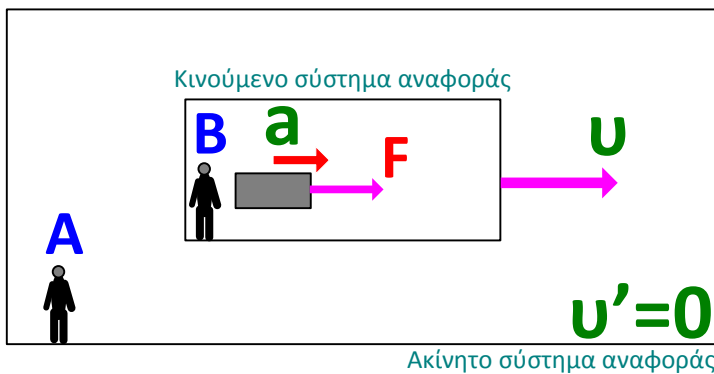


Αξιώματα της Ειδικής Θεωρίας της σχετικότητας

1. Οι νόμοι της φυσικής είναι ίδιοι για όλα τα αδρανειακά συστήματα αναφοράς
2. Η μετρούμενη ταχύτητα του φωτός στο κενό είναι η ίδια ανεξάρτητα της κίνησης του παρατηρητή ή της πηγής

Δηλ. όλοι οι βασικοί νόμοι, όπως $\Sigma F=ma$, έχουν την ίδια μαθηματική έκφραση για όλους τους παρατηρητές που κινούνται με σταθερή σχετική ταχύτητα ο ένας ως προς τον άλλον.

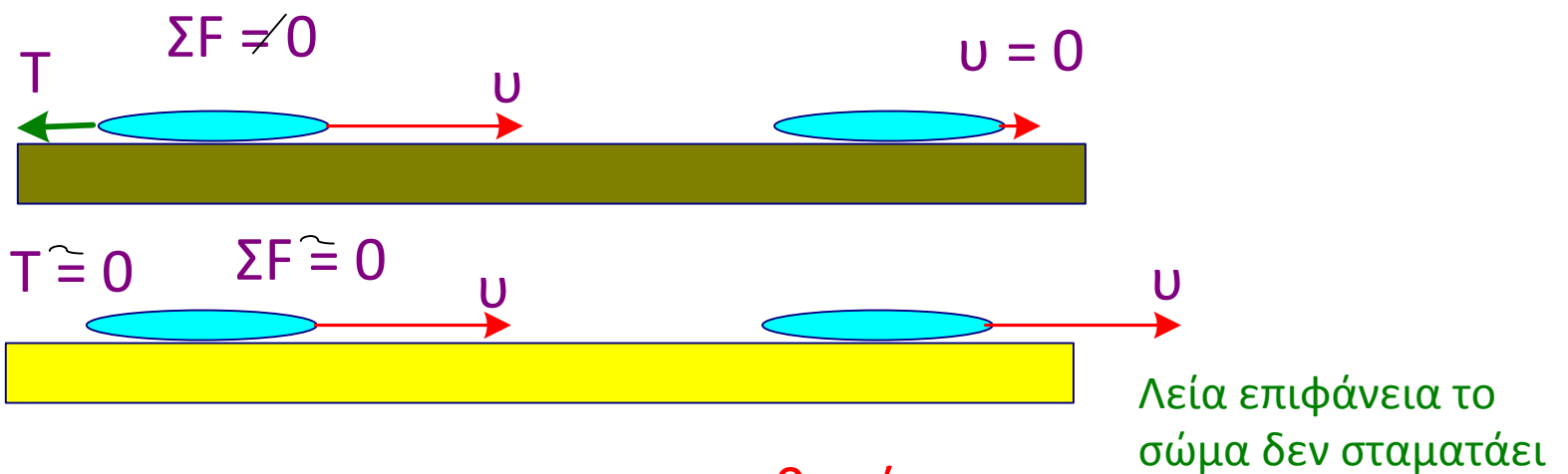


Οι παρατηρητές A και B στα δύο αδρανειακά συστήματα μετρούν την ίδια δύναμη σύμφωνα με το νόμο $F=ma$.

Τι είναι αδρανειακό σύστημα αναφοράς

Είναι το σύστημα για το οποίο ισχύει ο 1ος νόμος του Newton.

1ος Νόμος Νόμοι του Newton



Νόμος αδράνειας

u : σταθερή

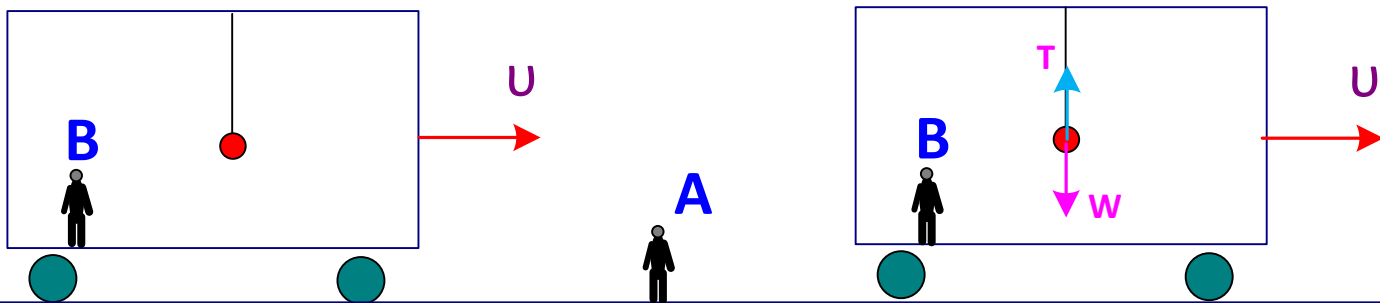
Αν σε ένα σώμα $\Sigma F=0$ τότε το σώμα διατηρεί την κινητική του κατάσταση
Ελεύθερο σώμα : όταν στο σώμα δεν επιδρά καμμία εξωτ. δύναμη

Αδράνεια : η τάση των σωμάτων να διατηρούν σταθερή την κινητική τους κατάσταση.

Τι είναι αδρανειακό σύστημα αναφοράς

Πως διακρίνουμε αν ένα σύστημα είναι αδρανειακό ?

Σύστημα αναφοράς : κινούμενο όχημα με ταχύτητα u σταθερή



Ο παρατηρητής A στο σύστημα αναφοράς του εδάφους και ο B στο σύστημα αναφοράς του οχήματος διαπιστώνουν ότι εκκρεμές ισορροπεί γιατί $W=(T)$ τάση του νήματος

και το εκκρεμές ισορροπεί $\Sigma F=0$

Τότε το σύστημα αναφοράς ικανοποιείται ο 1ος νόμος του Newton.

Του κινούμενου οχήματος με σταθερή ταχύτητα λέμε ότι είναι:

Αδρανειακό σύστημα αναφοράς (ΑΣΑ)

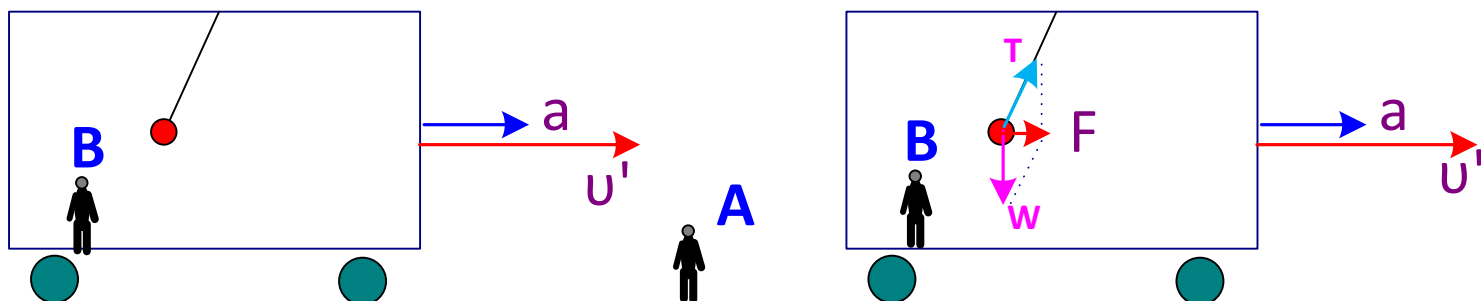
Γιατί δεν έχει επιτάχυνση

Σύστημα αναφοράς

Κινούμενο όχημα με επιτάχυνση a

Σύστημα αναφοράς

Κινούμενο όχημα με επιτάχυνση a



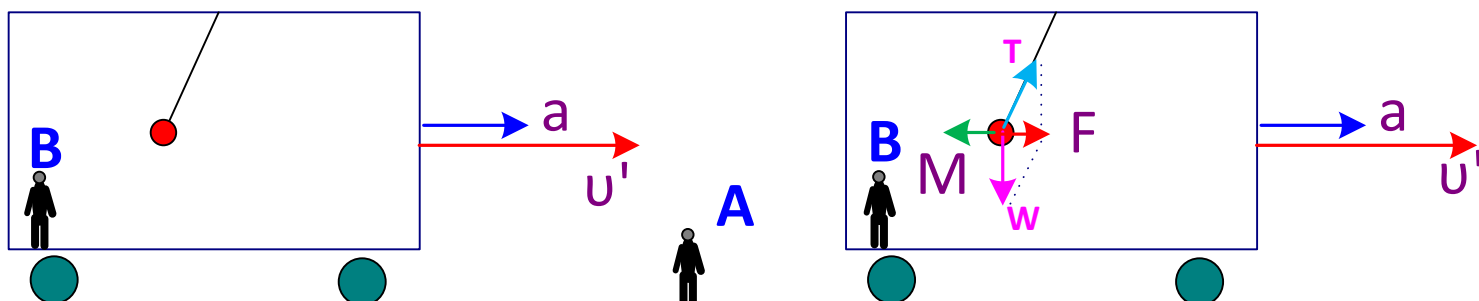
Ο παρατηρητής A στο σύστημα αναφοράς του εδάφους διαπιστώνει ότι εκκρεμές ισορροπεί στη λοξή θέση λόγω του ότι το εκκρεμές επιταχύνεται λόγω της συνισταμένης δύναμης F των T και W

Σύστημα αναφοράς

Κινούμενο όχημα με επιτάχυνση a

Σύστημα αναφοράς

Κινούμενο όχημα με επιτάχυνση a



Ο παρατηρητής B στο σύστημα αναφοράς του οχήματος μη έχοντας πληροφορία ότι το όχημα επιταχύνεται διαπιστώνει ότι εκκρεμές ισορροπεί στη λοξή θέση ενώ το $\Sigma F \neq 0$.

Τότε το σύστημα αναφοράς

Έτσι δεν φαίνεται να ικανοποιείται ο 1ος νόμος του Newton.

Του κινούμενου οχήματος με

σταθερή ταχύτητα λέμε ότι είναι:

Μη Αδρανειακό

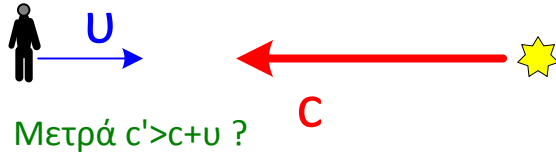
φαίνεται ακίνητο ενώ $\Sigma F \neq 0$

Γιατί έχει επιτάχυνση

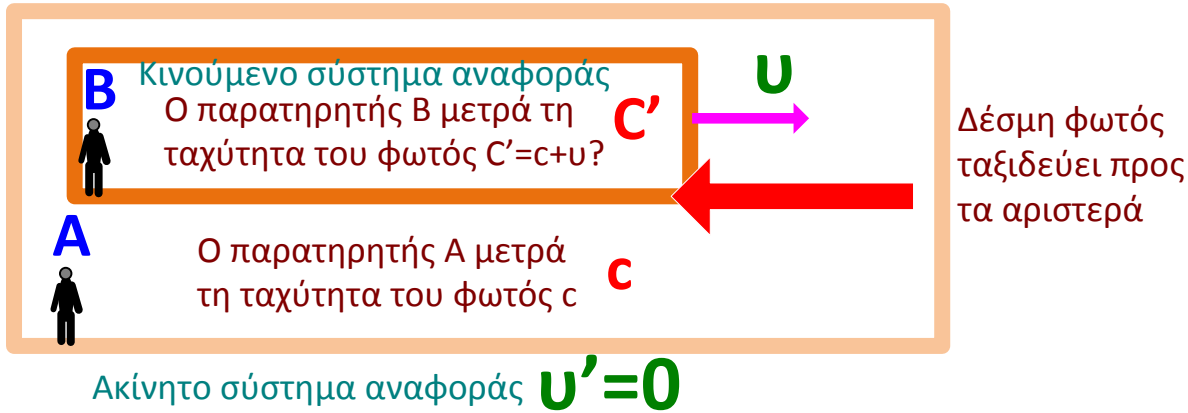
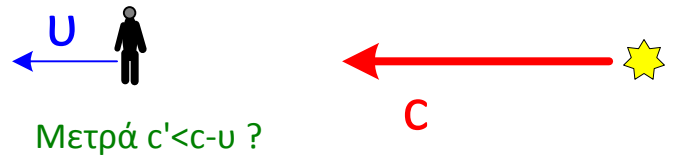
Εδώ ο B αναγκάζεται να επινοήσει μια επιπλέον «μυστηριώδη» ανύπαρκτη δύναμη M ώστε να διακιολογήσει την ισορροπία

2. Η ταχύτητα του φωτός εξαρτάται από τη ταύτητα της πηγής - παρατηρητή?

