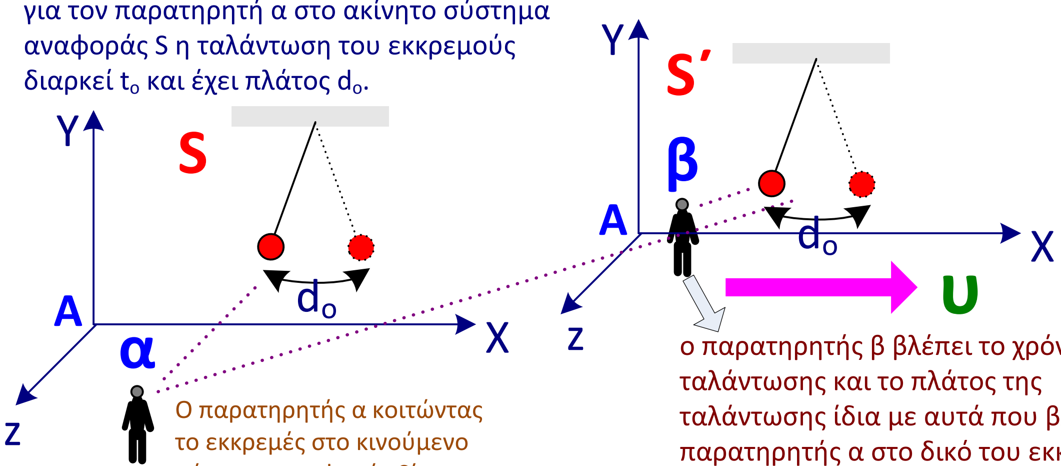
Χρησιμοποιούμε την διονυμική ανάπτυξη για να υπολογίσουμε τη τιμή του γ όταν υ<<c, γιατί τα συνήθη κουμπιουτεράκια δεν διαθέτουν την απαιτούμενη ακρίβεια για να υπολογίσουμε το γ.

$$\gamma = (1-\upsilon^2/c^2)^{-1/2}$$

$$\gamma = 1-(½)\,(\upsilon^2/c^2)+.....$$

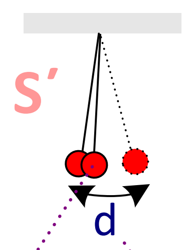
4/διάστατος ΧΩΡΟΧΡΟΝΟΣ

για τον παρατηρητή α στο ακίνητο σύστημα αναφοράς S η ταλάντωση του εκκρεμούς διαρκεί t_o και έχει πλάτος d_o.



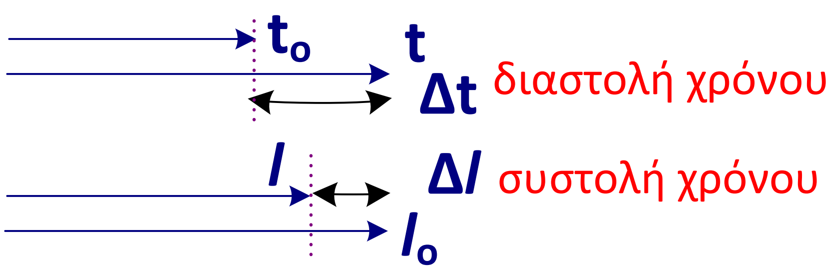
ο παρατηρητής β βλέπει το χρόνο ταλάντωσης και το πλάτος της ταλάντωσης ίδια με αυτά που βλέπει ο παρατηρητής α στο δικό του εκκρεμές

Ο παρατηρητής α κοιτώντας το εκκρεμές στο κινούμενο σύστημα αναφοράς S΄ βλέπει την παρακάτω εικόνα

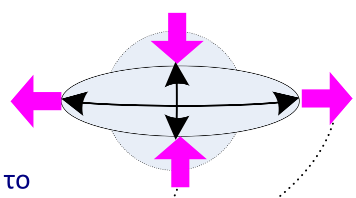


.. βλέπει ότι η ταλάντωση του εκκρεμούς διαρκεί περισσότερο $t>t_o$ (Λόγω διαστολής χρόνου), δηλ. όταν το δικό του εκκρεμμές ολοκληρώνει την ταλάντωση το άλλο εκκρεμές στο κινούμενο σύστημα δεν έχει ολοκληρώσει την ταλάντωση..

