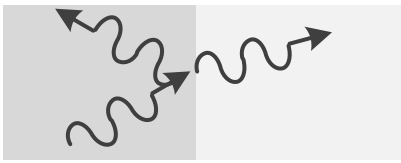


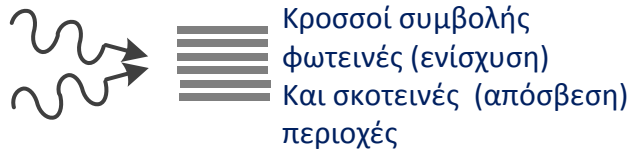
# ΚΒΑΝΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΤΟΥ ΦΩΤΟΣ

Όπως και το φως, έτσι και τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα υπόκεινται σε ανάκλαση, διάθλαση, συμβολή και πόλωση που εξηγούνται ποσοτικά με βάση τις εξισώσεις του Maxwell.

Ανάκλαση Διάθλαση



Συμβολή



Μήπως το φως είναι κι αυτό ηλεκτρομαγνητικό κύμα?

Ο Hertz απέδειξε πως το φως και τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα είναι ισοδύναμα.

Υπάρχουν φαινόμενα όπως

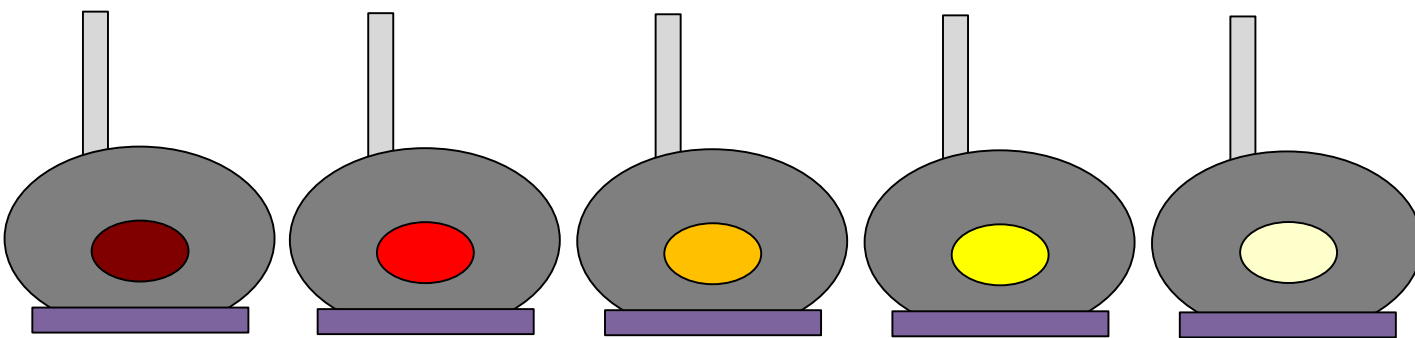
Η εκπομπή μέλανος σώματος  
Το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο

που δεν μπορούν να  
εξηγηθούν μόνο με τη  
θεώρηση πως το φως  
είναι κύμα

## Το φως είναι κύμα ή/και σωματίο ;

### Η εκπομπή μέλανος σώματος

Πρατηρήθηκε πως σε φούρνους κατασκευής πορσελάνης και γυαλιού διαφορετικά αντικείμενα μέσα στο φούρνο γίνονται κόκκινα (ερυθροπυρώνονται) στην ίδια πάντα θερμοκρασία. Ακολουθώντας όταν αυξάνεται η θερμοκρασία  $T$  γίνονται διαδοχικά πορτακαλί και κατόπιν κιτρινωπά και λευκόχρωμα. Αυτό παρατηρείται αναξάρτητα από τη χημική σύσταση των αντικειμένων που ζεσταίνονται.



Ανάλογο φαινόμενο παρατηρείται σε φλόγα που αυξάνεται η θερμοκρασία της



Έτσι παρατηρώντας κάποιος το χρώμα του αντικειμένου μπορούμε να συμπεράνουμε τη θερμοκρασία του, εδώ στηρίζεται η αρχή λειτουργίας του πυρομέτρου.



700

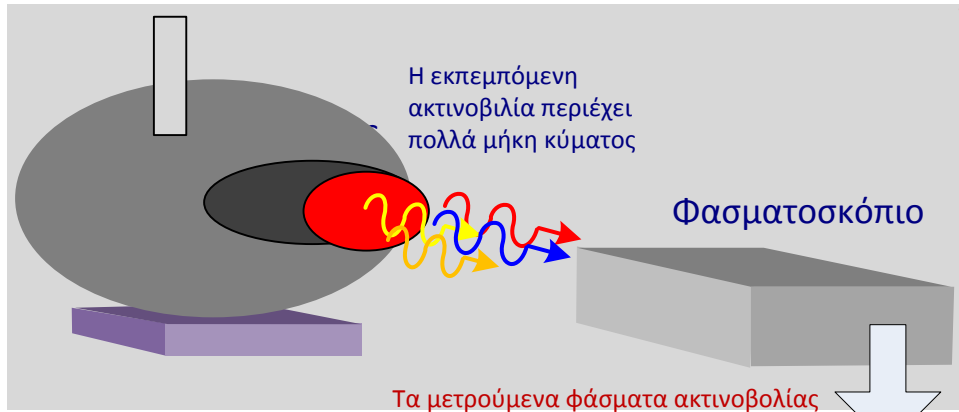
600

500

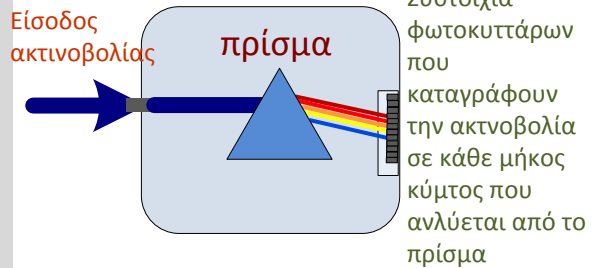
400 nm

Η διαδοχή των χρωμάτων που παρατηρείται με την αύξηση της  $T$  ακολουθεί τη σειρά του φάσματος της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας από μεγαλύτερα σε μικρότερα μήκη κύματος  $\lambda$  ή από μικρότερες σε μεγαλύτερες συχνότητες  $\omega=2\pi\nu$ .

Με φασματοσκόπιο καταγράφεται η ένταση της ακτινοβολίας συναρτήσει του μήκους κύματος,  $\lambda$ , που εκπέμπεται από το φούρνο σε διαφορετικές σταθερές θερμοκρασίες  $T$ .



Το φασματοσκόπιο ξεχωρίζει τα μήκη κύματος και καταγράφει την ένταση της ακτινοβολίας  $I(\lambda)$  για κάθε μήκος κύματος  $\lambda$  σε μια στενή περιοχή  $\Delta\lambda$  ( $\lambda, \lambda + \Delta\lambda$ )



Κάθε φωτοκύτταρο καταγράφει την ένταση της ακτινοβολίας  $J$  σε ένα εύρος συχνοτήτων  $\Delta\nu$  δηλ από  $\nu$  έως  $\nu + \Delta\nu$

Η εκπεμπόμενη ακτινοβολία εκφράζεται με την ενέργεια ( $J$ ) που εκπέμπεται ανά μονάδα χρόνου στη περιοχή συχνοτήτων από  $\nu$  έως  $\nu + \Delta\nu$  ανά μονάδα ( $S$ ) επιφάνειας δηλ.