Ένας παρατηρητής πλησιάζοντας ακίνητη πηγή φωτός



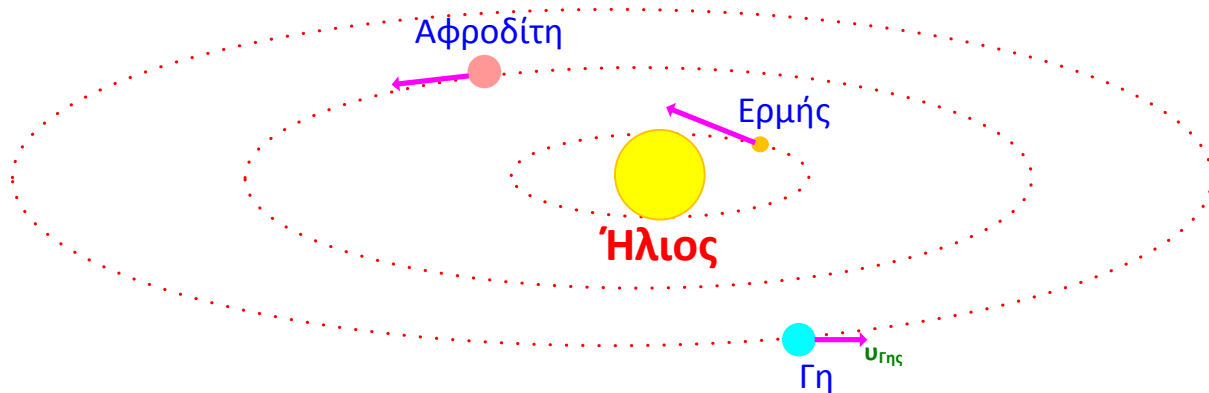
Ένας παρατηρητής απομακρινόμενος από ακίνητη πηγή φωτός



Υπάρχει προνομιακό απόλυτο σύστημα αναφοράς ακίνητο $u=0$?

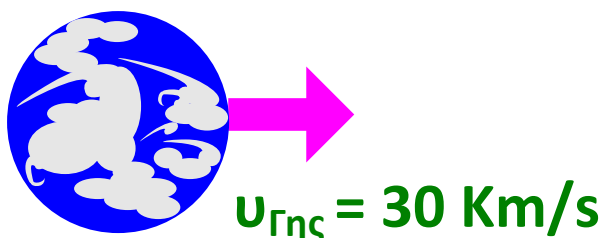
Θα υπήρχε αν πράγματι ο παρατηρητής B μετρά τη ταχύτητα του φωτός $C'=c+u$

Ένα προνομιακό απόλυτο σύστημα αναφοράς θεωρήθηκε πως θα ήταν ο ήλιος σαν ακίνητο σώμα ως προς τον αιθέρα.



Έτσι όλος ο χώρος μεταξύ των πλανητών κατακλύζεται από τον αιθέρα, ένα αβαρές και συμπαγές μέσον στο οποίο διαδίδονται όλα τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα σαν διακυμάνσεις του αιθέρα.

Καθώς κινείται η Γη με ταχύτητα $u_{\Gamma\eta\varsigma}$ μέσα στον αιθέρα...



...τότε η Γη θα δέχεται το ρεύμα του αιθέρα με ταχύτητα :



Η Γη δεχόμενη το ρεύμα του υποθετικού αιθέρα

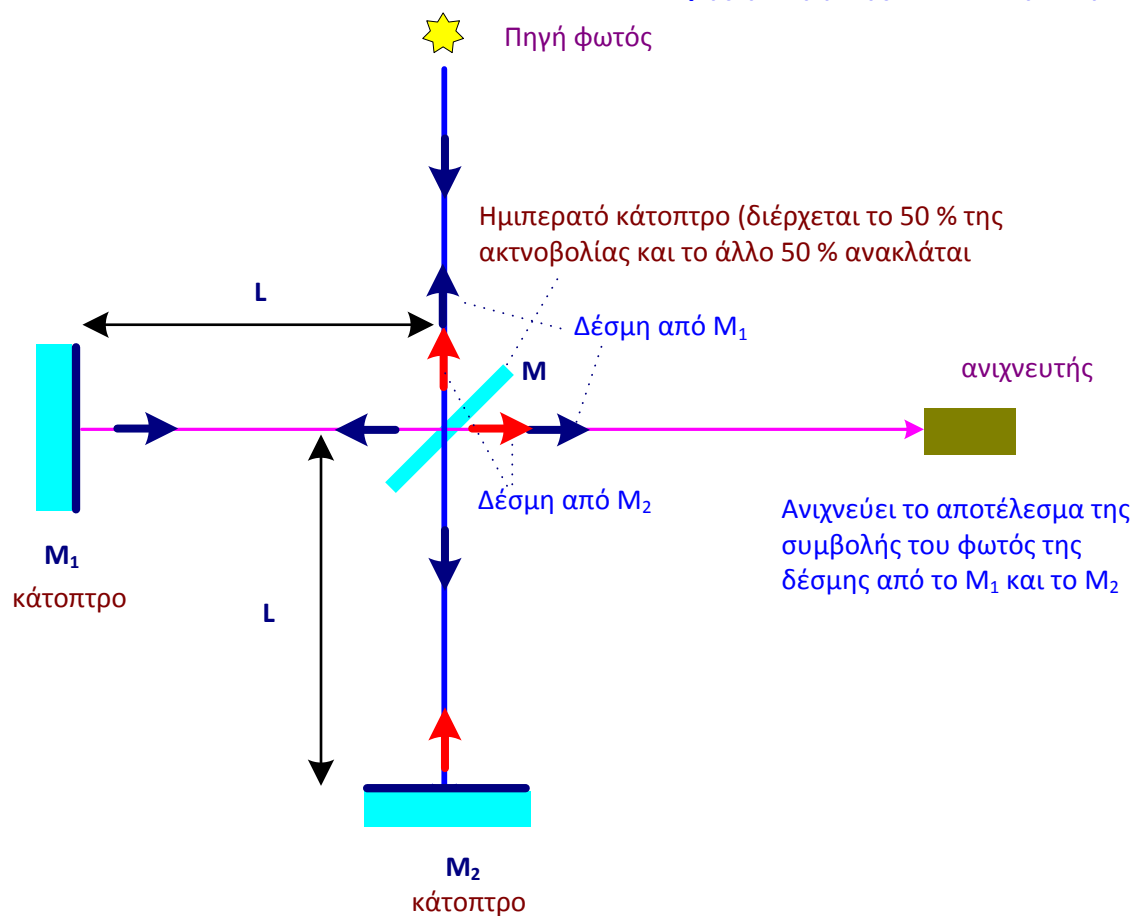


Η κίνηση της Γης μέσα στον ακίνητο υποθετικό αιθέρα επηρεάζει τη μετρούμενη ταχύτητα του φωτός ?

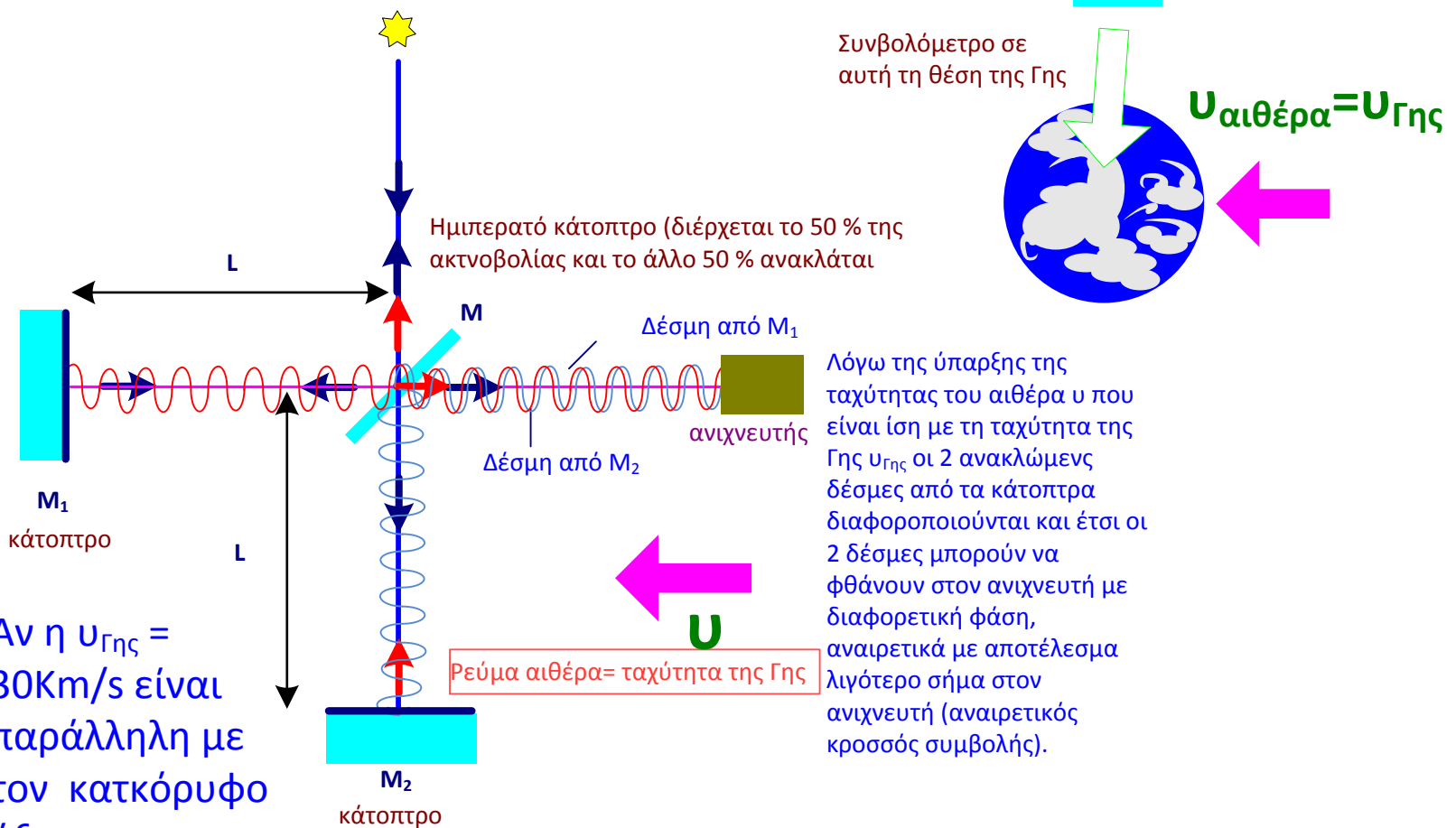
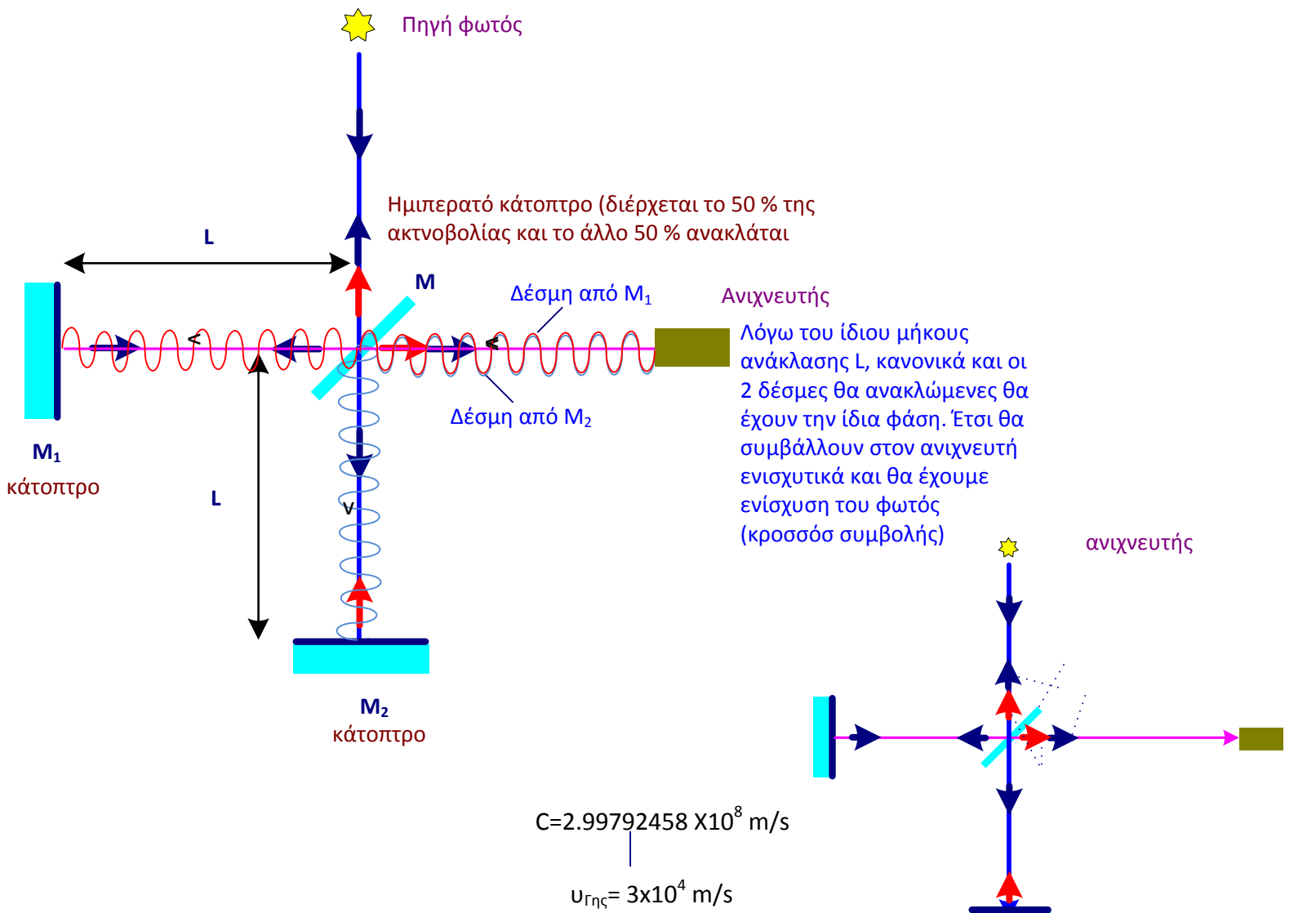
Απάντηση δόθηκε με το Συμβολόμετρο του Michelson