..και ότι έχει πλάτος ταλάντωσης μικρότερο $d<d_o$ (λόγω συστολής μήκους)

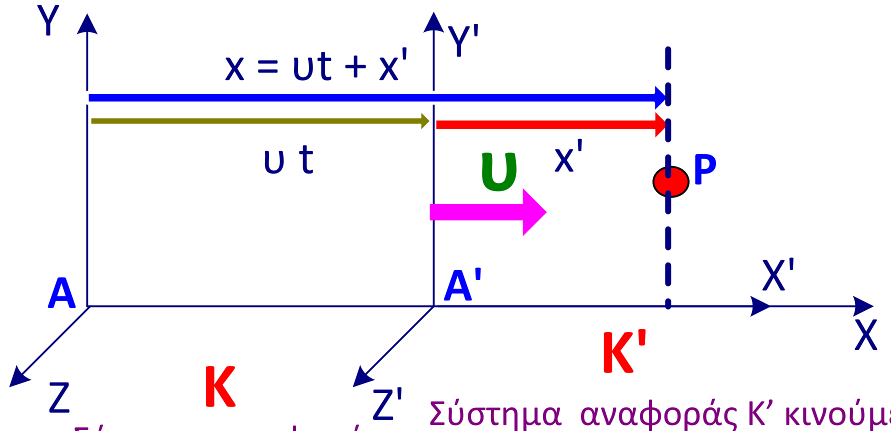


Δηλ. η διαστολή του χρόνου φαίνεται να αντισταθμίζεται με ελλάτωση του μήκους.
Χρόνος φαίνεται να ανταλλάσεται με χρόνο.
Ο χρόνος δεν είναι ανεξάρτητος από το χώρο αλλά είναι ενωμένα μαζί σε μία ουσία το 4/διάστατο χωρόχρονο (3διαστάσεις χώρου+1χρόνου)



Ο χωροχρόνος μπορεί να παρομοιάζεται με ένα μπαλόνι το οποίο όταν το συμπιέζεις στη μια διάσταση (συστολή μήκους) διαστέλλεται στην άλλη διάσταση (διαστολή χρόνου)

Μετασχηματισμοί συστημάτων συντεταγμένων με σχετική κίνηση



Σύστημα αναφοράς Κ ακίνητο

Συστήματα αναφοράς κινούμενα με σχετική ταχύτητα υ

Όταν για t=0 τοτε το Α συμπίπτει με το Α΄

Σύστημα αναφοράς Κ΄ κινούμενου με ταχύτητα υ στη διεύθυνση του κοινού άξονα Χ-Χ΄ του ακίνητου συστήματος αναφοράς

Ένα σημείο P έχει συντεταγμένες x, y, z στο Κ και x΄, y΄, z΄ στο Κ΄

τότε το x είναι: $x = \upsilon t + x'$ και:

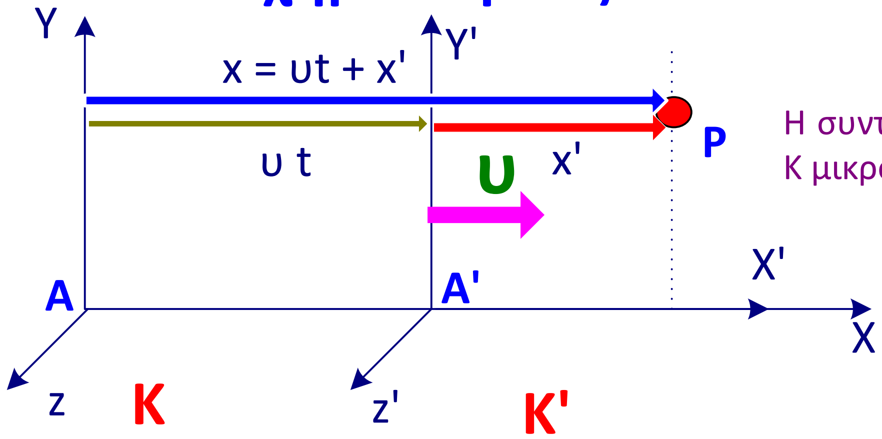
$$x' = x - \upsilon t \qquad y' = y \qquad z' = z \qquad t' = t$$

Μετασχηματισμοί Γαλιλαίου

Όταν η ταχύτητα υ δεν είναι πολύ μικρότερη του φωτός C, τότε οι μετασχηματισμοί του Γαλιλαίου αντικαθίστανται από τους