$$\Delta E = J/S$$

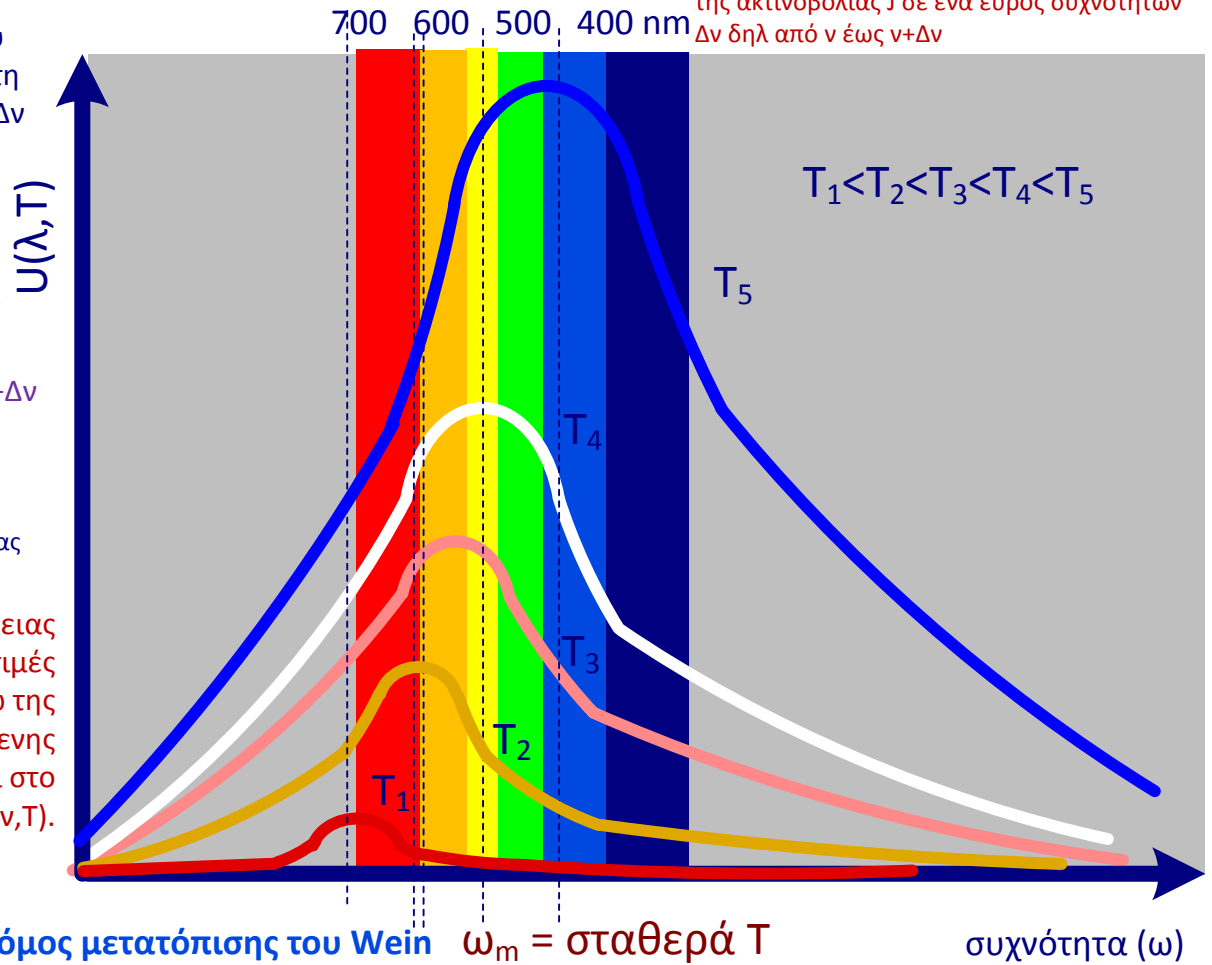
Φασματική πυκνότητα

$\Delta E$  η εκπεμπόμενη ενέργεια από  $\nu$  έως  $\nu + \Delta\nu$

$$u(\nu, T) = \frac{\Delta E}{V \Delta\nu}$$

$V$  ο όγκος της κοιλότητας

Το μέγιστο της εκπεμπόμενης ενέργειας μετατοπίζεται προς μεγαλύτερες τιμές  $u$  με την αύξηση της  $T$  λόγω της αύξησης της ολικής εκπεμπόμενης ενέργειας  $\Delta E$  που αντιστοιχεί στο ολοκλήρωμα της  $u(\nu, T)$ .



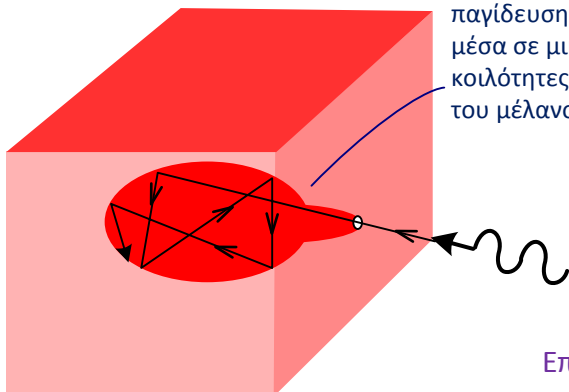
Παρατηρούμε πως σύμφωνα με το νόμο μετατόπισης Wein, με την αύξηση της θερμοκρασίας  $T$ , το μέγιστο της ακτινοβολίας  $u(\lambda, T)$  μετατοπίζεται σε διαφορετική συχνότητα  $\omega_m$  δηλ σε διαφορετικό μήκος κύματος και χρώμα του ορατού φάσματος εξηγώντας το κάθε χρώμα που βλέπουμε στο εσωτερικού του φούρνου όταν αλλάζει η θερμοκρασία.

## Μέλαν σώμα

Το ιδανικό υλικό που απορροφά ολόκληρο το ποσοστό της προσπίπτουσας ακτινοβολίας με αποτέλεσμα να φαίνεται μέλαν. Απορρόφηση  $\alpha=1$

### Η απορρόφηση ακτινοβολίας

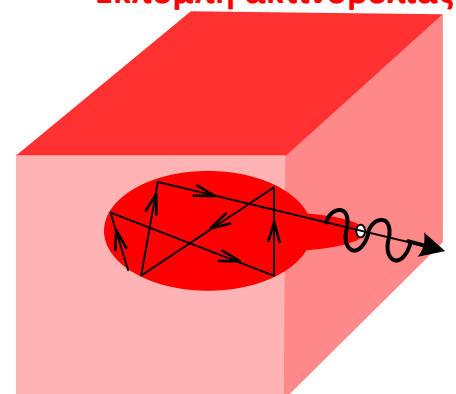
...εξασφαλίζεται από την παγίδευση της ακτινοβολίας μέσα σε μικροσκοπικές κοιλότητες στην επιφάνεια του μέλανος σώματος



Επιφάνεια μέλανος σώματος με τις μικροσκοπικές κοιλότητες παγίδευσης φωτός

Παράλληλα το μέλαν σώμα θερμαινόμενο αντιστρέφοντας την πορεία της απορροφούμενης ακτινοβολίας είναι ιδανικός εκπομπός ακτινοβολίας, η οποία μετά από πολλές ανακλάσεις με τα τατοιχώματα της κοιλότητας εκπέμπεται από το άνοιγμά της (όπως στο φούρνο).

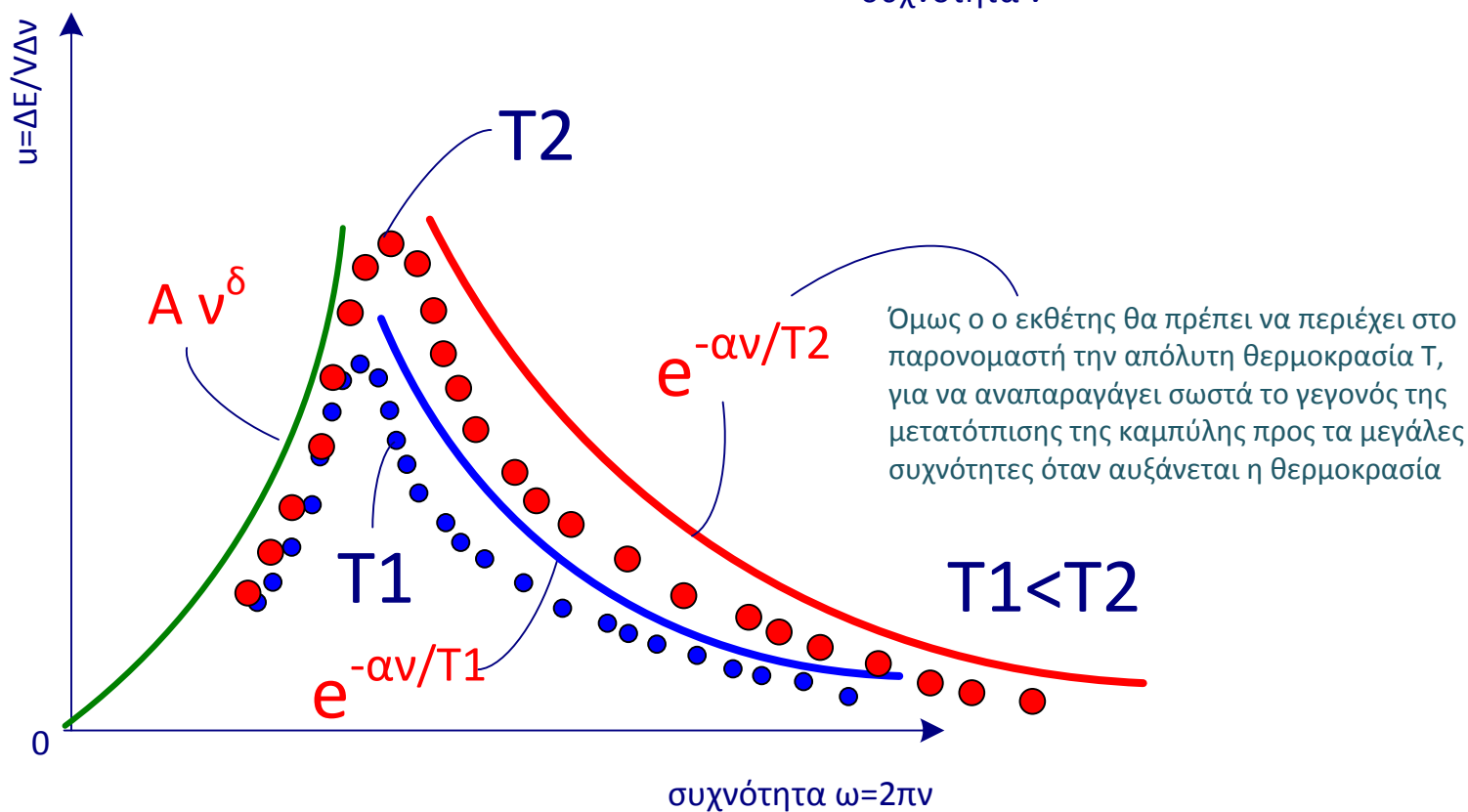
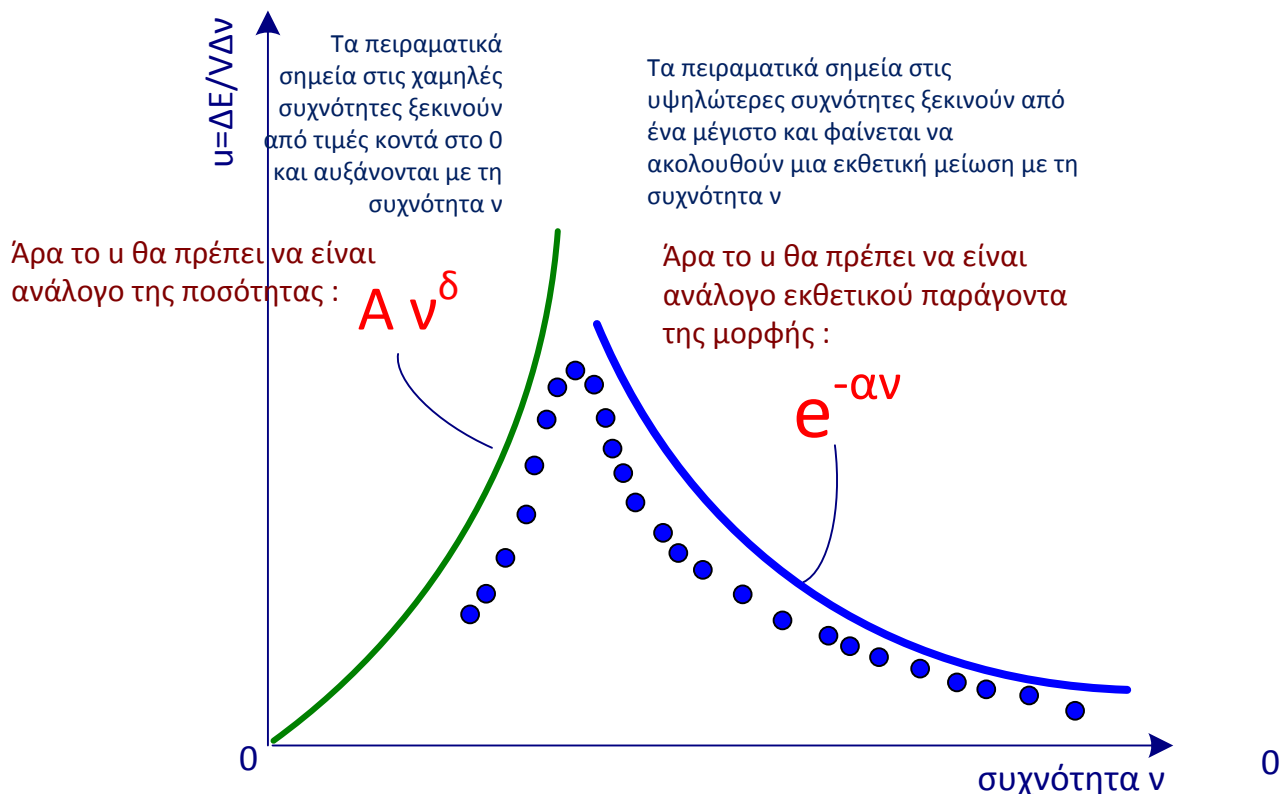
### Εκπομπή ακτινοβολίας