Συμβολόμετρο του Michelson

και αρχή της σχετικότητας



Με το συμβολόμετρο του Michelson διαπιστώθηκε πως η ταχύτητα το φωτός είναι ανεξάρτητη της σχετικής ταχύτητας της Γης και πως δεν υπάρχει ο αιθέρας και το απόλυτο σύστημα αναφοράς.



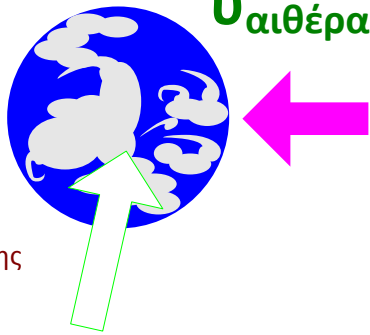
Αν η $u_{\Gamma\eta\varsigma} = 30\text{km/s}$ είναι παράλληλη με τον κατκόρυφο άξονα

Βρέθηκε πως όπως και να περιστρέψουμε το συμβολόμετρο ως προς τη ταχύτητα της γης δεν βρίσκεται καμιά διαφορά στην εικόνα της συμβολής στον ανιχνευτή.

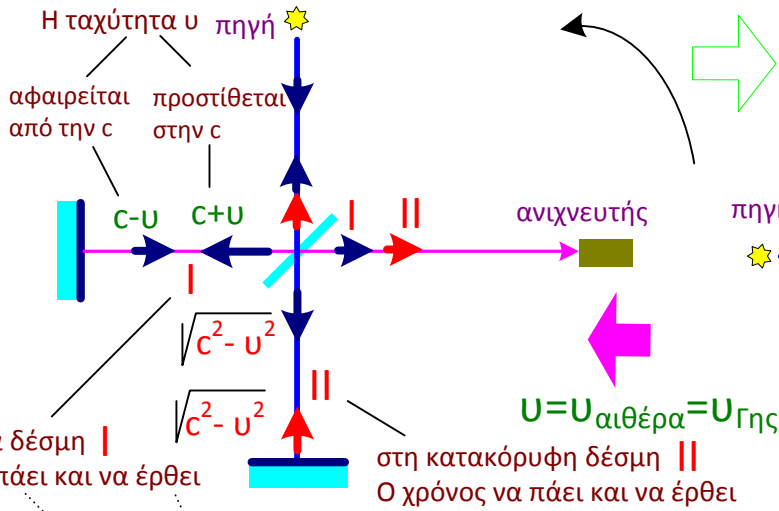
Δηλαδή η ταχύτητα του φωτός δεν αθροίζεται ή αφαιρείται με αυτή της ταχύτητας της Γης αλλά παραμένει σταθερή ίση με $C=3 \times 10^8 \text{ m/s}$

και δεν υπάρχει ο αιθέρας και το απόλυτο σύστημα αναφοράς.

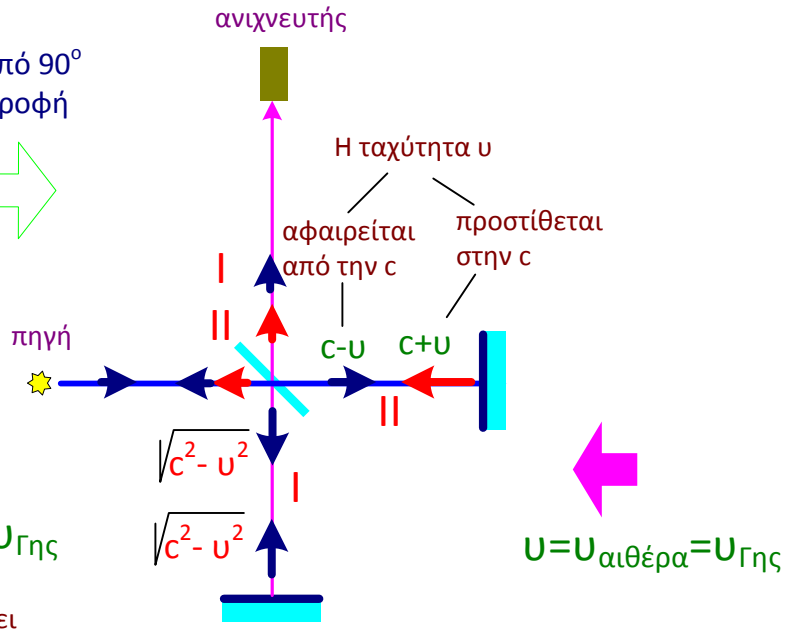
$U_{\text{αιθέρα}} = U_{\text{Γης}}$



Συμβολόμετρο σε αυτή τη θέση της Γης



Μετά από 90° περιστροφή



στη οριζόντια δέσμη I Ο χρόνος να πάει και να έρθει

στη κατακόρυφη δέσμη II Ο χρόνος να πάει και να έρθει

$$t_1 = \frac{L}{c+u} + \frac{L}{c-u}$$

$$t_2 = \frac{L}{c\sqrt{1-(u^2/c^2)}} + \frac{L}{c\sqrt{1-(u^2/c^2)}}$$

$$t_1 = \frac{2L}{c(1-(u^2/c^2))}$$

$$t_2 = \frac{2L}{c\sqrt{1-(u^2/c^2)}}$$

Δηλ η οριζόντια δέσμη I καθυστερεί περισσότερο να πάει και να έρθει σε σχέση με τη κατακόρυφη δέσμη II

Με τη βοήθεια της διωνυμικής ανάπτυξης $(1 - u^2/c^2)^{-1/2} = 1 - (1/2)(u/c) + \dots$

Η διαφορά του χρόνου διάδοσης της οριζόντιας δέσμης και της κατακόρυφης δέσμης

βρίσκω

$$\Delta t = t_1 - t_2 = \frac{Lu^2}{c^2}$$

Παρόμοια η ίδια διαφορά χρόνου βρίσκεται στη περιστραμμένη θέση

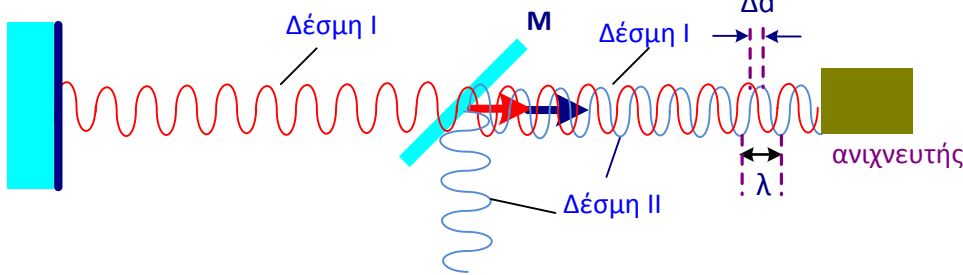
$$\Delta t' = t_1' - t_2' = \frac{Lu^2}{c^2}$$

$$\Delta t_{\text{ολ}} = 2 \frac{Lu^2}{c^2}$$

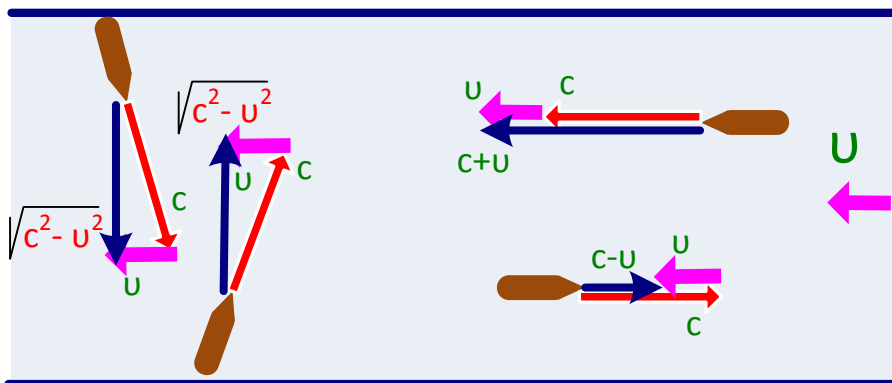
Το $\Delta t_{\text{ολ}}$ αντιστοιχεί σε διαφορά δρόμου

$$\Delta d = c\Delta t_{\text{ολ}} = \frac{2 \times 11\text{m} (3 \times 10^4\text{m/s})^2}{(3 \times 10^8\text{m/s})} = 2.2 \times 10^{-7} \text{ m}$$

Μήκος κύματος ορατού $\lambda = 5 \times 10^{-7} \text{ m}$



Μηχανικό ανάλογο
Κίνηση πλοίου σε ρεύμα ποταμού

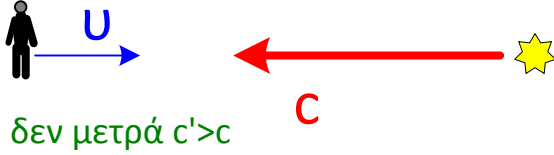


Ρεύμα του ποταμού

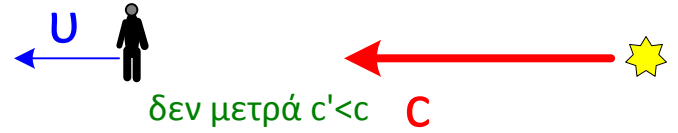
Ταχύτητα πλοίου

Χωρίς ρεύμα ποταμού

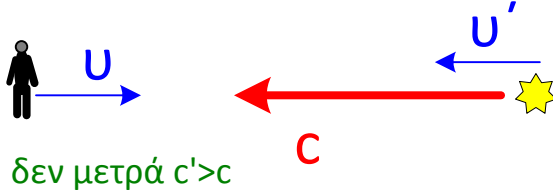
Ένας παρατηρητής πλησιάζοντας ακίνητη πηγή φωτός



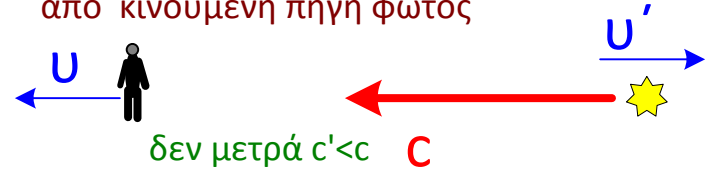
Ένας παρατηρητής απομακρινόμενος από ακίνητη πηγή φωτός



Ένας παρατηρητής πλησιάζοντας κινούμενη πηγή φωτός



Ένας παρατηρητής απομακρινόμενος από κινούμενη πηγή φωτός



δηλαδή

οι σχετικά κινούμενοι παρατηρητές θα καταγράψουν διαφορετικά μήκη που διανύει το φως.