Μετασχηματισμούς Lorentz

σχέσεις (1) , (2) και (3)



$$y' = y \qquad z' = z \qquad \textbf{(1)}$$

Η συντεταγμένη x΄ φαίνεται στο σύστημα Κ μικρότερη κατά $\gamma = \sqrt{(1-(\upsilon^2/c^2))}$

τότε μήκος του x=AP στο σύστημα Κ είναι:

$$x = \upsilon t + x'\sqrt{(1-(\upsilon^2/c^2))}$$

$$x' = \frac{x-\upsilon t}{\sqrt{(1-\upsilon^2/c^2)}} \qquad \textbf{(2)}$$

Αφού το σύστημα Κ κινείται ως προς το Κ' με -υ τότε: $x' = -\upsilon t' + x\sqrt{(1-(\upsilon^2/c^2))}$

απαλείφοντας το x΄

$$t' = \frac{t-\upsilon x/c^2}{\sqrt{(1-\upsilon^2/c^2)}} \qquad \textbf{(3)}$$

Διαφορίζοντας τις (2), (3)

$$dx' = \gamma(dx - \upsilon dt)$$

$$dt' = \gamma(dt - \upsilon dx/c^2)$$

$$\upsilon_x' = \frac{dx'}{dt'}$$

Η ταχύτητα του P στο Κ΄

$$\upsilon_x' = \frac{\upsilon_x - \upsilon}{1-\upsilon_x\upsilon/c^2}$$

Με -υ γίνεται

$$\upsilon_x = \frac{\upsilon_x' + \upsilon}{1+\upsilon_x'\upsilon/c^2}$$

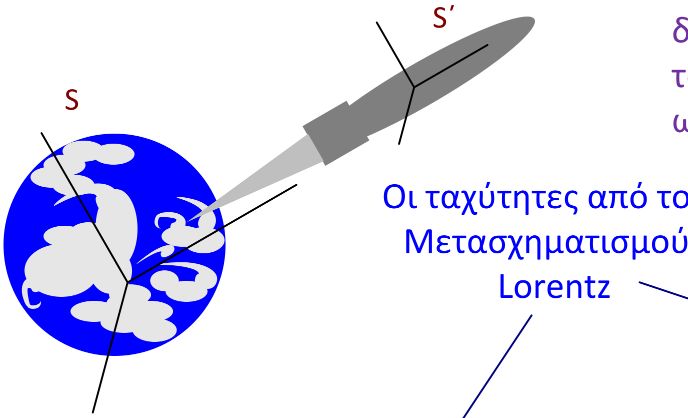
Μπορούμε να θεωρίσουμε ότι το σύστημα Κ κινείται με -υ ως προς το Κ΄

Με -υ γίνεται

Με $\upsilon_y' = \frac{dy'}{dt'}$ Βρίσκω $\upsilon_y' = \frac{\upsilon_y}{\gamma(1-\upsilon_x\upsilon/c^2)}$ Με $\upsilon_z' = \frac{dz'}{dt'}$ Βρίσκω $\upsilon_z' = \frac{\upsilon_z}{\gamma(1-\upsilon_x\upsilon/c^2)}$

Πρόσθεση ταχυτήτων

Πύραυλος με ταχύτητα υ=0.60C ως προς τη Γη



Εκτοξεύει διαστημόπλοιο με ταχύτητα υ΄=0.60C ως προς το πύραυλο

Πόση είναι η ταχύτητα $υ_δ$ του διαστημοπλοίου ως προς το ΑΣΑ S της Γης?

υ=0.60C του πυραύλου ως προς τη Γη δηλ η ταχύτητα του S΄

Οι ταχύτητες από τους Μετασχηματισμούς Lorentz

$$υ_x = \frac{υ_x' + υ}{1 + υ_x' υ/c^2} = υ_δ = 0.88c < c$$

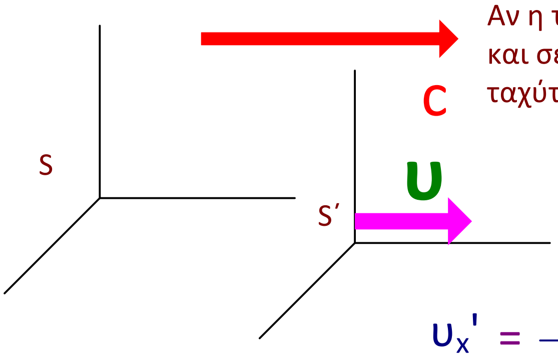
Και όχι $υ_δ$=1.2c από τη πρόσθεση των ταχυτήτων 0.6C+0.6c Σύμφωνα με το Γαλιλαικό μετασχηματισμό