Το γεγονός ότι τα φάσματα που εκπέμπουν όλα τα σώματα είναι ίδια, ανεξάρτητα της χημικής σύστασής τους, κίνησε το ενδιαφέρον για να ερμηνευθεί.

## Βρέθηκαν διάφοροι εμπειρικοί νόμοι που διέπουν τη ακτινοβολία μέλανος σώματος

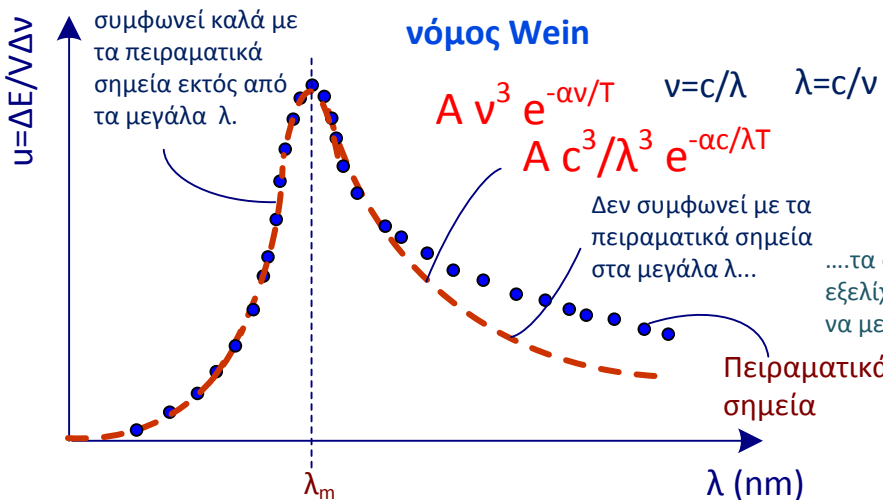
Μια πρώτη προσπάθεια έκανε ο Wein Πατηρώντας τα πειραματικά σημεία συμπέρανε πως.....



Με τη κατάλληλη προσαρμογή των δεδομένων βρέθηκε ότι  $\delta=3$

**Νόμος Wein**  $u(\nu, T) = A \nu^3 e^{-\alpha\nu/T}$   $A, \alpha$  εμπειρικές σταθερές ανεξάρτητες του υλικού

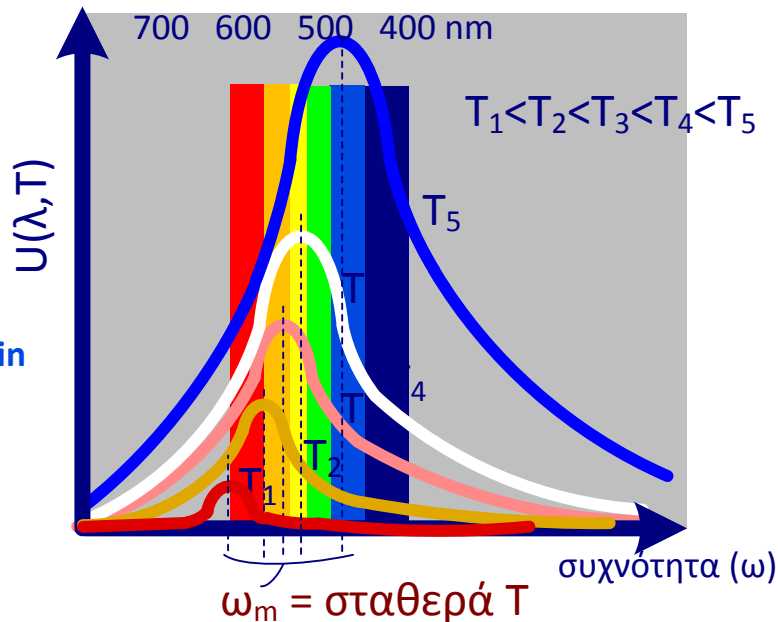
Συμφωνεί με τα πειραματικά σημεία εκτός από τα μεγάλα μήκη κύματος



...τα οποία προστέθηκαν αργότερα αφού εξελίχθηκαν καλύτερα οι πειραματικές συσκευές να μετρούν στο υπέρυθρο (μεγάλα  $\lambda$ )

**Νόμος μετατόπισης του Wein**

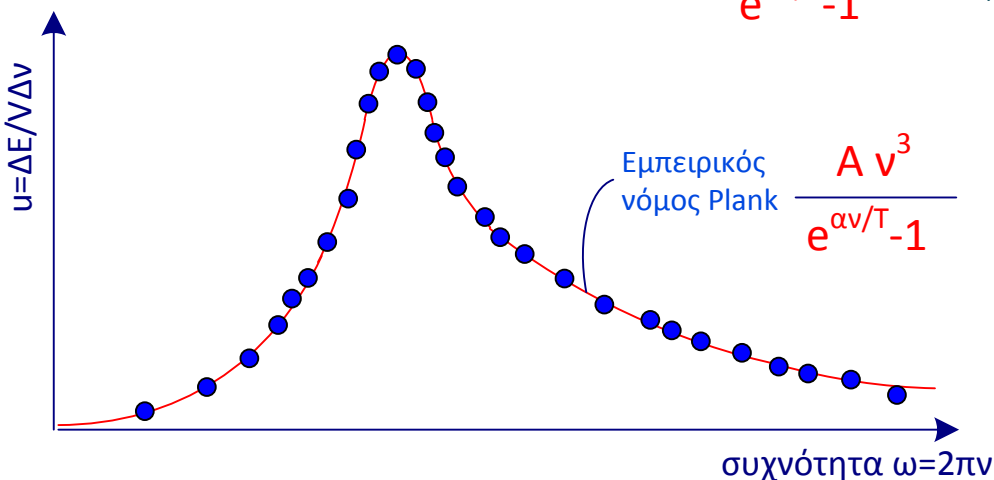
$\omega_m = \text{σταθερά } T$



περιγράφει την μετατόπιση του μεγίστου της ακτινοβολίας προς στις μεγάλες συχνότητες με την αύξηση της θερμοκρασίας  $T$  (αλλαγή χρώματος εκπεμπόμενης θερμοκρασίας).