ταχύτητα φωτός $c = \frac{\text{μήκος}}{\text{χρόνος}} = \text{σταθερά}$

δεν πρέπει να είναι απόλυτος

κινούμενος παρατηρητής μετρά πάντα $c'=c$

Άρα θα πρέπει το μήκος και ο χρόνος να μην είναι απόλυτα και να εξαρτώνται από την ταχύτητα του παρατηρητή.

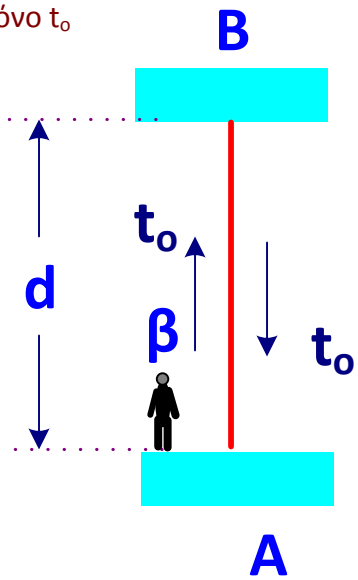
Θεωρία της σχετικότητας

Ο χρόνος δεν είναι ανεξάρτητος από το χώρο αλλά είναι ενωμένα μαζί σε μία ουσία το **χωρόχρονο**

Όταν η ταχύτητα του παρατηρητή γίνεται συγκρίσιμη με αυτή του φωτός τότε το μήκος συστέλλεται και ο χρόνος στο ρολόϊ του κινούμενου παρατηρητή κυλάει αργότερα από το ρολόϊ του ακίνητου παρατηρητή.

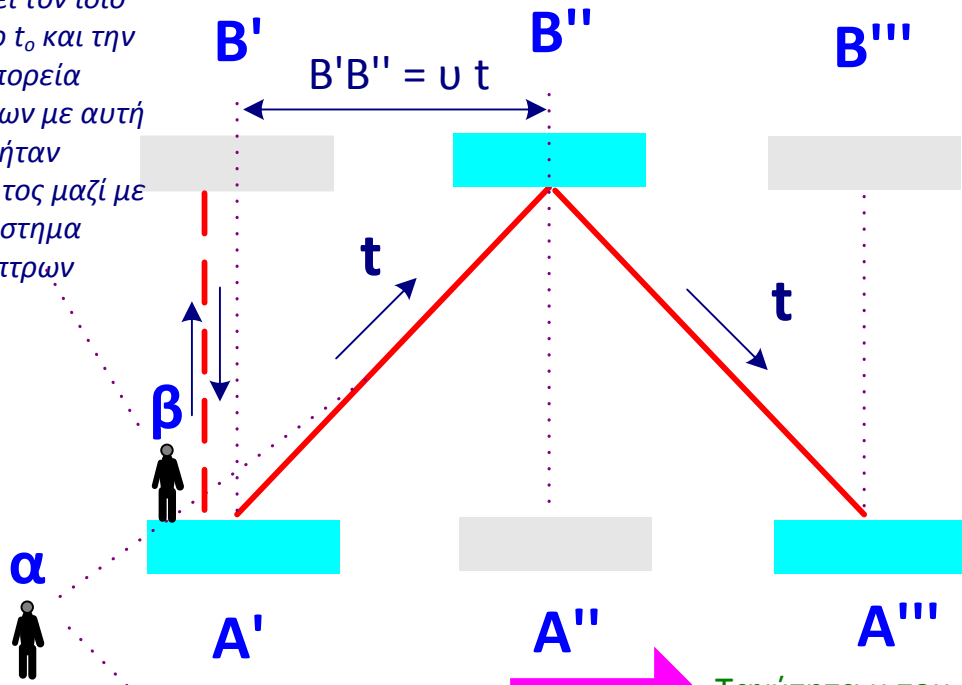
Διαστολή χρόνου

Ένας φωτεινός παλμός εκπέμπεται από το A και ανακλάται από το B σε απόσταση d και επιστρέφει σε χρόνο t_0



ο κινούμενος παρατηρητής β βλέπει τον ίδιο χρόνο t_0 και την ίδια πορεία ακτίνων με αυτή όταν ήταν ακίνητος μαζί με το σύστημα κατόπτρων

Κινούμενο αδρανειακό σύστημα κατόπτρων



$2t_0$ λέγεται **ιδιοχρόνος** συμβαίνει στο ίδιο σημείο όπου ο φωτεινός παλμός φεύγει και επιστρέφει

ο χρόνος για να διανύσει το φως την απόσταση d μεταξύ των ακίνητων κατόπτρων

$$t_0 = \frac{d}{c}$$

Η μακρύτερη πορεία $A'B''A'''$ που βλέπει ο ακίνητος παρατηρητής α να διανύει το φως. Επομένως ο α θα μέτραγε μεγαλύτερη ταχύτητα φωτός c' αν ο χρόνος παρέμενε ο ίδιος t_0 και για τα 2 συστήματα αναφοράς

Για να μετρά σταθερή ταχύτητα φωτός $c=c'$

$$c < c' = \frac{A'B''}{t_0} \quad c = c' = \frac{A'B''}{t}$$

Θα πρέπει αναγκαστικά ο α βλέπει πως ο χρόνος t είναι μεγαλύτερος από το (ιδιο)χρόνο t_0 του κινούμενου συστήματος δηλ. $t > t_0$

Δηλαδή ο α θα βλέπει το χρόνο του κινούμενου β να κυλά αργότερα και μάλιστα τόσο αργότερα όσο η u θα μεγαλώνει γιατί θα μεγαλώνει η απόσταση $A'B''$ που διανύει το φως για φθάσει το δεύτερο κάτοπτρο.

$$A'B'' = \sqrt{d^2 + (B'B''')^2} \quad A'B'' = \sqrt{d^2 + (ut)^2} \quad t = \frac{A'B''}{c}$$

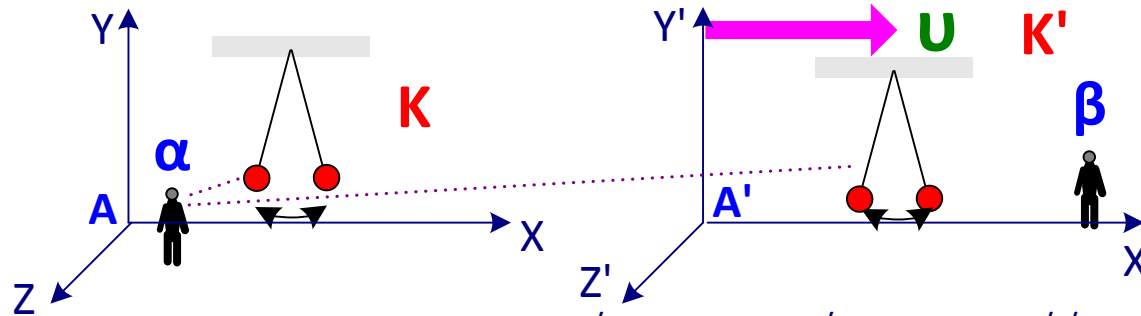
$$t = (1/c) \sqrt{d^2 + (ut)^2} = \sqrt{\frac{d^2}{c^2} + \frac{u^2}{c^2} t^2} \quad t_0^2 = t^2 \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)$$

$$t_0 = t \sqrt{1 - u^2/c^2} \quad t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

επειδή $\sqrt{1 - u^2/c^2} \leq 1$ τότε $t \geq t_0$

Για τον ακίνητο παρατηρητή α φαίνεται να κυλάει αργότερα ο χρόνος t_0 στο κινούμενο σύστημα με τον παρατηρητή β

Ο παρατηρητής β στο κινούμενο σύστημα αναφοράς K' βλέπει τη ταλάντωση του εκκρεμούς του να διαρκεί τον ίδιο χρόνο t_0 και το εκκρεμής του α να κινείται πιο γρήγορα δηλ. το ρολόι του πάει πιο γρήγορα.



Η ταλάντωση του εκκρεμούς διαρκεί t_0 π.χ. 1s για τον παρατηρητή α στο ακίνητο σύστημα αναφοράς K

...ενώ ο παρατηρητής α παρατηρεί ότι η ταλάντωση στο κινούμενο σύστημα αναφοράς K' να γίνεται πιο αργά και να ολοκληρώνεται σε περισσότερο χρόνο T, δηλ. το ρολόι του β φαίνεται να πάει πιο αργά.

διαστολή του χρόνου

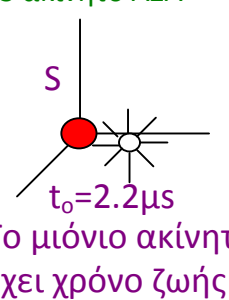
Πρόβλημα για εξάσκηση

Πόσο πρέπει να είναι η ταχύτητα u του συστήματος αναφοράς K' ως προς το K ώστε να η ταλάντωση του εκκρεμούς διαρκεί από 1.0 s στο K, να φαίνεται να διαρκεί 0.5 s στο K' .

Συνέπειες της διαστολής χρόνου

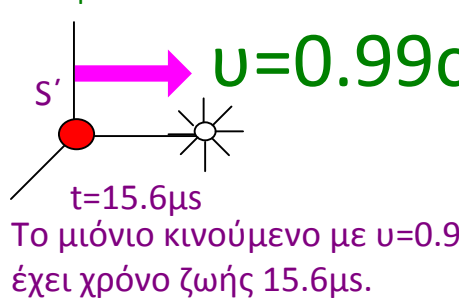
Αύξηση του χρόνου ζωής μιονίων

S ακίνητο ΑΣΑ



$t_0 = 2.2 \mu s$
Το μίονιο ακίνητο
έχει χρόνο ζωής 2.2 μs.

S' κινούμενο ΑΣΑ



$t = 15.6 \mu s$
Το μίονιο κινούμενο με $u = 0.99c$
έχει χρόνο ζωής 15.6 μs.

$$t = \frac{2.2 \mu s}{\sqrt{(1 - u^2/c^2)}}$$

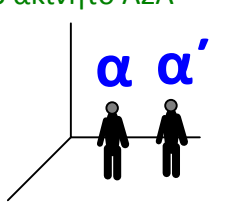
0.99c

Ήταν η πρώτη πειραματική επιβεβαίωση της σχετιστικής διαστολή του χρόνου

Παράδοξο των διδύμων

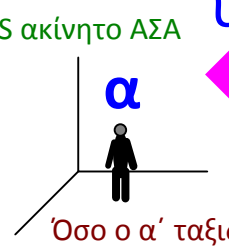
Ο α' μπαίνει σε διαστημόπλοιο και ταξιδεύει με $u = 0.7c$

S ακίνητο ΑΣΑ



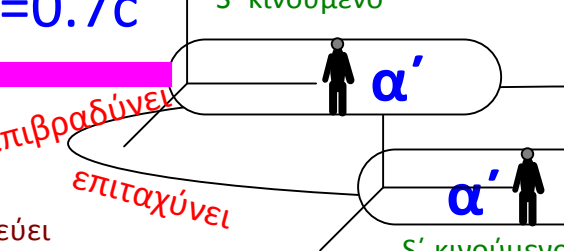
Αρχικά έχουμε 2 δίδυμους σε ακίνητο ΑΣΑ

S ακίνητο ΑΣΑ



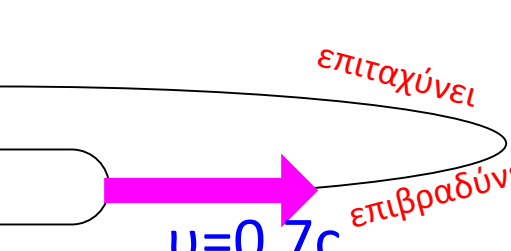
Όσο ο α' ταξιδεύει
Ο α σκέπτεται:
'Ότι ο α' θα γεννιέται λιγότερο λόγω
διαστολής του χρόνου και όταν
γυρίσει πίσω θα είναι νεώτερος.