Η ζητούμενη ταχύτητα $υ_δ$ του διαστημοπλοίου στο ΑΣΑ S της Γης

$$υ_x' = \frac{υ_x - υ}{1 - υ_x υ/c^2}$$

Η ταχύτητα $υ_x΄=υ΄$=0.6c του διαστημοπλοίου στο κινούμενο ΑΣΑ S΄ του πυραύλου

Η ταχύτητα του φωτός είναι ίδια για όλα τα συστήματα αναφοράς



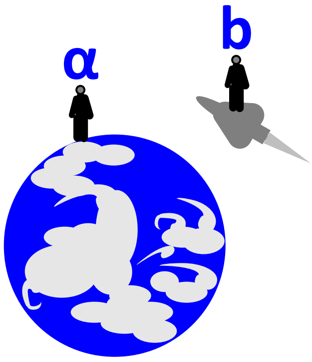
Αν η ταχύτητα του φωτός στο S είναι c , τότε και σε κάθε άλλο κινούμενο σύστημα S΄ με ταχύτητα υ ως προς το S θα είναι πάλι c

Θέτω $υ_x$=c για το S ακίνητο αδρειανιακό σύστημα

$$υ_x' = \frac{υ_x - υ}{1 - υ_x υ/c^2} = \frac{c - υ}{1 - cυ/c^2} = \frac{c - υ}{c/c^2(c - υ)} = c$$

Για ταξιδιώτες σε αεροπλάνα ή διαστημόπλοια τα ρολόγια μένουν πίσω σε σχέση με αυτά που βρίσκονται στη Γη.

Αν ένα αεροπλάνο διανύει απόσταση L=4800 Km με ταχύτητα υ=300 m/s, πόσο χρόνο θα διαρκέσει το ταξίδι για έναν παρατητηρητή α στη Γη και για έναν άλλο β στο αεροπλάνο?



Για τον α περνάει χρόνος Δt

Για τον β περνάει χρόνος $Δt_o$

$$Δt = \frac{Δt_o}{\sqrt{(1 - υ^2/c^2)}}$$

$$Δt = \frac{L}{υ} = \frac{4.80 \times 10^6 m}{300\ m/s} = 1.60 \times 10^4 s$$

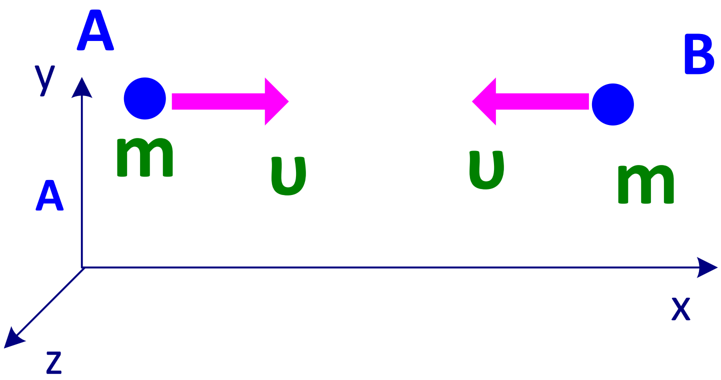
$υ^2/c^2=10^{-12}$

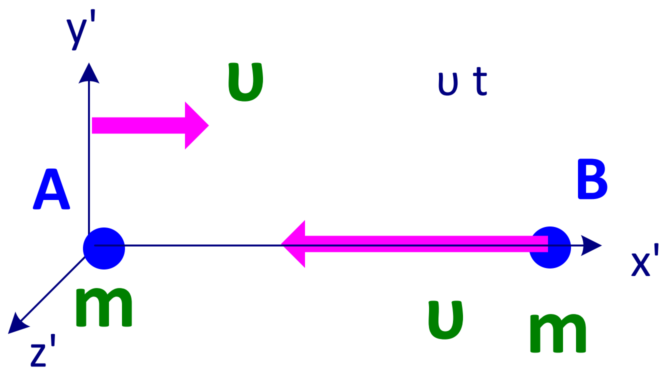
$$Δt_o = Δt\sqrt{(1 - υ^2/c^2)} \quad 1.60 \times 10^4 s = (1.60 \times 10^4 s)(1-10^{-12})^{-½} = (1.60 \times 10^4 s)(1 - 0.500 \times 10^{-12})$$