**Εμπειρικός νόμος Plank**

$u(\nu, T) = \frac{A \nu^3}{e^{\alpha\nu/T} - 1}$   $A, \alpha$  είναι οι εμπειρικές σταθερές του νόμου Wein



Συμφωνεί με τα πειραματικά σημεία σε όλες τις συχνότητες

**Εμπειρικός νόμος Stefan-Boltzmann**

$\Delta E = \alpha \sigma T^4$

$\sigma$  η σταθερά Stefan-Boltzmann

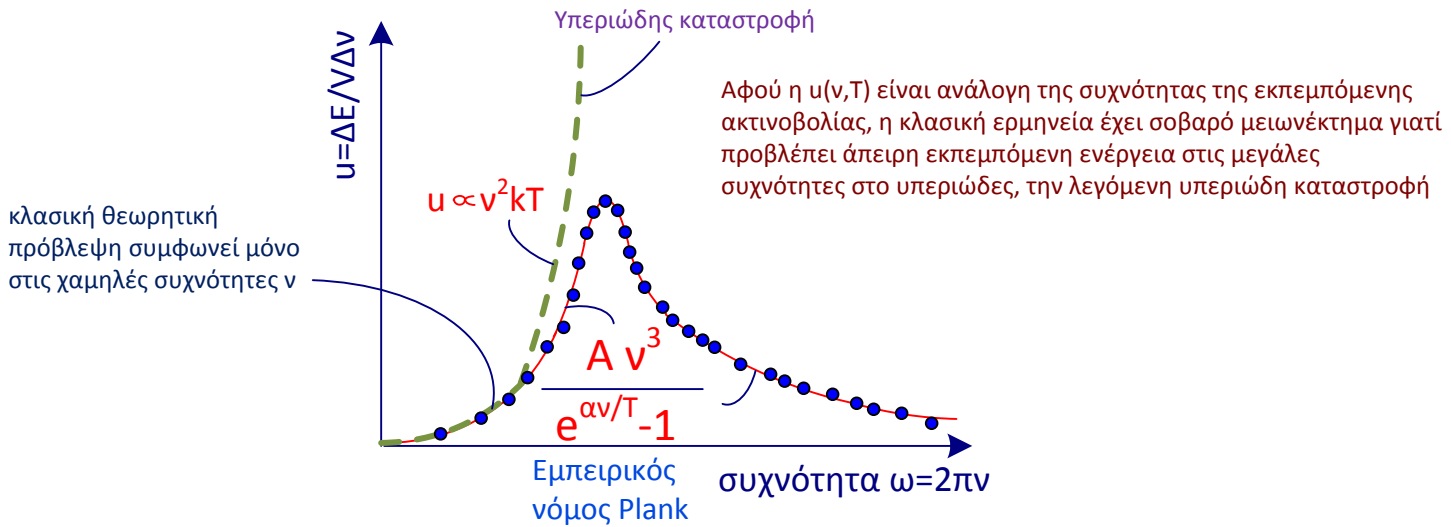
περιγράφει την συνολική ενέργεια που εκπέμπεται από ένα σώμα σε θερμοκρασία  $T$  σε όλες τις συχνότητες. Όπου  $\alpha=1$  και  $\alpha<1$  για ιδανικό (μέλαν σώμα) και μη ιδανικό εκπομπό ακτινοβολίας, αντίστοιχα.

# Κλασική ερμηνεία της ακτινοβολίας του μέλανος σώματος

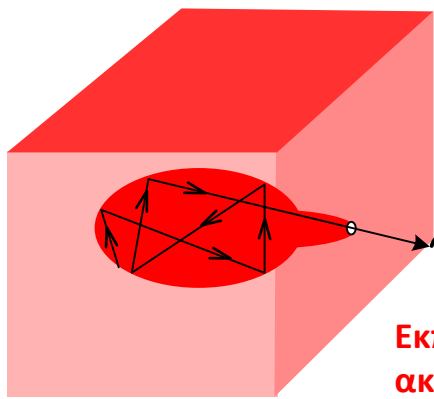
Η πρώτη προσπάθεια να ερμηνευτούν τα πειραματικά αποτελέσματα με τη κλασική Φυσική είναι ο :

**Νόμος Rayleigh-Jeans**  $u(\nu, T) = 8\pi\nu^2/c^3 kT$

Συμφωνεί μόνο με τα πειραματικά σημεία στις μικρές συχνότητες



## Πως εξάγεται ο Νόμος Rayleigh-Jeans



Ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα μέσα στη κοιλότητα αποτελείται από στάσιμα κύματα με ορισμένες συχνότητες που καθορίζονται από τις εξισώσεις του Maxwell

Η ενέργεια που εκπέμπεται από ν έως ν+Δν

..τον αριθμό των στάσιμων κυμάτων στις παραπάνω συχνότητες..

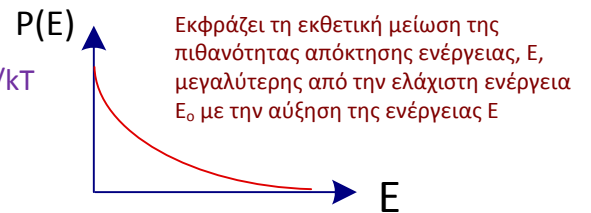
..επί την μέση ενέργεια ανά στάσιμο κύμα

$$\frac{\Delta E}{V \Delta \nu} = u(\nu, T) = N(\nu) \bar{E}$$

Ισούται με

Η πιθανότητα ένα στάσιμο κύμα να έχει ενέργεια μεγαλύτερη από μια ελάχιστη ενέργεια  $E_0$  μειώνεται εκθετικά σύμφωνα με τον εκθετικό όρο Boltzmann :

$$P(E) = P_0 e^{-(E-E_0)/kT}$$



Άθροισμα όλων των ενεργειών των στασίμων κυμάτων επί την πιθανότητα της κάθε ενέργειας

Αντί για αθροίσματα έχουμε ολοκληρώματα γιατί η ενέργειες ενός ταλαντωτή μπορεί να πάρει οποιαδήποτε ενέργεια από 0 έως άπειρο

Αποδεικνύεται ότι ο αριθμός των στάσιμων κυμάτων στην κοιλότητα μπορεί να είναι άπειρος γιατί:

$$\bar{E} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} E P(E)}{\sum_{n=0}^{\infty} P(E)}$$

Μέση ενέργεια ανά στάσιμο κύμα

$$\bar{E} = \frac{\int_0^{\infty} E e^{-(E-E_0)/kT} dE}{\int_0^{\infty} e^{-(E-E_0)/kT} dE} = kT$$

Παράγοντας κανονικοποίησης για την περίπτωση που οι πιθανότητες δεν έχουν άθροισμα 1

Ο αριθμός των στάσιμων κυμάτων στις παραπάνω συχνότητες δίδεται από τη σχέση :

$$N(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \quad u(\nu, T) = N(\nu) \bar{E} \quad u(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT$$

Αντικαθιστώντας

Ο οποίος προβλέπει άπειρη εκπεμπόμενη ενέργεια στις μεγάλες συχνότητες ν στο υπεριώδες (υπεριώδης καταστροφή)

Επομένως χρειάζεται άλλη προσέγγιση η ακριβής ερμηνεία της πειραματικής  $u(\nu, T)$

Ανάλογος του  $\nu^2$

# Συσχέτιση του εμπειρικού νόμου του Planck με τους υπόλοιπους νόμους

## Συσχέτιση με το Νόμο Rayleigh-Jeans

Ο εμπειρικός νόμος Planck

$$u(\nu, T) = \frac{A \nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

Στις χαμηλές συχνότητες  
Παίρνει τη μορφή

$$u(\nu, T) = (A/h) \nu^2 T$$

Αυτό γιατί με  $h\nu/kT \ll 1$

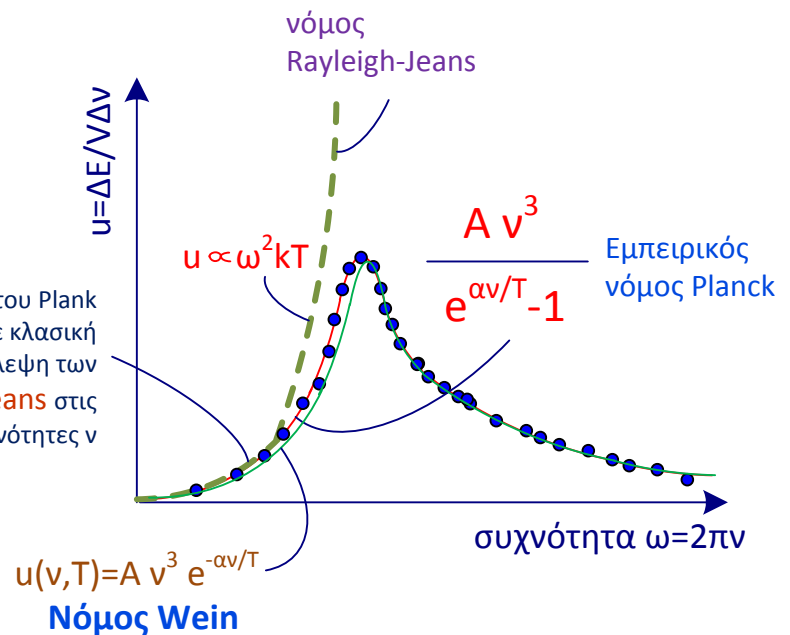
$$\frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \cong \frac{1}{1 + h\nu/kT + \dots - 1} \cong T/h\nu$$

Ο νόμος Planck συμφωνεί με το νόμο των Rayleigh-Jeans που είναι σωστός στις χαμηλές ν

Επομένως  $u(\nu, T) = (A/h) \nu^2 T = 8\pi\nu^2/c^3 kT$

άρα  $A = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kA$

ο εμπειρικός τύπος του Planck συμφωνεί με κλασική θεωρητική πρόβλεψη των Rayleigh-Jeans στις χαμηλές συχνότητες ν