S' κινούμενο



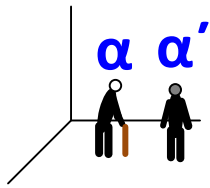
$u = 0.7c$
επιβραδύνει
επιταχύνει

S' κινούμενο



$u = 0.7c$
επιταχύνει
επιβραδύνει

Αφού τα συστήματα είναι ισοδύναμα και το S σύστημα φαίνεται στον α' να κινείται γρήγορα. Έτσι ο α' κατά το ταξίδι σκέπτεται: 'Ότι ο α θα γεννιέται λιγότερο λόγω διαστολής του χρόνου και όταν γυρίσει πίσω θα είναι νεώτερος.



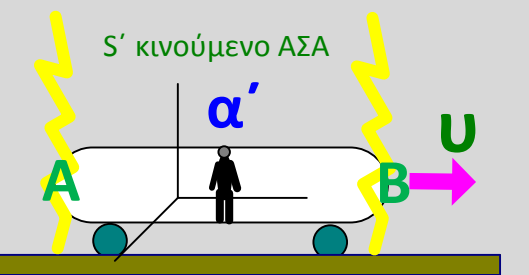
Όμως όταν ο α' επιστρέφει αυτός μπορεί να είναι νεώτερος και ο α γέρος....

...γιατί τα 2 συστήματα S και S' δεν είναι ισοδύναμα. Ο α' στο διαστημόπλοιο υπόκειται σε επιταχύνσεις και επιβραδύνσεις και έτσι δεν ευρίσκεται σε ΑΣΑ οπότε δεν μπορεί να δώσει σαφή απάντηση, σε αντίθεση με τον α στο ακίνητο ΑΣΑ του οποίου το συμπέρασμα τελικά επιβεβαιώνεται.

Δεν υφίσταται ταυτόχρονο

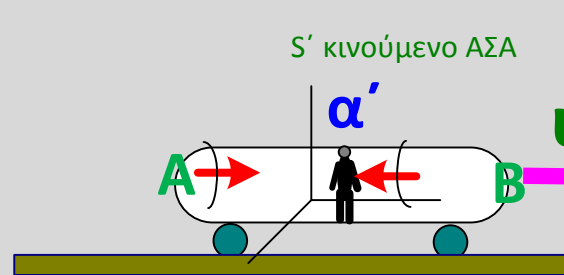
2 κερανοί χτυπούν ένα κινούμενο βαγόνι και αφήνουν αποτυπώματα A και B στα άκρα του και A' και B' στο δρόμο.

S' κινούμενο ΑΣΑ




U
επιταχύνει
επιβραδύνει

S' κινούμενο ΑΣΑ



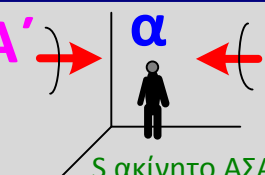
U
επιταχύνει
επιβραδύνει

A' α B'



S ακίνητο ΑΣΑ

A' α B'



S ακίνητο ΑΣΑ

Ο α στο ακίνητο ΑΣΑ που είναι στο μέσο της Α'Β' βλέπει το φως από τους 2 κεραυνούς ταυτόχρονα

Ο α' στο κινούμενο ΑΣΑ που είναι στο μέσο της ΑΒ βλέπει το φως τον κεραυνό από το Β νωρίτερα από το φως που έρχεται από το Α. Αφού το φως διαδίδεται με την ίδια ταχύτητα τότε τα 2 γεγονότα δεν συμβαίνουν ταυτόχρονα για τον α', ο οποίος συμπεραίνει ότι ο κεραυνός κτύπησε στο Β νωρίτερα από αυτόν στο Α.

Δηλ. 2 σχετικά κινούμενα ΑΣΑ δεν μπορούν να συντονίσουν τα ρολόγια τους.

Στο ίδιο όμως ΑΣΑ για ακίνητους παρατηρητές τα ρολόγια μπορούν να συγχρονιστούν.

Συστολή μήκους

κινούμενος παρατηρητής

Σε διαστημόπλοιο κινείται με ταχύτητα u και διανύει την απόσταση $\Gamma\Lambda$ από τη Γ έως το Πλούτωνα Π

Στη Γ βλέπουμε ότι ο α διανύει με ταχύτητα u τη απόσταση $\Gamma\Pi=l_0$ σε χρόνο t , δηλ.

$$u = \frac{l_0}{t}$$

l_0 Ιδιομήκος το μήκος στο ακίνητο σύστημα Γ -Πλούτωνα

ακίνητος παρατηρητής

Βλέπει να απομακρίνεται με ταχύτητα u η Γ και να πλησιάζει ο Πλούτωνα σε χρόνο t_0 μικρότερο του t

Γιατί ο ακίνητος παρατηρητής βλέπει το χρόνο κινούμενου παρατηρητή να κυλά πιο αργά ($t_0 < t$) άρα:

$$\frac{1}{t_0} = u' > u$$

Όμως η σχετική ταχύτητα u είναι μία $u' = u$

Θα πρέπει αναγκαστικά ο α να βλέπει την απόσταση Γ -Πλούτωνα $\Gamma\Pi=l$ μικρότερη από το μήκος l_0 όταν το σύστημα Γ -Πλούτωνα ήταν ακίνητο ως προς αυτόν ($l < l_0$), έτσι ώστε η ταχύτητα u να είναι ίδια.

Ακίνητο αδρανειακό σύστημα Γ -Πλούτωνα

$$t = \frac{l_0}{u}$$

ο χρόνος t για να διανύσει ο κινούμενος παρατηρητής α την απόσταση l_0

Κινούμενο αδρανειακό σύστημα Γ -Πλούτωνα

ο χρόνος t_0 για να περάσει όλη απόσταση $\Gamma\Pi$ μπροστά από τον ακίνητο παρατηρητή α

$$t_0 = \frac{l}{u}$$

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \quad l_0/u = \frac{l/u}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$l = l_0 \sqrt{1 - u^2/c^2}$$

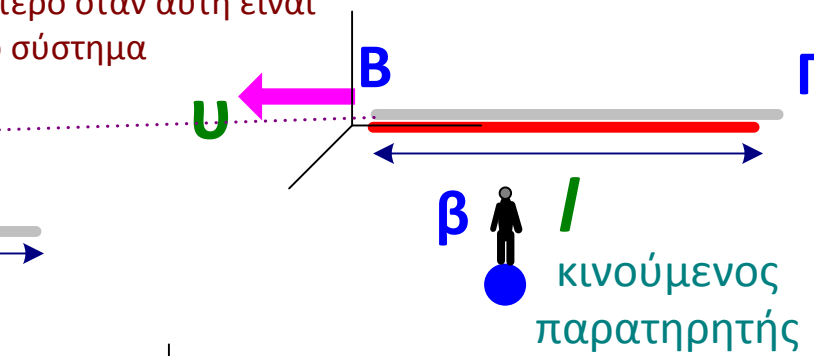
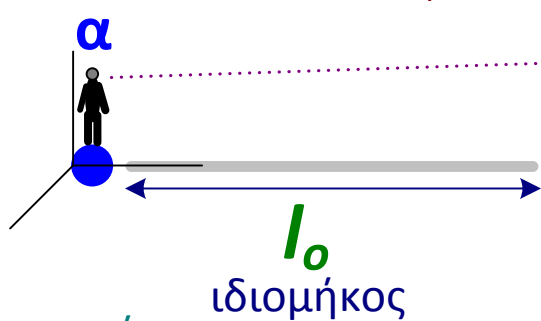
Δηλ ο ακίνητος παρατηρητής α βλέπει μια ράβδο μήκους l_0 όταν είναι ακίνητη είναι και την ίδια ράβδο να έχει μήκος l μικρότερο στο κινούμενο αδρανειακό σύστημα αναφοράς.

Το μήκος (l) στο κινούμενο αδρανειακό σύστημα φαίνονται από το ακίνητο αδρανειακό σύστημα να είναι μικρότερο σε σχέση με αυτό (l_0) που έχει σε ένα ακίνητο σύστημα

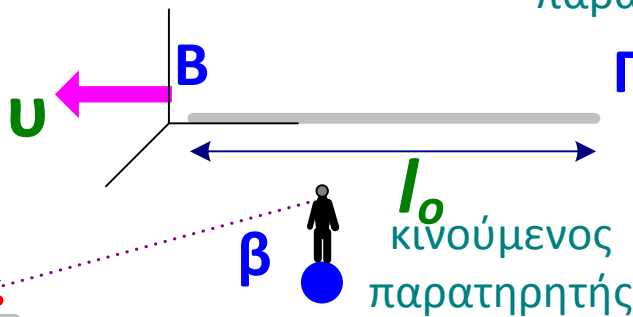
Η συστολή μήκους είναι συμμετρικό φαινόμενο

ακίνητος παρατηρητής

Ο α βλέπει το μήκος της ίδια ράβδου μικρότερο όταν αυτή είναι στο κινούμενο σύστημα

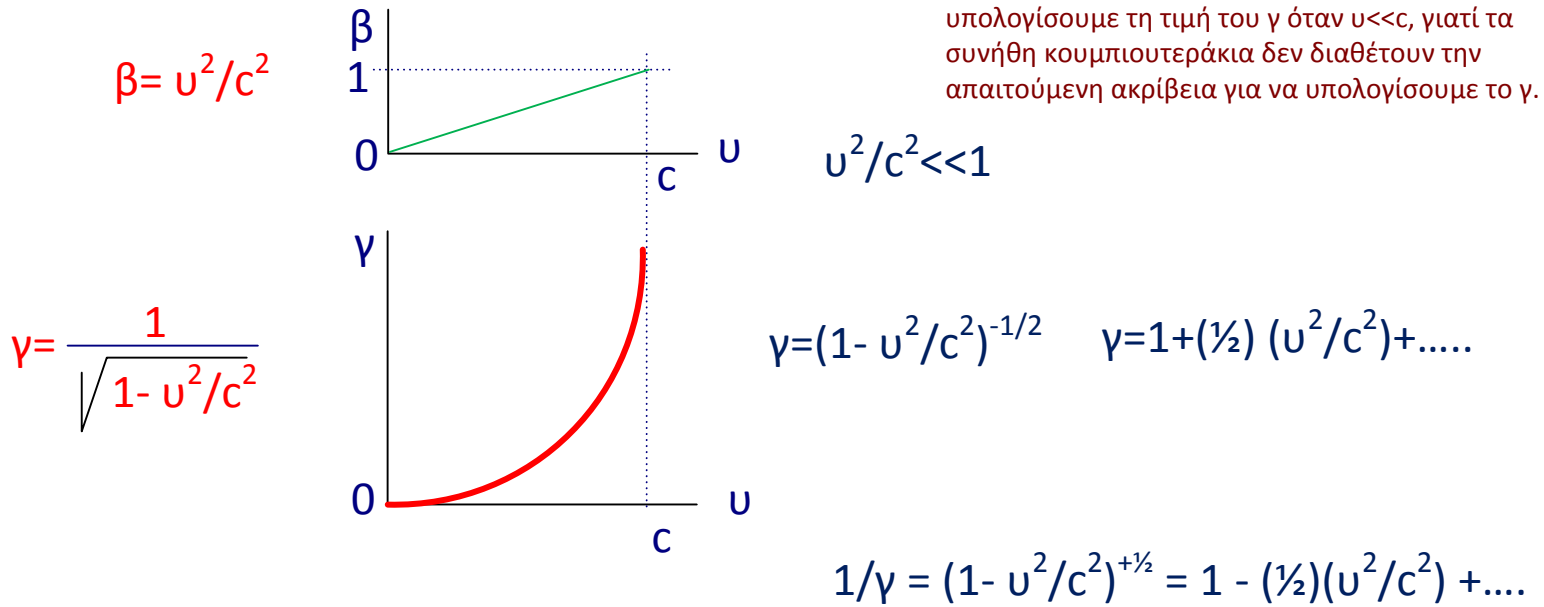


ακίνητος παρατηρητής



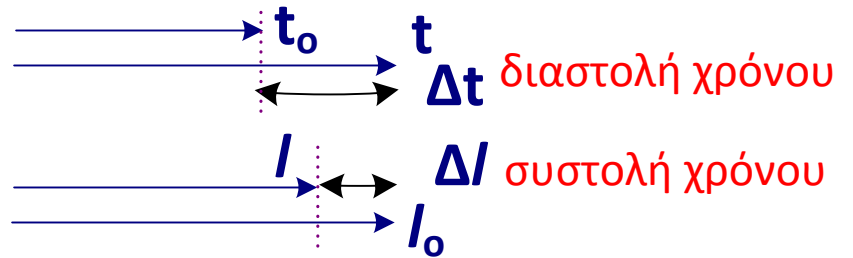
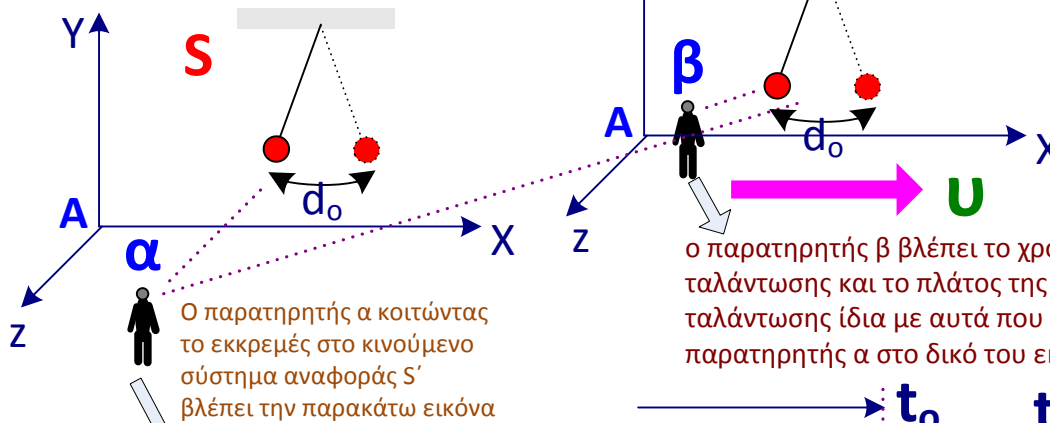
Βλέπει το ακίνητο σύστημα να κινείται ως προς αυτόν και έτσι ενώ το μήκος της ράβδου στο δικό του σύστημα βλέπει να είναι l_0 ενώ αυτή στο κινούμενο σύστημα μικρότερο l