$γ = (1 - υ^2/c^2)^{-1/2}$ $\quad$ $γ = 1 - (½)(υ/c) + ...$

$Δt_o = 0.5 \times 10^{-12} Δt$

Σχετικιστική ορμή





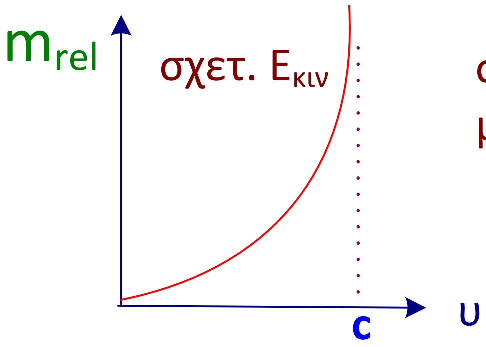
Η διατήρηση της ορμή ισχύει στο ακίνητο σύστημα x,y,z.

Αν εφαρμόσουμε τους μετασχηματισμούς Lorentz στο κινούμενο σύστημα x',y',z' η ορμή δεν φαίνεται να διατηρείται.

Για να ισχύει η διατήρηση της ορμής και για το κινούμενο σύστημα θα πρέπει η σχετικιστική ορμή κινούμενου σώματος δίνεται από την

$$P = \frac{m\,\upsilon}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}$$

Δηλ δεν ισχύει $P = m\,\upsilon$



σχετικιστική μάζα

$$m_{rel} = \frac{m}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}$$

μάζα ηρεμίας ή μάζα για υ<<c

όπου $m_{rel} = m$

Σχετικιστική γενίκευση του 2ου νόμου του Newton

Για την περίπτωση που η μάζα μπορεί να μην είναι σταθερή

$$F = \frac{dP}{dt} \qquad F = \frac{d}{dt}\,\frac{m\,\upsilon}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}$$

$$F = \frac{m}{\{1-\upsilon^2/c^2\}^{3/2}}\,\alpha \qquad \alpha = \frac{F}{m}\{1-\upsilon^2/c^2\}^{3/2}$$

καθώς η υ αυξάνει η επιτάχυνση α για δεδομένη F ελλατώνεται

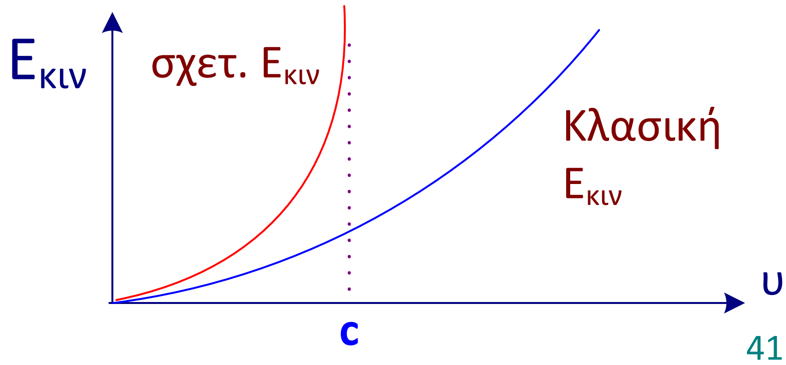
Δηλ δεν ισχύει $F = m_{rel}\, a$

ούτε $E_{κιν} = 1/2 m_{rel}\, \upsilon^2$

ολική ενέργεια σώματος $E = \dfrac{m\,c^2}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}$

$$E_{κιν} = E - E_o = \frac{m\,c^2}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}} - m\,c^2$$

Δεν μπορούμε να επιταχύνουμε ένα σώμα σε ταχύτητα ίση ή μεγαλύτερη της c



41 - 4

Γενικευμένος νόμος του Νεύτωνα

$$F = \frac{dP}{dt} = \frac{d(m\upsilon)}{dt} = \frac{dm}{dt}\upsilon + m\frac{d\upsilon}{dt} = ma$$

Όταν dm/dt=0
m σταθερή

Θεώρημα έργου-ενέργειας κλασσική μορφή

$$W = \int_a^b \mathbf{F}_x(x)\, d\mathbf{x} = \int_a^b m \frac{d\upsilon_x}{dt} dx \qquad \frac{d\upsilon_x}{dt} = \frac{d\upsilon_x}{dx}\frac{dx}{dt} = \frac{d\upsilon_x}{dx}\upsilon_x$$

$$W = \int_{\upsilon_a}^{\upsilon_b} m\upsilon_x\, d\upsilon_x = m\left[(1/2)\upsilon_x^2\right]_{\upsilon_a}^{\upsilon_b} = (1/2)m\upsilon_b^2 - (1/2)m\upsilon_a^2$$