## Συσχέτιση με το Νόμο του Wein

Ο εμπειρικός νόμος Planck

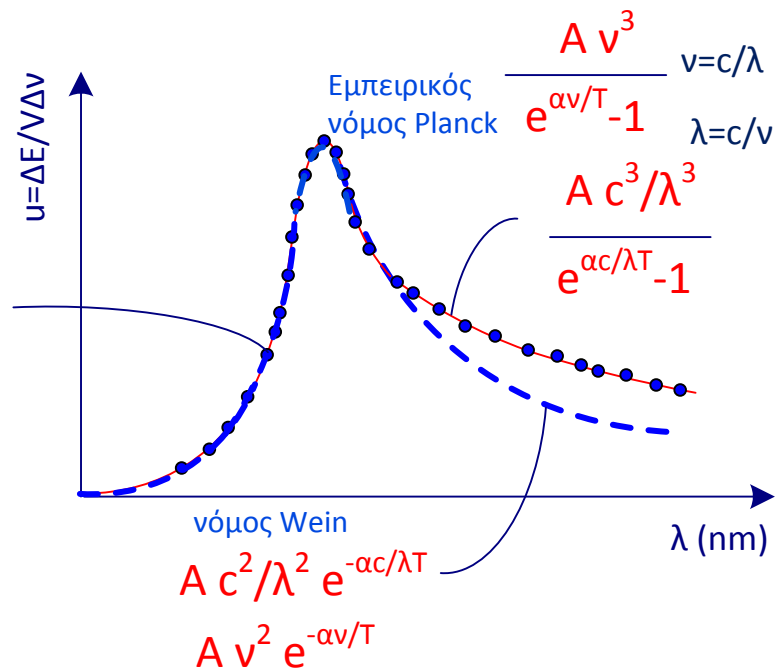
$$u(\nu, T) = \frac{A \nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

Στις υψηλές συχνότητες  
 $h\nu/kT \gg 1$

Παίρνει τη μορφή  $u(\nu, T) = A \nu^3 e^{-h\nu/kT}$  και έτσι συμφωνεί με το νόμο του Wein

γιατί  $\frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \cong e^{-h\nu/kT}$

$$u(\nu, T) = A \nu^3 e^{-h\nu/kT}$$



## Εισαγωγή της σταθεράς h του Planck

$$u(\nu, T) = \frac{A \nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

Ο εκθέτης  $h\nu/kT$  στο  $e^{h\nu/kT}$

Πρέπει να είναι καθαρός αριθμός

έτσι ο Planck έθεσε

$$\alpha = \frac{h}{k}$$

Εδώ εισάγεται η σταθερά h που ονομάστηκε σταθερά του Planck

Η σταθερά k είναι η σταθερά Boltzmann

$$k = 1.380 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$$

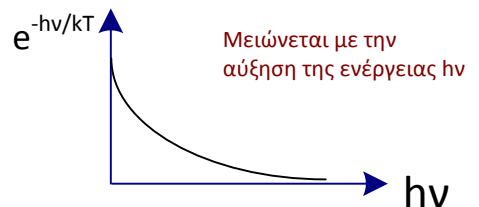
το  $h\nu$  πρέπει να είναι ενέργεια

και η h έχει μονάδες ενέργεια επί χρόνος

$$h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$$

και  $kT$  είναι (η θερμική) ενέργεια Boltzmann

Και επομένως  $e^{-h\nu/kT} = e^{-h\nu/kT}$



θέτοντας  $A = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kA$  και  $\alpha = \frac{h}{k}$

Ο εμπειρικός νόμος Planck γίνεται

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

**ΚΑΤΑΝΟΜΗ PLANCK**

# Πως ο Planck έλυσε το πρόβλημα της ακτινοβολίας του μέλανος σώματος και κατέληξε στη κβάντωση των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων

Την ερμηνεία της ακτινοβολίας του μέλανος σώματος έδωσε ο Planck, ο οποίος με παρόμοιους συλλογισμούς με αυτούς των Rayleigh-Jeans κατέληξε στην ίδια έκφραση για την  $N(\nu)$  και σε διαφορετική έκφραση της μέσης ενέργειας των στασίμων κυμάτων στην κοιλότητα του μέλανος σώματος.

Μετά τη συσχέτιση του εμπειρικού νόμου του Planck με αυτό των Rayleigh-Jeans αυτός παίρνει τη μορφή

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad \text{ΚΑΤΑΝΟΜΗ PLANCK}$$

ο αριθμός των στασίμων κυμάτων στην κοιλότητα  $N(\nu)$   $\bar{E}$  Μέση ενέργεια ανά στάσιμο κύμα

Παρατηρείται πως το πρώτο κλάσμα της κατανομής Planck συμπίπτει με τον αριθμό των στασίμων κυμάτων που απέδειξαν οι Rayleigh-Jeans

$$N(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}$$

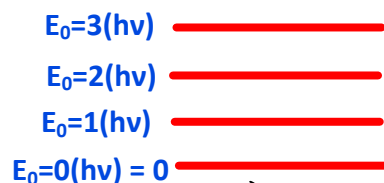
Έτσι ο δεύτερος όρος της κατανομής Planck θα πρέπει να φανερώνει τη μέση ενέργεια των στασίμων κυμάτων

$$u(\nu, T) = N(\nu) \bar{E}$$

Επομένως ο Planck έπρεπε να αποδείξει πως η Μέση ενέργεια ανά στάσιμο κύμα πρέπει να είναι

$$\bar{E} = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

Και όχι  $\bar{E} = kT$  Που έβγαλαν οι Rayleigh-Jeans και οδήγησε στην υπεριώδη καταστροφή



Ο όρος

$$\frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \text{ γράφεται } \frac{e^{-h\nu/kT}}{1 - e^{-h\nu/kT}} \text{ Όπου το κλάσμα } \frac{1}{1 - e^{-h\nu/kT}} \approx \sum_{n=0}^{\infty} e^{-n(h\nu)/kT} \text{ Όπου ο κάθε όρος Boltzmann } e^{-n(h\nu)/kT}$$

Αντιστοιχεί σε ενέργειες  $E_n = n(h\nu) = n \epsilon_0$

Εκφράζεται με το άθροισμα εκθετικών όρων Boltzmann

που είναι ακέραια πολλαπλάσια της ενέργειας  $\epsilon = h\nu$

Έτσι ο Planck έπρεπε να δεχθεί το παράξενο τότε συμπέρασμα ότι η ενέργεια των ταλαντωτών που εκπέμπουν την ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία **δεδομένης συχνότητας  $\nu$**  από τα λεγόμενα αντιχεία (όπως τα ονόμασε ο Planck) στα τοιχώματα του μέλανος σώματος είναι **ακέραια πολλαπλάσια της ποσότητας  $\epsilon = h\nu$**  (η οποία αργότερα αποδόθηκε στην ενέργεια φωτονίων συχνότητας  $\nu$ ) και **είναι κβαντισμένη** και όχι συνεχής όπως ήταν η κλασική άποψη.

Αφού

$$\bar{E} = \frac{\sum (\text{ενέργεια} \times \text{Πιθανότητα})}{\sum (\text{Πιθανότητες})}$$

Όπως βγάλαμε προηγουμένως

Επομένως η μέση ενέργεια έπρεπε να είναι

$$\bar{E} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n(h\nu) P_0 e^{-n(h\nu)/kT}}{\sum_{n=0}^{\infty} P_0 e^{-n(h\nu)/kT}} \approx (1 - e^{-h\nu/kT}) (h\nu) \sum_{n=0}^{\infty} n e^{-n(h\nu)/kT} \quad \text{θέτοντας } k = h\nu/kT$$

Το τελευταίο άθροισμα γράφεται

$$\sum_{n=0}^{\infty} n e^{-nk} = - \frac{d}{dk} \left( \sum_{n=0}^{\infty} e^{-nk} \right) = - \frac{d}{dk} \left( \frac{1}{1 - e^{-k}} \right) = \frac{e^{-k}}{(1 - e^{-k})^2} \quad \text{Έτσι η μέση ενέργεια γράφεται } \bar{E} = (1 - e^{-h\nu/kT}) (h\nu) \frac{e^{-h\nu/kT}}{(1 - e^{-h\nu/kT})^2}$$

$$\bar{E} = \frac{h\nu e^{-h\nu/kT}}{1 - e^{-h\nu/kT}} = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

Αυτή η σχέση λόγω του εκθετικού παράγοντα στο παρονομαστή προβλέπει ότι στις μεγάλες συχνότητες η μέση ενέργεια μηδενίζεται

Δηλ. το ζητούμενο αποτέλεσμα

$$\bar{E} \approx 0$$

Αυτό εκφράζει το γεγονός πως η μικρότερη επιτρεπτή ενέργεια  $\epsilon = h\nu$  σε μεγάλα  $\nu$  είναι πολύ μεγαλύτερη από την θερμική ενέργεια  $kT$ , δηλ.  $h\nu \gg kT$ , και έτσι ένας ταλαντωτής στη κοιλότητα έχει μηδενική πιθανότητα να λάβει αυτή την ενέργεια.

Τότε η φασματική πυκνότητα  $u(\nu, T)$  πρακτικά μηδενίζεται

$$u(\nu, T) = N(\nu) \bar{E} \approx 0$$

...και έτσι αποφεύγεται η υπεριώδης καταστροφή που προβλέπεται από τη κλασική φυσική εξαιτίας της πυκνότητας  $N(\nu)$  των στασίμων κυμάτων που τείνει στο άπειρο στα μεγάλα  $\nu$ .