Χρησιμοποιούμε την διονυμική ανάπτυξη για να υπολογίσουμε τη τιμή του γ όταν $u \ll c$, γιατί τα συνήθη κουμπιουτεράκια δεν διαθέτουν την απαιτούμενη ακρίβεια για να υπολογίσουμε το γ .

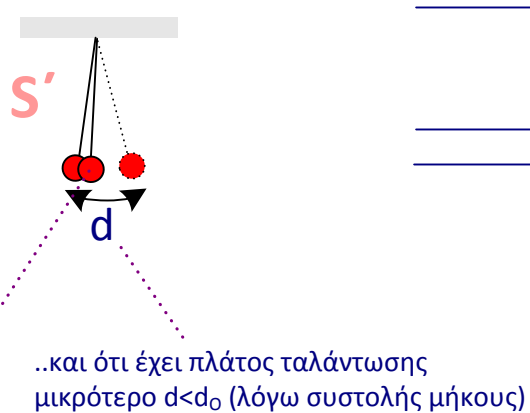


4/διάστατος ΧΩΡΟΧΡΟΝΟΣ

για τον παρατηρητή α στο ακίνητο σύστημα αναφοράς S η ταλάντωση του εκκρεμούς διαρκεί t_0 και έχει πλάτος d_0 .



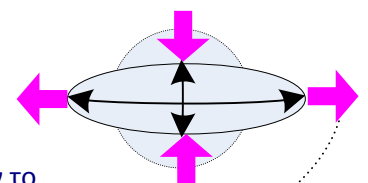
.. βλέπει ότι η ταλάντωση του εκκρεμούς διαρκεί περισσότερο $t > t_0$ (λόγω διαστολής χρόνου), δηλ. όταν το δικό του εκκρεμές ολοκληρώνει την ταλάντωση το άλλο εκκρεμές στο κινούμενο σύστημα δεν έχει ολοκληρώσει την ταλάντωση..



Δηλ. η διαστολή του χρόνου φαίνεται να αντισταθμίζεται με ελάττωση του μήκους.

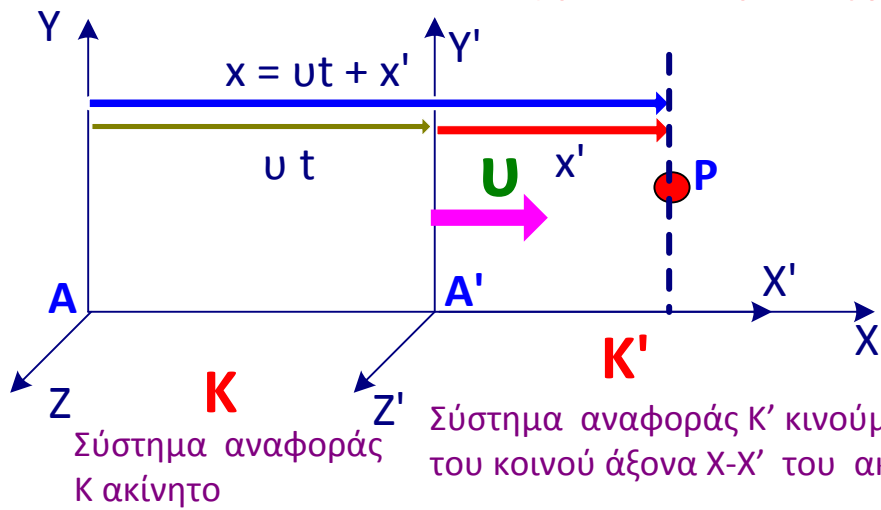
Χρόνος φαίνεται να ανταλλάσσεται με χρόνο.

Ο χρόνος δεν είναι ανεξάρτητος από το χώρο αλλά είναι ενωμένα μαζί σε μία ουσία το 4/διάστατο χωρόχρονο (3διαστάσεις χώρου+1χρόνου)



Ο χωροχρόνος μπορεί να παρομοιάζεται με ένα μπαλόνι το οποίο όταν το συμπιέζεις στη μια διάσταση (συστολή μήκους) διαστέλλεται στην άλλη διάσταση (διαστολή χρόνου)

Μετασχηματισμοί συστημάτων συντεταγμένων με σχετική κίνηση



Συστήματα αναφοράς κινούμενα με σχετική ταχύτητα u

Όταν για $t=0$ τότε το A συμπίπτει με το A'

Ένα σημείο P έχει συντεταγμένες x, y, z στο K και x', y', z' στο K'

τότε το x είναι: $x = ut + x'$ και:

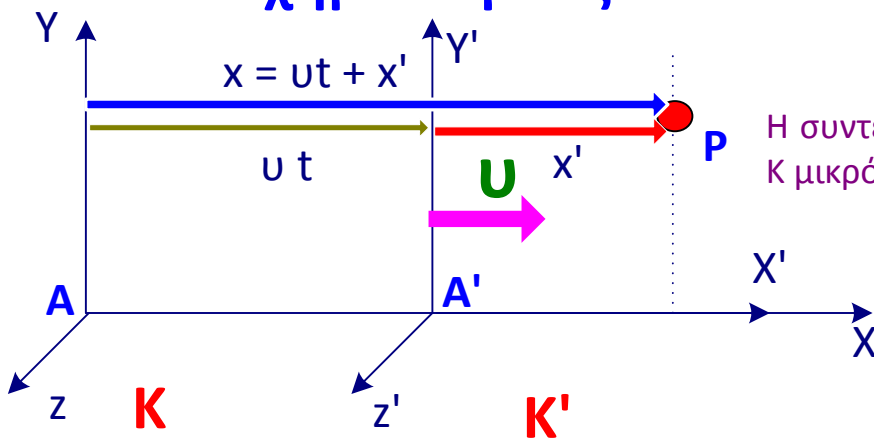
$$x' = x - ut \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = t$$

Μετασχηματισμοί Γαλιλαίου

Όταν η ταχύτητα u δεν είναι πολύ μικρότερη του φωτός c , τότε οι μετασχηματισμοί του Γαλιλαίου αντικαθίστανται από τους

Μετασχηματισμούς Lorentz

σχέσεις (1), (2) και (3)



$$y' = y \quad z' = z \quad (1)$$

Η συντεταγμένη x' φαίνεται στο σύστημα K μικρότερη κατά $1/\gamma = \sqrt{1 - (u^2/c^2)}$

τότε μήκος του $x=AP$ στο σύστημα K είναι:

$$x = ut + x' \sqrt{1 - (u^2/c^2)}$$

Αφού το σύστημα K κινείται

ως προς το K' με $-u$ τότε: $x' = -ut' + x \sqrt{1 - (u^2/c^2)}$

Διαφορίζοντας τις (2), (3)

$$dx' = \gamma(dx - udt)$$

$$dt' = \gamma(dt - udx/c^2)$$

$$u_{x'} = \frac{dx'}{dt'}$$

Η ταχύτητα του P στο K'

$$u_{x'} = \frac{u_x - u}{1 - u_x u/c^2}$$

Με $-u$ γίνεται

$$u_x = \frac{u_{x'} + u}{1 + u_{x'} u/c^2}$$

Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι το σύστημα K κινείται με $-u$ ως προς το K'

Με $-u$ γίνεται

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \quad (2)$$

απαλείφοντας το x'

$$t' = \frac{t - ux/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \quad (3)$$

$$\text{Με } u_{y'} = \frac{dy'}{dt'}$$

Βρίσκω

$$u_{y'} = \frac{u_y}{\gamma(1 - u_x u/c^2)}$$

Με

$$u_{z'} = \frac{dz'}{dt'}$$

Βρίσκω

$$u_{z'} = \frac{u_z}{\gamma(1 - u_x u/c^2)}$$

Πρόσθεση ταχυτήτων

Πύραυλος με ταχύτητα $u=0.60c$ ως προς τη Γη

Εκτοξεύει διαστημόπλοιο με ταχύτητα $u'=0.60c$ ως προς το πύραυλο

Πόση είναι η ταχύτητα u_δ του διαστημοπλοίου ως προς το ΑΣΑ S της Γης?

$u=0.60c$ του πυραύλου ως προς τη Γη δηλ η ταχύτητα του S'

Οι ταχύτητες από τους Μετασχηματισμούς Lorentz

$$u_x = \frac{u_x' + u}{1 + u_x' u / c^2} = u_\delta = 0.88c < c$$

Η ζητούμενη ταχύτητα u_δ του διαστημοπλοίου στο ΑΣΑ S της Γης

Και όχι $u_\delta=1.2c$ από τη πρόσθεση των ταχυτήτων $0.6c+0.6c$ Σύμφωνα με το Γαλιλαϊκό μετασχηματισμό

$$u_x' = \frac{u_x - u}{1 - u_x u / c^2}$$

Η ταχύτητα $u_x' = u' = 0.6c$ του διαστημοπλοίου στο κινούμενο ΑΣΑ S' του πυραύλου

Η ταχύτητα του φωτός είναι ίδια για όλα τα συστήματα αναφοράς

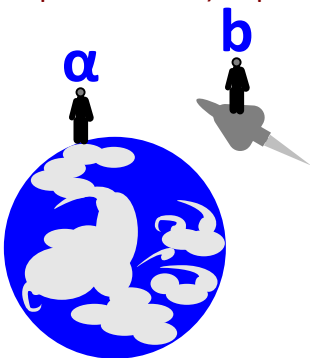
Αν η ταχύτητα του φωτός στο S είναι c , τότε και σε κάθε άλλο κινούμενο σύστημα S' με ταχύτητα u ως προς το S θα είναι πάλι c

Θέτω $u_x=c$ για το S ακίνητο αδρειανιακό σύστημα

$$u_x' = \frac{u_x - u}{1 - u_x u / c^2} = \frac{c - u}{1 - cu / c^2} = \frac{c - u}{c/c^2(c - u)} = c$$

Για ταξιδιώτες σε αεροπλάνα ή διαστημόπλοια τα ρολόγια μένουν πίσω σε σχέση με αυτά που βρίσκονται στη Γη.

Αν ένα αεροπλάνο διανύει απόσταση $L=4800$ Km με ταχύτητα $u=300$ m/s, πόσο χρόνο θα διαρκέσει το ταξίδι για έναν παρατηρητή α στη Γη και για έναν άλλο β στο αεροπλάνο?