άρα

Το έργο δύναμης ισούται με τη μεταβολή της κινητικης ενέργειας

Στη κλασική φυσική ο λόγος της δύναμης προς την επιτάχυνση που πρσδίδει σε ένα σώμα είναι σταθερός

$$\frac{F}{a} = m$$

Είναι η σταθερή ποσότητα μάζα δηλ η αδράνεια του σώματος

Όμως η σχετιστική μάζα m_{rel} δεν είναι σταθερή και εξαρτάται από την ταχύτητα που αποκτά το σώμα κατά τη διάρκεια της επιτάχυνσης και επιπλέον δεν ισχύει....

$$\frac{F}{a} \neq m_{rel}$$

Σχετιστικιστική μορφή του θεωρήματος Έργου - Ενέργειας

$$W = \int_a^b \mathbf{F}(x)\, d\mathbf{x} = \int_a^b \frac{dP}{dt} dx$$

$$\frac{dP}{dt}dx = \frac{dP}{d\upsilon}\frac{d\upsilon}{dt}dx = \frac{dP}{d\upsilon}\frac{d\upsilon}{dx}\frac{dx}{dt}dx = \frac{dP}{d\upsilon}\upsilon\, d\upsilon$$

$$\frac{dP}{d\upsilon} = \frac{d}{d\upsilon}\frac{m\upsilon}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}} = \frac{m}{(1-\upsilon^2/c^2)^{3/2}}$$

Σε κάθε μάζα m αντιστοιχεί ένα τεράστιο ποσό ενέργειας

$$E_o = m c^2$$

$$W = \int_0^{\upsilon} \frac{dP}{d\upsilon}\upsilon\, d\upsilon = \int_0^{\upsilon} \frac{m\upsilon}{(1-\upsilon^2/c^2)^{3/2}} d\upsilon$$

$$W = K = \frac{m c^2}{(1-\upsilon^2/c^2)^{3/2}} - m c^2$$

Έργο δύναμης ισοούται με κινητική ενέργεια σώματος — ολική ενέργεια E σώματος — Ενέργεια E_o σώματος στην ηρεμία υ=0

ολική ενέργεια σώματος

$$E = \frac{m c^2}{(1-\upsilon^2/c^2)^{3/2}}$$

Ορμή σώματος

$$P = \frac{m\upsilon}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}}$$

Η Ενέργεια Δmc^2 εκλύεται κατά τη διάρκεια πυρηνικών αντιδράσεων όπου λαμβάνει χώρα μεταβολή στη μάζα αντιδρώντων προϊόντων ΔΜ.

Από τις παραπάνω εξισώσεις απαλείφοντας το υ

προκύπτει $E^2 = p^2c^2 + (mc^2)^2$

Όταν το σώμα ηρεμεί P=0

Εξασφαλίζει πως υπάρχουν σωμάτια, όπως το φωτόνιο, με μάζα ηρεμίας m=0. Αυτά κινούνται με τη ταχύτητατα c και έχουν ενέργεια λόγω ορμής E=Pc προαιρετικό

Ο νόμος της παγκόσμιας έλξης προβλέπει ότι οι δυνάμεις της βαρύτητας μεταξύ των μαζών μεταδίδονται ακαριαία.

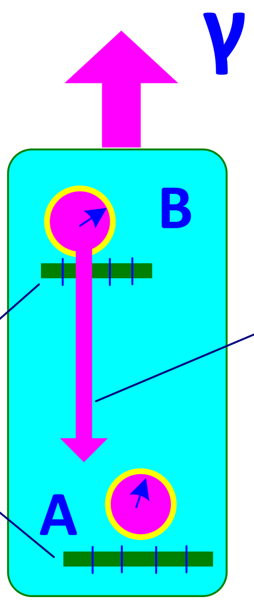
Σύμφωνα με τη σχετικότητα κανένα σήμα ή ενέργεια δεν μπορεί να μεταδοθεί με ταχύτητα μεγαλύτερη της c.