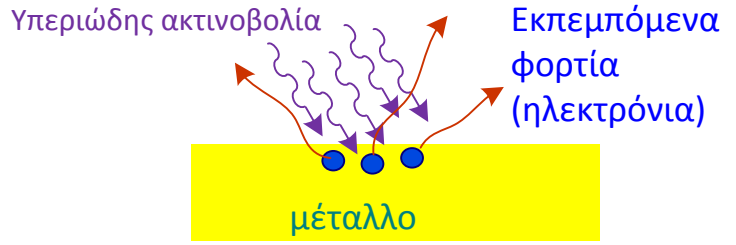
# Αλληλεπίδραση φωτός ύλης

Η αλληλεπίδραση του φωτός με την ύλη παράγει φαινόμενα όπως είναι το **φωτοηλεκτρικό φαινόμενο** και το **φαινόμενο Compton** που δεν μπορούν να εξηγηθούν μόνο με την κυματική φύση του φωτός.

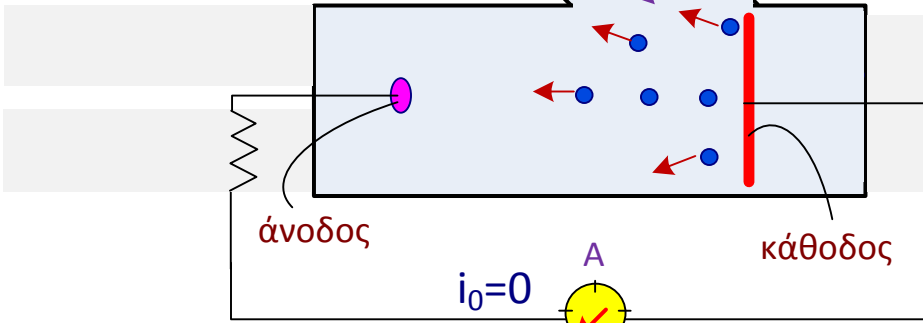
## Φωτοηλεκτρικό φαινόμενο

Ο Hertz Είχε παρατηρήσει πως καθαρές μεταλλικές επιφάνειες όταν ακτινοβολούνται με υπεριώδες φως εκπέμπουν φορτία

Φανερώνει ότι τα φωτόνια είναι αυτά που μεταφέρουν την κβαντισμένη ενέργειά τους  $E=hn$  σε ελεύθερα ηλεκτρόνια μετάλλων τα οποία εκπέμπονται .

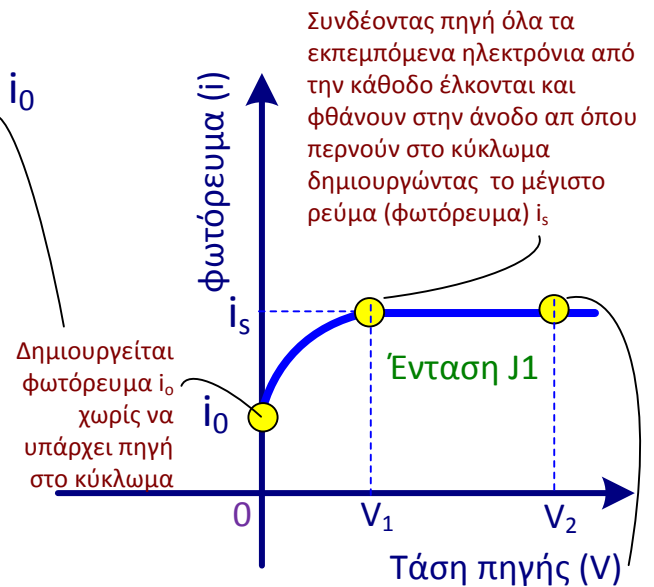
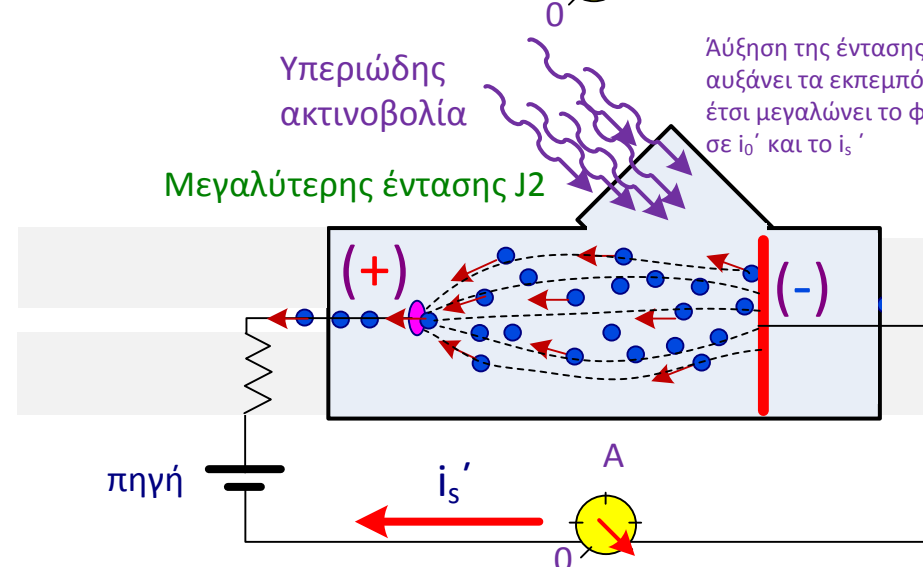
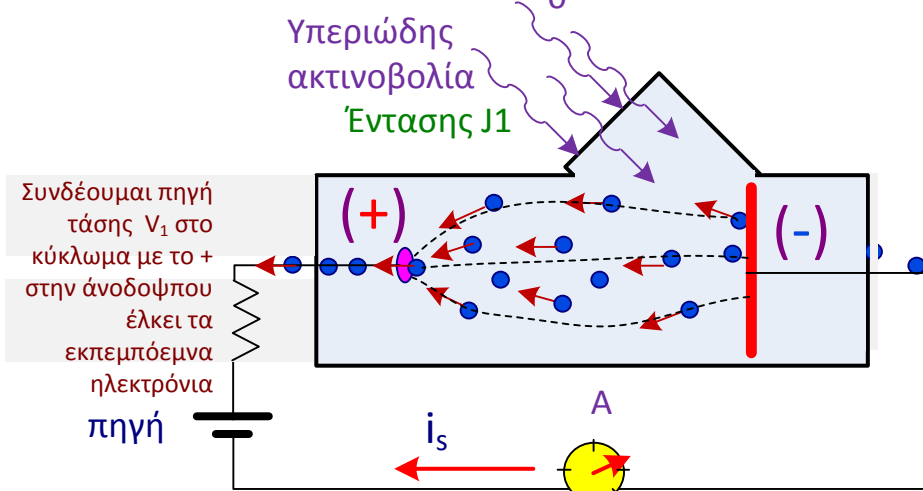
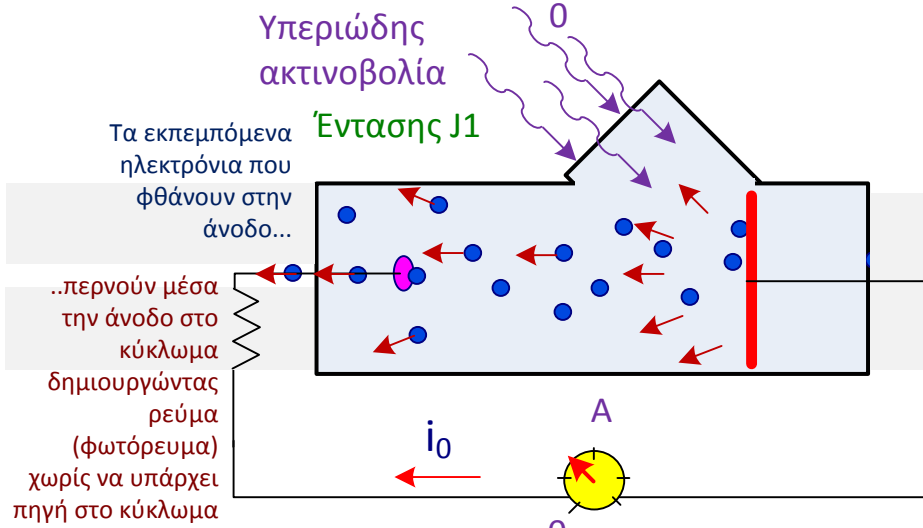


Η υπεριώδης ακτινοβολία προσπίπτωντας στη κάθοδο ελευθερώνει σχεδόν ακαριαία ηλεκτρόνια

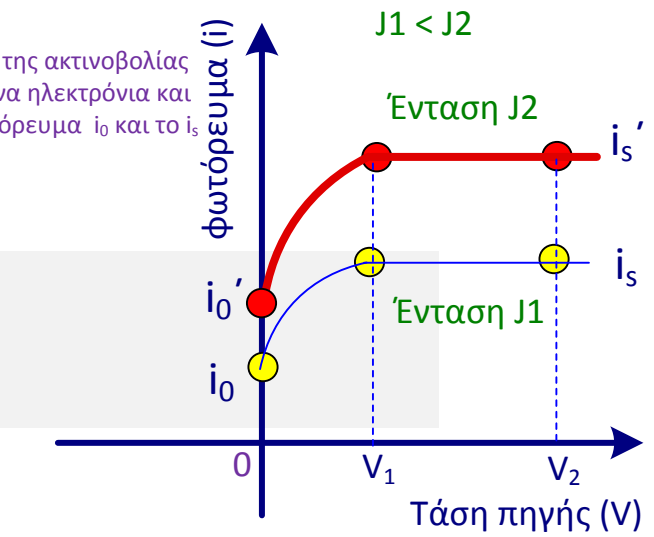


Πειραματική διάταξη μελέτης φωτοηλεκτρικού φαινομένου

Είναι ένα είδος φωτοκύτταρου όπου απορροφάει φως και παράγει ηλεκτρικό ρεύμα



Μεγαλύτερη τάση πηγής  $V_2$  δεν αυξάνει άλλο το ρεύμα γιατί όλα τα ηλεκτρόνια φθάνουν στην άνοδο και δεν υπάρχουν άλλα ηλεκτρόνια