Για τον α περνάει χρόνος Δt

$$\Delta t = \frac{L}{u} = \frac{4.80 \times 10^6 \text{ m}}{300 \text{ m/s}} = 1.60 \times 10^4 \text{ s}$$

Για τον β περνάει χρόνος Δt_0

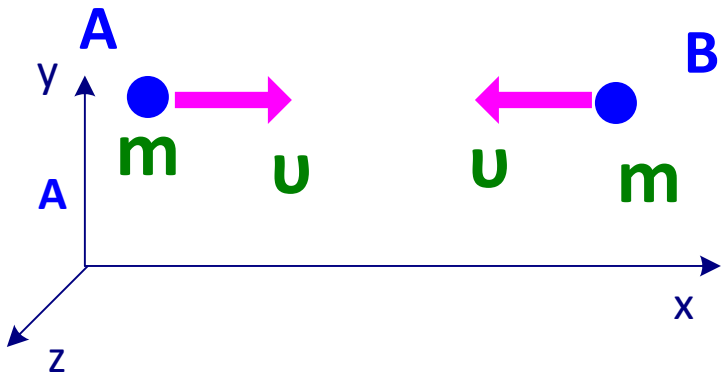
$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$u^2/c^2 = 10^{-12}$

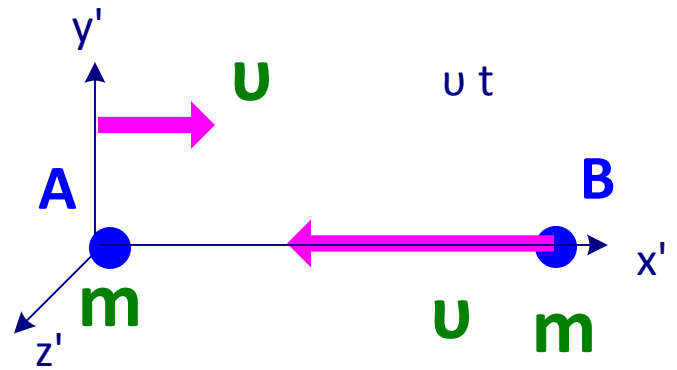
$$\Delta t_0 = \Delta t \sqrt{1 - u^2/c^2} = 1.60 \times 10^4 \text{ s} = (1.60 \times 10^4 \text{ s})(1 - 10^{-12})^{-1/2} = (1.60 \times 10^4 \text{ s})(1 - 0.500 \times 10^{-12})$$

$$\gamma = (1 - u^2/c^2)^{-1/2} \quad \gamma = 1 - (1/2)(u/c)^2 + \dots \quad \Delta t_0 = (1 - 0.5 \times 10^{-12}) \Delta t$$

Σχετικιστική ορμή



Η διατήρηση της ορμής ισχύει στο ακίνητο σύστημα x, y, z .

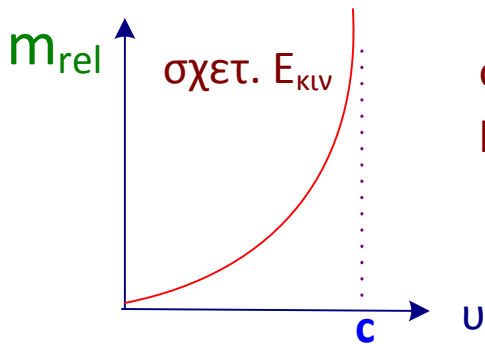


Αν εφαρμόσουμε τους μετασχηματισμούς Lorentz στο κινούμενο σύστημα x', y', z' η ορμή δεν φαίνεται να διατηρείται.

Για να ισχύει η διατήρηση της ορμής και για το κινούμενο σύστημα θα πρέπει η σχετικιστική ορμή κινούμενου σώματος δίνεται από την

$$\mathbf{P} = \frac{m \mathbf{u}}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

Δηλ δεν ισχύει $\mathbf{P} = m \mathbf{u}$



σχετικιστική μάζα

$$m_{rel} = \frac{m}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

μάζα ηρεμίας ή μάζα για $u \ll c$ όπου

$$m_{rel} = m$$

Σχετικιστική γενίκευση του 2ου νόμου του Newton

Για την περίπτωση που η μάζα μπορεί να μην είναι σταθερή

$$F = \frac{dP}{dt} \quad F = \frac{d}{dt} \frac{m u}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$F = \frac{m}{\{1 - u^2/c^2\}^{3/2}} \alpha$$

$$\alpha = \frac{F}{m} \{1 - u^2/c^2\}^{3/2}$$

Δηλ δεν ισχύει $F = m_{rel} a$

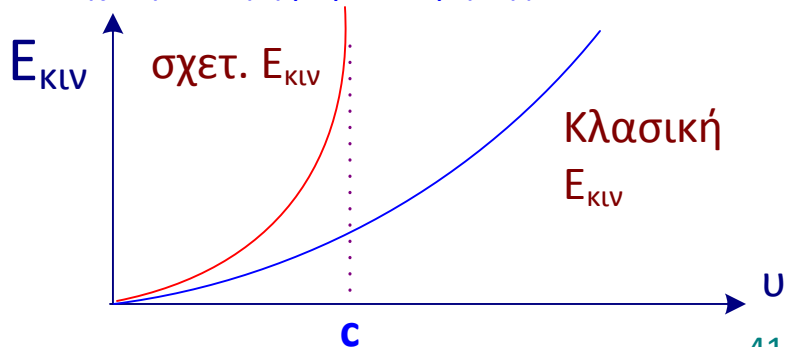
καθώς η u αυξάνει η επιτάχυνση a για δεδομένη F ελαττώνεται

ούτε $E_{κιν} = 1/2 m_{rel} u^2$

Δεν μπορούμε να επιταχύνουμε ένα σώμα σε ταχύτητα ίση ή μεγαλύτερη της c

ολική ενέργεια σώματος

$$E = \frac{m c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$



$$E_{κιν} = E - E_0 = \frac{m c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} - m c^2$$

Γενικευμένος νόμος του Νεύτωνα

$$F = \frac{dP}{dt} = \frac{d(mu)}{dt} = \frac{dm}{dt}u + m \frac{du}{dt} = ma \quad \text{Όταν } dm/dt=0 \text{ } m \text{ σταθερή}$$

Θεώρημα έργου-ενέργειας κλασσική μορφή

$$W = \int_a^b \mathbf{F}_x(x) dx = \int_a^b m \frac{du_x}{dt} dx \quad \frac{du_x}{dt} = \frac{du_x}{dx} \frac{dx}{dt} = \frac{du_x}{dx} u_x$$

$$W = \int_{u_a}^{u_b} m u_x du_x = m \left[\frac{1}{2} u_x^2 \right]_{u_a}^{u_b} = \frac{1}{2} m u_b^2 - \frac{1}{2} m u_a^2$$

άρα

Το έργο δύναμης ισούται με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας

Στη κλασική φυσική ο λόγος της δύναμης προς την επιτάχυνση που προσδίδει σε ένα σώμα είναι σταθερός

$$\frac{F}{a} = m$$

Είναι η σταθερή ποσότητα μάζα δηλ η αδράνεια του σώματος

Όμως η σχετιστική μάζα m_{rel} δεν είναι σταθερή και εξαρτάται από την ταχύτητα που αποκτά το σώμα κατά τη διάρκεια της επιτάχυνσης και επιπλέον δεν ισχύει....

$$\frac{F}{a} \neq m_{rel}$$

Σχετιστικιστική μορφή του θεωρήματος Έργου - Ενέργειας

$$W = \int_a^b \mathbf{F}(x) dx = \int_a^b \frac{dP}{dt} dx$$

$$\frac{dP}{dt} dx = \frac{dP}{du} \frac{du}{dt} dx = \frac{dP}{du} \frac{du}{dx} \frac{dx}{dt} dx = \frac{dP}{du} u du$$

$$\frac{dP}{du} = \frac{d}{du} \frac{m u}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \frac{m}{(1 - u^2/c^2)^{3/2}}$$

Σε κάθε μάζα m αντιστοιχεί ένα τεράστιο ποσό ενέργειας

$$E_0 = m c^2$$

$$W = \int_0^u \frac{dP}{du} u du = \int_0^u \frac{m u}{(1 - u^2/c^2)^{3/2}} du$$

$$W = K = \frac{m c^2}{(1 - u^2/c^2)^{3/2}} - m c^2$$

Έργο δύναμης ισούται με κινητική ενέργεια σώματος

ολική ενέργεια E σώματος

Ενέργεια E_0 σώματος στην ηρεμία $u=0$

ολική ενέργεια σώματος

$$E = \frac{m c^2}{(1 - u^2/c^2)^{3/2}}$$

Ορμή σώματος

$$P = \frac{m u}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

Η Ενέργεια $\Delta m c^2$ εκλύεται κατά τη διάρκεια πυρηνικών αντιδράσεων όπου λαμβάνει χώρα μεταβολή στη μάζα αντιδρώντων προϊόντων ΔM .

Από τις παραπάνω εξισώσεις απαλείφοντας το u

$$\text{προκύπτει } E^2 = p^2 c^2 + (m c^2)^2$$

Όταν το σώμα ηρεμεί $P=0$

Εξασφαλίζει πως υπάρχουν σωμάτια, όπως το φωτόνιο, με μάζα ηρεμίας $m=0$. Αυτά κινούνται με τη ταχύτητα c και έχουν ενέργεια λόγω ορμής $E=Pc$

Ο νόμος της παγκόσμιας έλξης προβλέπει ότι οι δυνάμεις της βαρύτητας μεταξύ των μαζών μεταδίδονται ακαριαία.

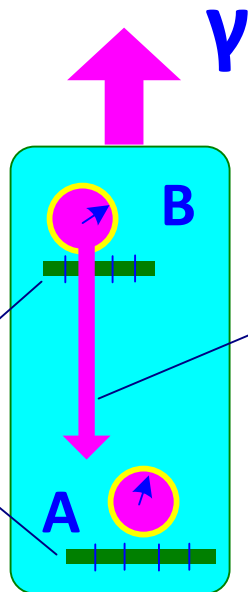
Σύμφωνα με τη σχετικότητα κανένα σήμα ή ενέργεια δεν μπορεί να μεταδοθεί με ταχύτητα μεγαλύτερη της c .

Ο νόμος της παγκόσμιας έλξης πρέπει να τροποποιηθεί για να είναι συμβατός με το νόμο τις αρχές της σχετικότητας

Γενική Θεωρία Σχετικότητας

Θεωρία βαρύτητας

Επιταχυνόμενο σύστημα με επιτάχυνση γ



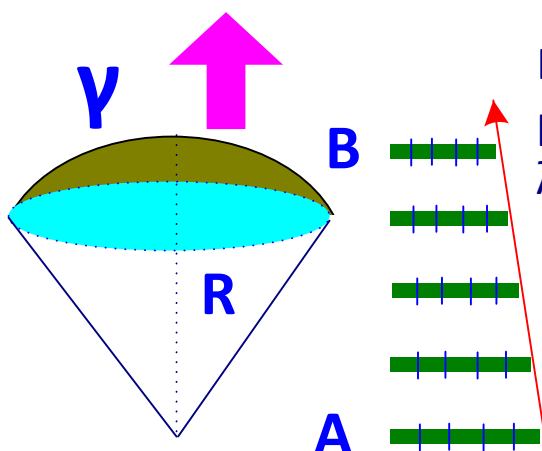
η κλίμακα του μήκους του B φαίνεται στο A να μικραίνει

Παρατηρητής στο A βλέπει το φως από το B στο A να έρχεται σε μικρότερο χρόνο λόγω της επιτάχυνσης

και έτσι βλέπει το ρολόι B να πηγαίνει πιο γρήγορα από το ρολόι στο A

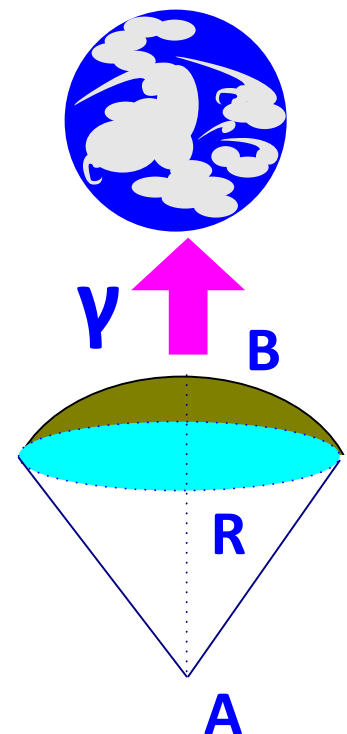
Αφού ο χρόνος στο B πηγαίνει πιο γρήγορα από ότι το ρολόι στο A

και για να διατηρείται η c σταθερή θα πρέπει τα μήκη να αλλάζουν



Η συνεχής συστολή του μήκους από το A στο B λόγω της επιτάχυνσης γ τροποποιεί τη γεωμετρία

γίνεται μη Ευκλείδειος γεωμετρία



εμβαδόν S της επιφάνειας σφαίρας κέντρου A και ακτίνας $R=AB$ είναι $S < 4\pi R^2$

$$\text{ή } R^2 > S/4\pi$$

Λόγω της αρχής της ισοδυναμίας τα φαινόμενα που προκαλεί η επιτάχυνση γ μπορεί να προκαλεί τα ίδια φαινόμενα και το πεδίο βαρύτητας