Ο νόμος της παγκόσμιας έλξης πρέπει να τροποποιηθεί για να είναι συμβατός με το νόμο τις αρχές της σχετικότητας

Γενική θεωρία Σχετικότητας

θεωρία βαρύτητας

Επιταχυνόμενο σύστημα με επιτάχυνση γ



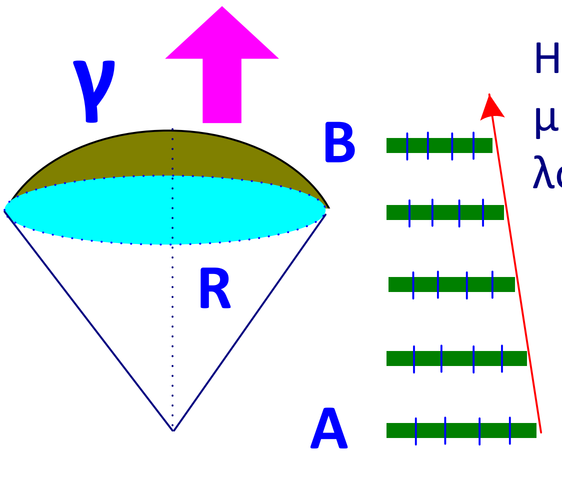
Παρατηρητής στο Α βλέπει το φως από το Β στο Α να έρχεται σε μικρότερο χρόνο λόγω της επιτάχυνσης

η κλίμακα του μήκους του Β φαίνεται στο Α να μικραίνει

και έτσι βλέπει το ρολόι Β να πηγαίνει πιό γρήγορα από το ρολόι στο Α

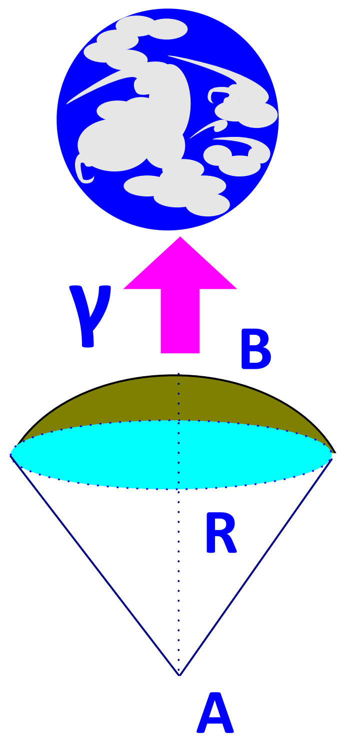
Αφού ο χρόνος στο Β πηγαίνει πιό γρήγορα από ότι το ρολόι στο Α

και για να διατηρείται η c σταθερή θα πρέπει τα μήκη να αλλάζουν



Η συνεχής συστολή του μήκους από το Α στο Β λόγω της επιτάχυνσης γ τροποποιεί τη γεωμετρία

γίνεται μη Ευκλίδειος γεωμετρία



εμβαδόν S της επιφάνειας σφαίρας κέντρου Α και ακτίνας R=AB είναι $S<4\pi R^2$ ή $R^2> S/4\pi$

Λόγω της αρχής της ισοδυναμίας τα φαινόμενα που προκαλεί η επιτάχυνση γ μπορεί να προκαλεί τα ίδια φαινόμενα και το πεδίο βαρύτητας

προαιρετικό

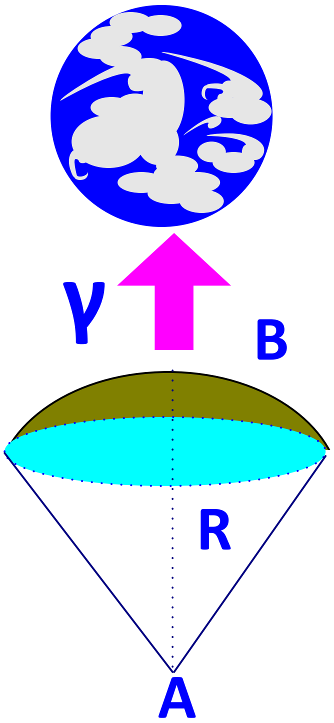
Η μάζα τροποποιεί τη γεωμετρία του χώρου γύρω της