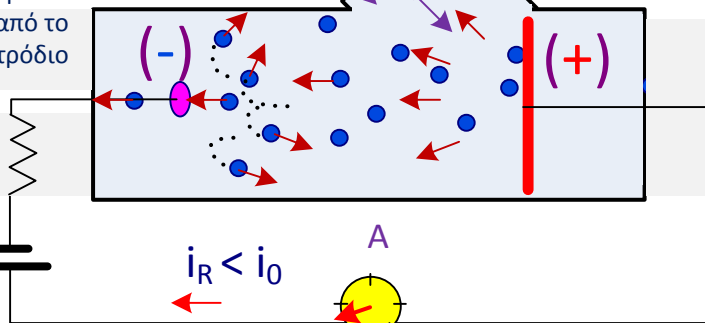




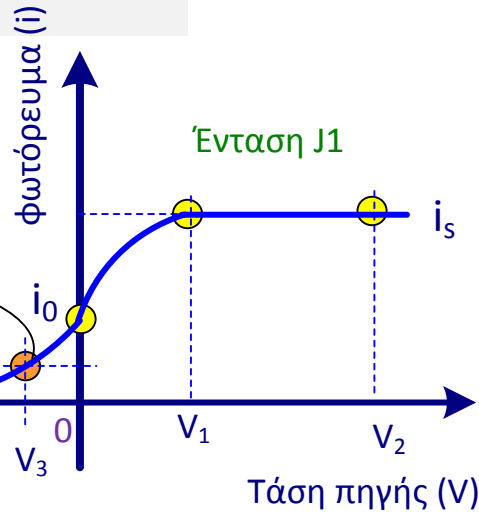
### Υπεριώδης ακτινοβολία

Ένταση  $J_1$

Τα εκπεμπόμενα ηλεκτρόνια απωθούνται από το αρνητικό ηλεκτρόδιο



..τελικά ελάχιστα ηλεκτρόνια που έχουν αρκετή κινητική ενέργεια υπερνικούν την άπωση από το αρνητικό ηλεκτρόδιο και περνούν μέσα στο κύκλωμα δημιουργώντας ένα μικρό φωτόρρευμα  $i_r < i_0$

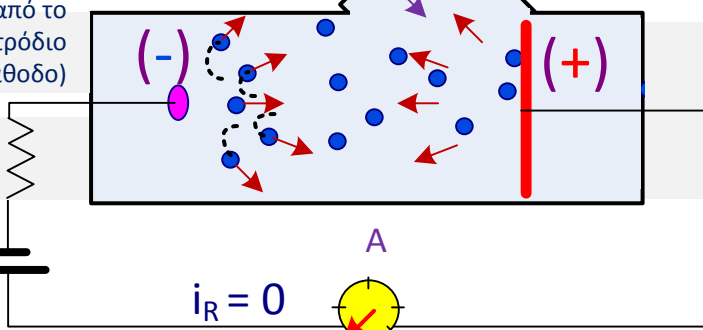


### Υπεριώδης ακτινοβολία

Για  $V_{πηγής} < V_c$  το φωτόρρευμα παραμένει μηδέν  $i_R = 0$

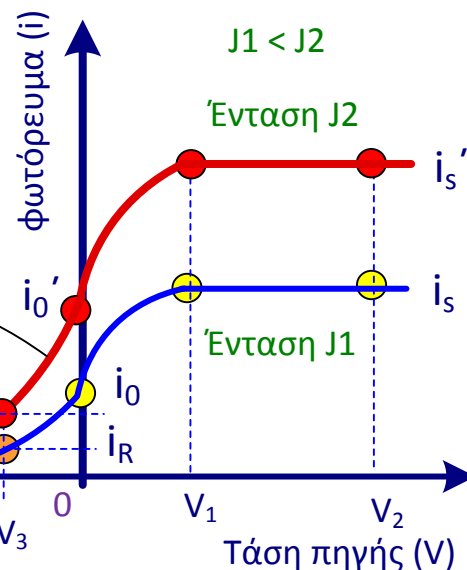
Τα εκπεμπόμενα ηλεκτρόνια απωθούνται από το αρνητικό ηλεκτρόδιο (κάθοδο)

Συνδέουμε πηγή μεγαλύτερης αρνητικής τάσης  $V_4 < V_c$  στο κύκλωμα



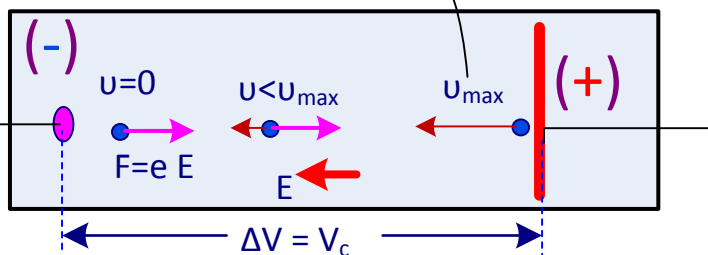
..τελικά κανένα ηλεκτρόνιο δεν έχει αρκετή κινητική ενέργεια για να υπερνικήσει την άπωση από το αρνητικό ηλεκτρόδιο και το φωτόρρευμα μηδενίζεται  $i_r = 0$

Για  $V_{πηγής} > V_{th}$  έχουμε φωτόρρευμα  $i_R > 0$



Μεγαλύτερης έντασης  $J_2 > J_1$  υπεριώδης ακτινοβολία δεν αλλάζει τη τάση κατωφλίου

Στο φωτοκύτταρο τα ηλεκτρόνια εξερχόμενα με μέγιστη ταχύτητα  $u_{max}$  έχοντας κινητική ενέργεια  $E_{κιν} = 1/2 m(u_{max})^2$



Η ηλεκτρική δύναμη  $F$  του ηλεκτρικού πεδίου  $E$  που επιβραδύνει τα εκπεμπόμενα ηλεκτρόνια

$E$  είναι το ηλεκτρικό πεδίο ανάμεσα στα 2 ηλεκτρόδια του φωτοκυττάρου

Η μεταβολή ενέργειας  $\Delta E$  ενός φορτίου  $q$  που κινείται ανάμεσα σε 2 σημεία με διαφορά δυναμικού  $\Delta V$  είναι

$$\Delta E = q \Delta V$$

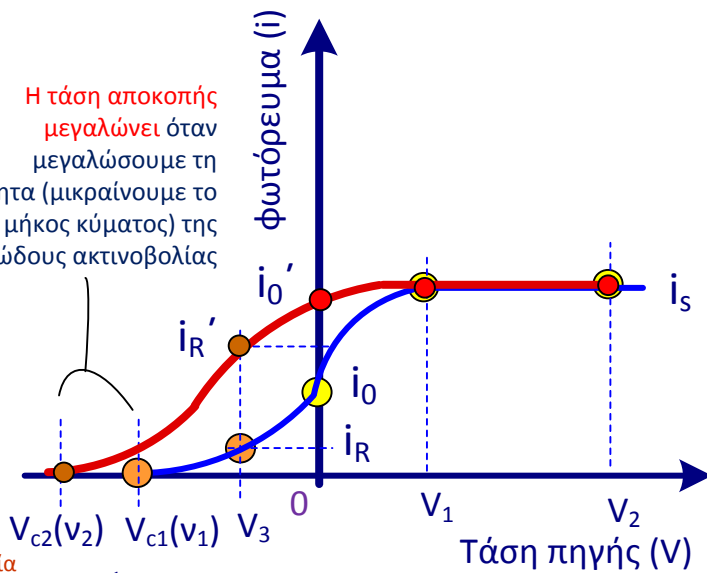
Στο φωτοκύτταρο τα ηλεκτρόνια ( $q=e$ ) επιβραδυνόμενα από το ηλεκτρικό πεδίο  $E$  χάνουν όλη την κινητική τους ενέργεια  $E_{κιν} = 1/2 m(u_{max})^2$

$$\Delta E = E_{κιν} = 1/2 m(u_{max})^2 = e V_c$$

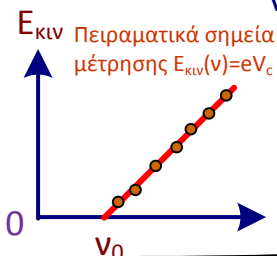
$$u_{max} = \sqrt{2e V_c / m}$$

Έτσι η τάση αποκοπής μετρά την μέγιστη ταχύτητα των εκπεμπομένων ηλεκτρονίων

Η τάση αποκοπής μεγαλώνει όταν μεγαλώσουμε τη συχνότητα (μικραίνουμε το μήκος κύματος) της υπεριώδους ακτινοβολίας