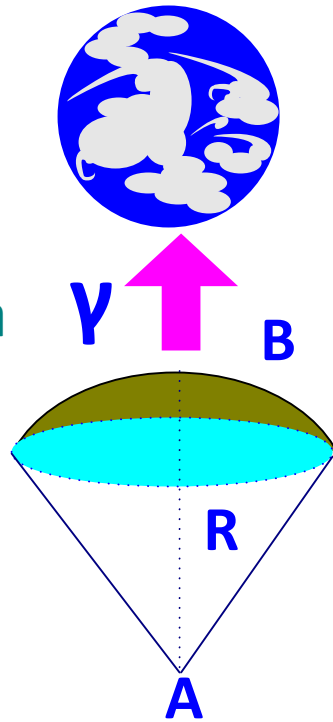
Η μάζα τροποποιεί τη γεωμετρία του χώρου γύρω της

Η επιτάχυνση γ που προκαλεί το πεδίο βαρύτητας τροποποιεί τη γεωμετρία του χώρου

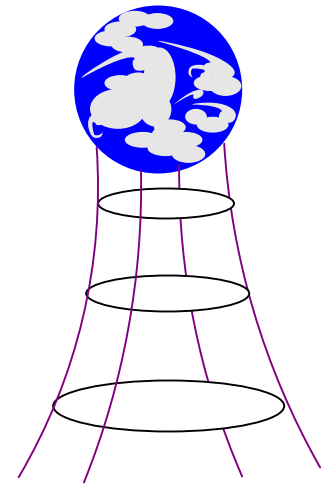
έχουμε $R^2 > S/4\pi$

αποδεικνύεται

$R^2 - S/4\pi = m_{rel}G/(3c^2)$



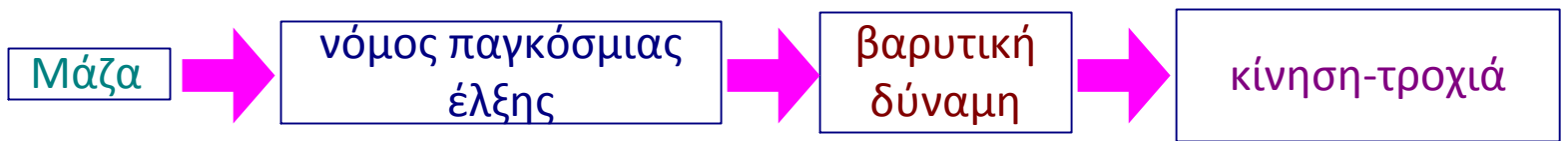
συστολή του μήκους



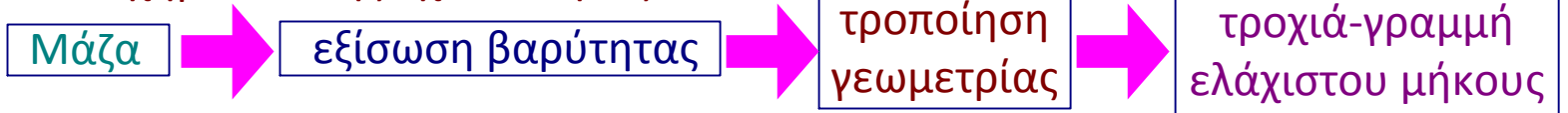
Η τροχιά καθορίζεται από τη γεωμετρία του χώρου

Η τροχιά είναι η γραμμή του ελάχιστου μήκους είναι **καμπύλη** (αντί για ευθεία στην Ευκλείδεια γεωμετρία)

Σχήμα κλασσικής Φυσικής



Σχήμα Γενικής σχετικότητας



Πρώτη πειραματική επιβεβαίωση των προβλέψεων της Γενικής Θεωρίας της Σχετικότητας

φαινομένη θέση Αστέρα... που φαίνεται στον σκοτεινό ουρανό κατά τη διάρκεια μιας έκλειψης ηλίου

πραγματική θέση αστέρα πίσω από τον ήλιο

Η καμπύλη τροχιά ελάχιστου μήκους προς τη Γη που ακολουθεί το αστρικό φως με την εκτροπή του από την βαρύτητα του ήλιου

φαινομένη θέση Αστέρα... ...λόγω βαρυτικής εκτροπής του φωτός από τον ήλιο

πραγματική θέση Αστέρα...

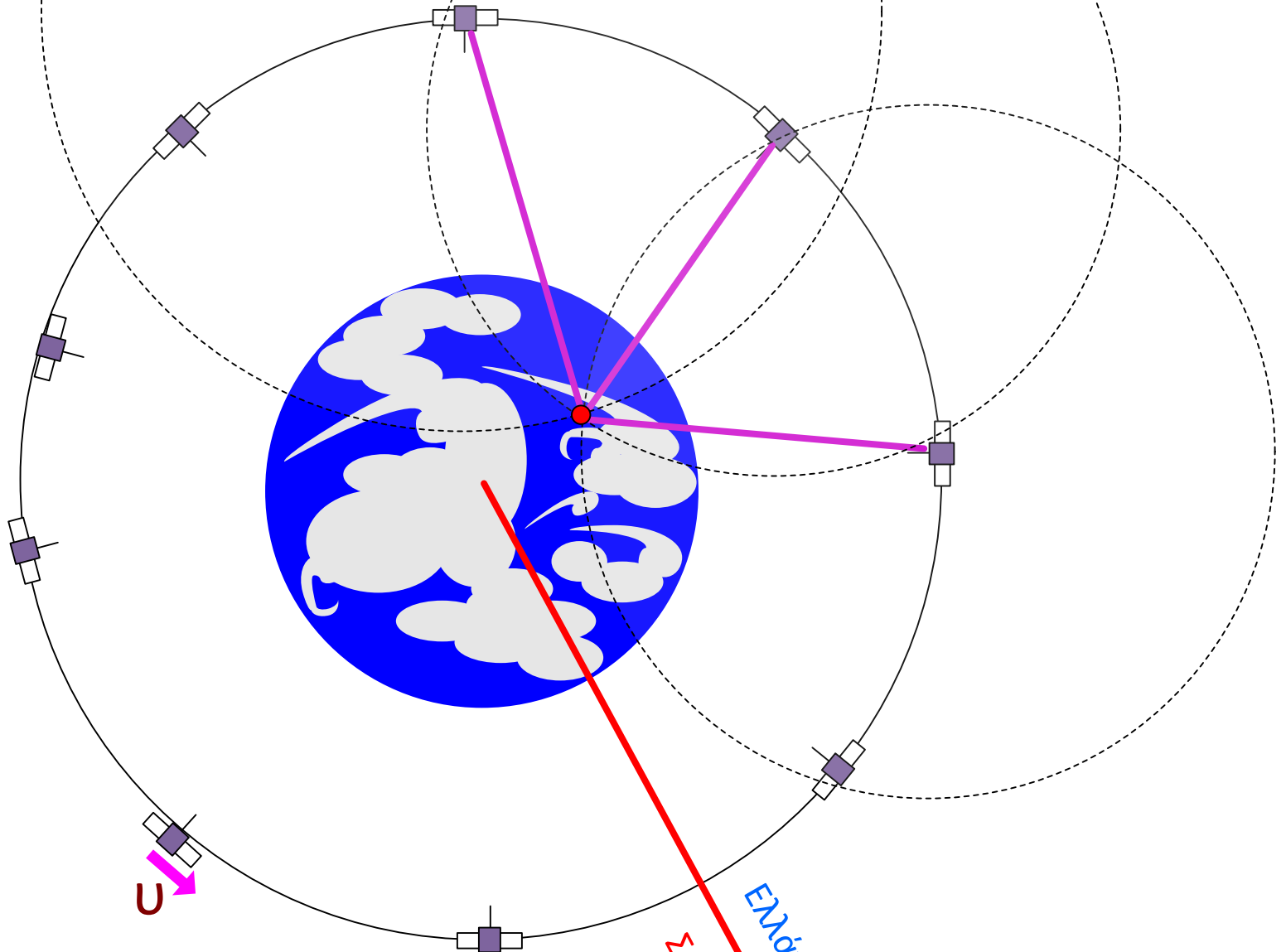
Κατά τη διάρκεια της ολικής έκλειψης ηλίου ο ουρανός...

...γίνεται σκοτεινός με αστέρια όπως την νύχτα

Η Γεωμετρία γύρω από τον ήλιο με την παραμόρφωση του χώρου που προκαλεί η βαρύτητά του.

GPS

Το GPS Βασίζεται σε 36 δορυφόρους που περιστρέφεται γύρω από τη γη σε ύψος περίπου 20 km. Ένα στίγμα (τοποθεσία) βρίσκεται από τη τομή 2 σφαιρικών σημάτων που εκπέμπουν από τουλάχιστον 2 δορυφόρους δίνοντας το γεωγραφικό μήκος και πλάτος, ενώ και η τομή με το σήμα ενός τρίτου δορυφόρου δίνει το ύψος από την επιφάνεια της γης.



Διαστολή του χρόνου $\Delta t_{\gamma} > 0$ λόγω ταχύτητας u περιστροφής του δορυφόρου

Όμως $|\Delta t_{\gamma}| < |\Delta t_{\beta}|$ επομένως ο χρόνος στο δορυφόρο κυλάει πιο γρήγορα από ότι στην επιφάνεια της γης.

Ελάττωση βαρυτικού πεδίου
Συστολή του χρόνου (δηλ. κυλάει πιο γρήγορα από ότι στη γη) Δt_{β} ελαττώνεται

Ερωτήσεις στη θεωρία της σχετικότητας

1. Τι είναι αδρανειακό σύστημα αναφοράς
2. Τι θεωρούσαν πως ήταν ο αιθέρας.
3. Περιγράψτε τη πειραματική διάταξη του συμβολόμετρου του Michelson.
4. Τι προσπάθησαν αρχικά να βρουν με το συμβολόμετρο του Michelson.
5. Όταν εκτέλεσαν το πείραμα με το συμβολόμετρο του Michelson περιγράψτε τι παρατήρησαν (σχετικά με τη συμβολή του φωτός).
6. Σε ποιο συμπέρασμα κατέληξε το πείραμα του συμβολόμετρου του Michelson.
7. Περιγράψτε το ιδεατό πείραμα με το οποίο συμπεραίνεται η διαστολή-συστολή του χρόνου.
8. Σε ένα κινούμενο σύστημα αναφοράς πως περνάει ο χρόνος σε σχέση με το σύστημα αναφοράς που είναι ακίνητο και πως περνάει ο χρόνος στο ακίνητο σύστημα αναφοράς σε σχέση με το σύστημα αναφοράς που κινείται.
9. Περιγράψτε το ιδεατό πείραμα με το οποίο συμπεραίνεται η συστολή του μήκους σε κινούμενο σύστημα αναφοράς.
10. Πως ένας ακίνητος παρατηρητής βλέπει ένα δεδομένο μήκος ενός κινούμενου παρατηρητή και πως ο κινούμενος παρατηρητής βλέπει το αντίστοιχο μήκος κινούμενου παρατηρητή.
11. Περιγράψτε το παράδοξο των διδύμων, που είναι το παράδοξο.
12. Εξηγείστε τι περιγράφει οι μετασχηματισμοί του Lorentz.
13. Γιατί μεταβάλλεται η αδρανειακή μάζα ενός κινούμενου σώματος.
14. Να βρεθεί η ορμή ενός κινούμενου σώματος.
15. Σε ένα σώμα που ασκείται σταθερή δύναμη να βρεθεί η επιτάχυνσή του.
16. Ποιο ρολόι πάει πιο γρήγορα αυτό που είναι στο ισημερινό ή αυτό που είναι στους πόλους.
17. Ποιο ρολόι πάει πιο γρήγορα αυτό που ταξιδεύει στον ισημερινό προς ανατολάς ή αυτό που ταξιδεύει (στον ισημερινό) προς δυσμάς.
18. Ποιο ρολόι πηγαίνει πιο γρήγορα και γιατί, αυτό που βρίσκεται στην επιφάνεια της γης (π.χ. στον Ισημερινό) σε σχέση με ένα άλλο ρολόι που βρίσκεται σε ένα δορυφόρο που περιστρέφεται γύρω από τη γη.
19. Τι είναι αυτό που κατά τη γενική θεωρία της σχετικότητας προκαλεί τη βαρυτική έλξη των σωμάτων μεταξύ τους και πως επιβεβαιώθηκε αυτή η εξήγηση πειραματικά για πρώτη φορά.