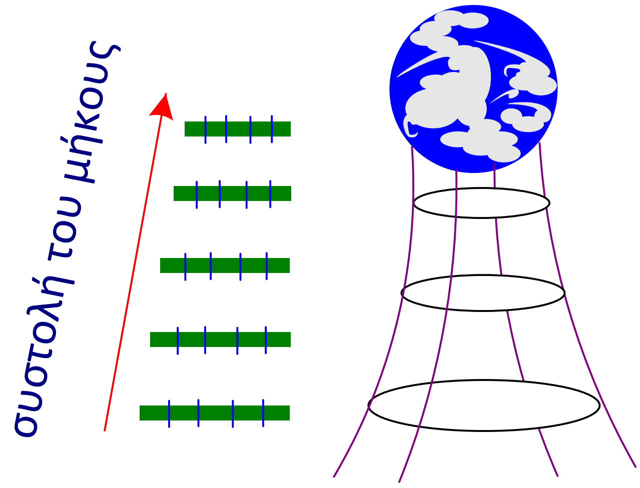
Η επιτάχυνση γ που προκαλεί το πεδίο βαρύτητας τροποποιεί τη γεωμετρία του χώρου

έχουμε $R^2 > S/4\pi$

αποδεικνύεται

$$R^2 - S/4\pi = m_{rel}G/(3c^2)$$





Η τροχιά καθορίζεται από τη γεωμετρία του χώρου

Η τροχιά είναι η γραμμή του ελάχιστου μήκους είναι καμπύλη (αντί για ευθεία στην Ευκλίδεια γεωμετρία)

Σχήμα κλασσικής Φυσικής

Μάζα → νόμος παγκόσμιας έλξης → βαρυτική δύναμη → κίνηση-τροχιά

Σχήμα Γενικής σχετικότητας

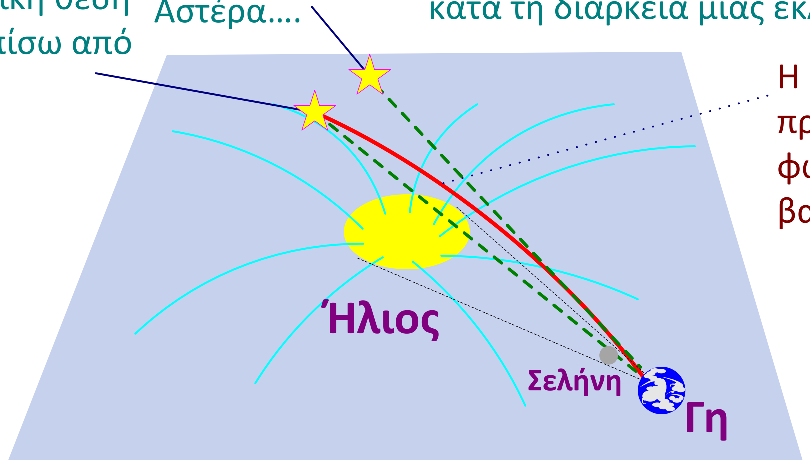
Μάζα → εξίσωση βαρύτητας → τροποίηση γεωμετρίας → τροχιά-γραμμή ελάχιστου μήκους

Πρώτη πειραματική επιβεβαίωση των προβλέψεων της Γενικής Θεωρίας της Σχετικότητας

φαινομένη θέση Αστέρα.... ...που φαίνεται στον σκοτεινό ουρανό κατά τη διάρκεια μιας έκλειψης ηλίου

πραγματική θέση αστέρα πίσω από τον ήλιο

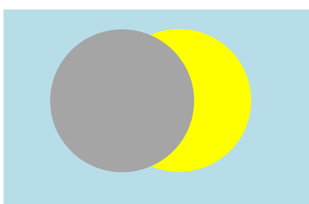
Η καμπύλη τροχιά ελάχιστου μήκους προς τη Γη που ακολουθεί το αστρικό φως με την εκτροπή του από την βαρύτητα του ήλιου



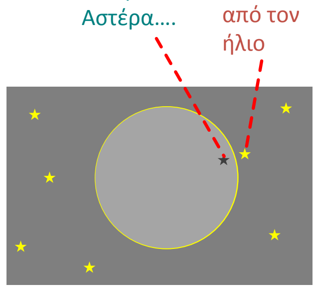
Η Γεωμετρία γύρω από τον ήλιο με την παραμόρφωση του χώρου που προκαλεί η βαρύτητά του.

φαινομένη θέση Αστέρα.... ....λόγω βαρυτικής εκτροπής του φωτός από τον ήλιο

πραγματική θέση Αστέρα....



Κατά τη διάρκεια της ολικής έκληψης ηλίου ο ουρανός...



....γίνεται σκοτεινός με αστέρια όπως την νύχτα