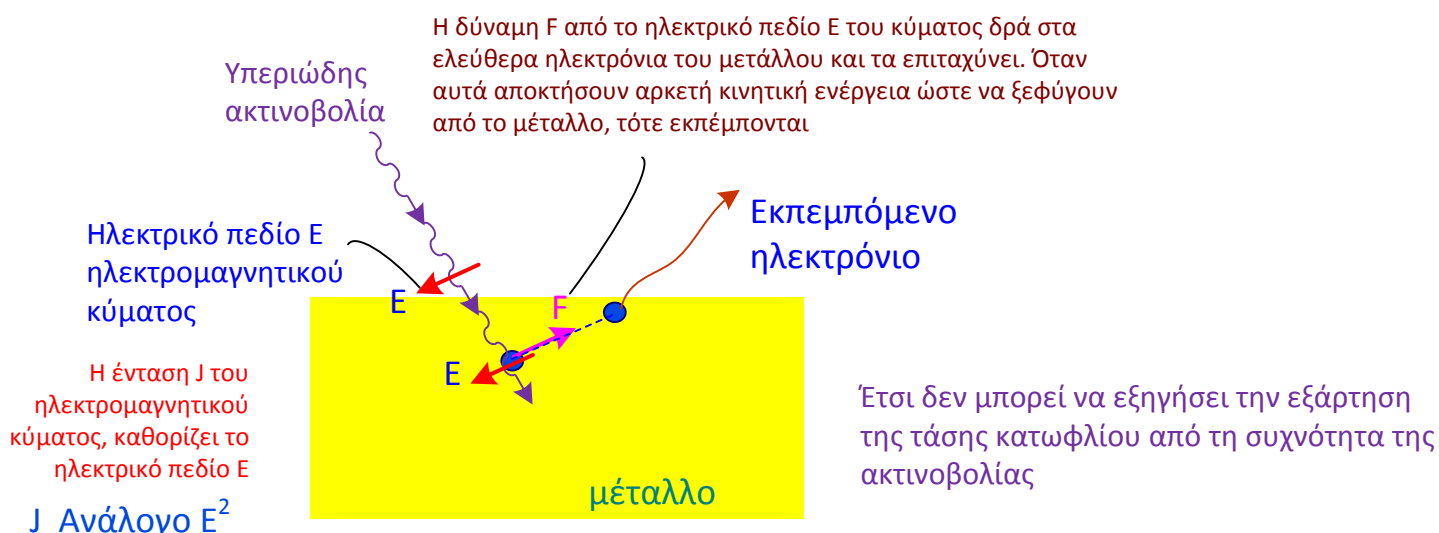


Η  $V_c$  βρέθηκε να εξαρτάται γραμμικά από τη συχνότητα,  $\nu$ , της ακτινοβολίας και επομένως η κινητική ενέργεια των εκπεμπόμενων ηλεκτρονίων εξαρτάται γραμμικά από τη συχνότητα της ακτινοβολίας.



Για κάθε μέταλλο υπάρχει μια συχνότητα  $\nu_0$  κατωφλίου κάτω από την οποία δεν εκπέμπονται ηλεκτρόνια

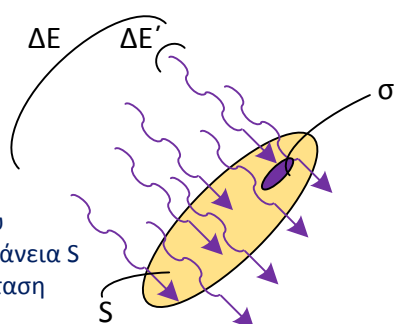
# Προσπάθεια κλασικής ερμηνείας του φωτοηλεκτρικού φαινομένου



Επομένως μόνο η ένταση  $J$  του ηλεκτρομαγνητικού κύματος έχει μόνο σημασία για την εξαγωγή ηλεκτρονίων από το μέταλλο, ενώ η συχνότητα δεν παίζει κανένα ρόλο

Αν η ενέργεια εξαγωγής ηλεκτρονίων από το μέταλλο είναι  $\Phi = 3 \text{ eV} = 3 \times 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$

Τότε αυτή την ενέργεια  $\Phi$  ένα άτομο του μετάλλου με διατομή  $\sigma = 10^{-16} \text{ cm}^2$  μπορεί να απορροφίσει σε χρόνο  $\tau$  μέσα στον οποίο θα εκπεμφθεί ένα ηλεκτρόνιο του ατόμου έξω από το μέταλλο.



Η ενέργεια  $\Delta E$  ακτινοβολίας που προσπίπτει σε χρόνο  $\Delta t$  σε επιφάνεια  $S$  του μετάλλου αντιστοιχεί σε ένταση ακτινοβολίας  $J = \Delta E / (S \Delta t)$ .

Η διατομή  $\sigma = 10^{-16} \text{ cm}^2$  ενός ατόμου του μετάλλου μέσα σε χρόνο  $\Delta t$  απορροφά ενέργεια  $\Delta E' = J \sigma \Delta t$ .

$$J = \Delta E / (S \Delta t) = 1 \text{ mW/cm}^2$$

$$\Delta E' = \Phi = J \sigma \tau$$

$$\tau = \frac{\Phi}{J \sigma}$$

$$\tau = \frac{3,16 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \cdot 10^{-3} \text{ W/cm}^2 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2}$$

$$\tau = 3 \text{ s !!!}$$

Μεγάλος χρόνος

Όμως η εξαγωγή ηλεκτρονίων για κάποιο μέταλλο συμβαίνει από μια συγκεκριμένη συχνότητα Κατωφλίου  $\nu_0$  και επάνω ( $\nu > \nu_0$ ) και αυτό συμβαίνει μάλιστα σχεδόν ακαριαία όχι περισσότερο από **nanoseconds (ns)**.

Η κλασική φυσική μπορεί να εξηγήσει μόνο την αύξηση του φωτορεύματος με την αύξηση της έντασης της ακτινοβολίας. Μεγαλύτερη ένταση ακτινοβολίας μπορεί να διεγείρει περισσότερα ηλεκτρόνια ώστε να εκπεμφθούν από το μέταλλο και έτσι περισσότερα φορτία δηλ. ηλεκτρόνια διέρχονται στη μονάδα του χρόνου που σημαίνει μεγαλύτερο φωτόρευμα.

Αποτυγχάνει να εξηγήσει την εξάρτηση της τάσης κατοφλίου από την συχνότητα της ακτινοβολίας

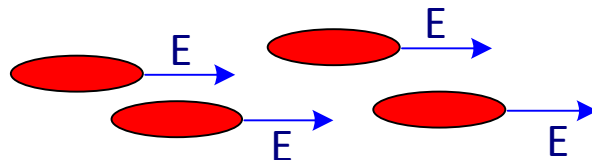
Επίσης φαίνεται πως μεγάλης έντασης  $J$  Από την προσπίπτουσα ακτινοβολία δεν απορροφιάται από το ηλεκτρόνιο ώστε αυτό να εκπεμφθεί.

# Ερμηνεία του φωτοηλεκτρικού φαινομένου με την εισαγωγή της υπόθεσης του φωτονίου από τον Einstein

Με βάση των βασικών πειραματικών συμπερασμάτων του φωτοηλεκτρικού φαινομένου ο Einstein συμπέρανε ότι η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία απαιτεί τα εξής:

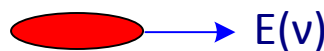
1. Η απορρόφηση της ενέργειας της προσπίπτουσας ακτινοβολίας γίνεται σχεδόν **ακαριαία σε μια δόση** και όχι βαθμιαία και συνεχή τρόπο όπως προβλέπει η κλασική ηλεκτρομαγνητική θεωρία.

**Απαίτηση 1η** Η ενέργεια της ακτινοβολίας θα πρέπει αποδίδεται στα ηλεκτρόνια σε **δόσεις ή πακέτα ενέργειας E**.



2. Η **συχνότητα** της προσπίπτουσας ακτινοβολίας καθορίζει το μηχανισμό φωτοεκπομπής ηλεκτρονίων και όχι η έντασή της που διαδραματίζει δευτερεύοντα ρόλο.

**Απαίτηση 2η** Η ενέργεια της ακτινοβολίας που μεταφέρεται σε πακέτα θα πρέπει να εξαρτάται από τη **συχνότητα της ακτινοβολίας**.



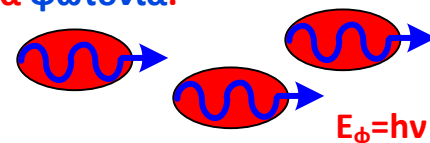
Κα οι δύο απαιτήσεις ότι η ενέργεια μεταφέρεται σε πακέτα ενέργειας που εξαρτώνται από τη συχνότητα της ακτινοβολίας...

...εκπληρώνονται στο περίεργο συμπέρασμα του Planck για την ερμηνεία της ακτινοβολίας το μέλανος σώματος ότι:

3. Η εκπομπή της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας συχνότητας  $\nu$  γίνεται από τα τοιχώματα του μέλανος σώματος ασυνεχώς σε **ακέραια πολλαπλάσια** μια βασικής ενέργειας  $\epsilon = h\nu$

ο Einstein επέκτεινε το συμπέρασμα του Planck ως εξής :

**Η εκπομπή Η/Μ κύματος όχι μόνο γίνεται κατά στοιχειώδη κομμάτια ενέργειας  $E_\phi = h\nu$  αλλά και στη συνέχεια υπάρχει σαν άθροισμα τέτοιων αδιαίρετων κομματιών τα λεγόμενα φωτόνια.**



Με αυτή την υπόθεση εξηγείται το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο

Αν  $\nu_0$  η συχότητα κατωφλίου και ενέργεια εκπομπής ή εξαγωγής  $\Phi$

Ένα απορροφούμενο φωτόνιο με ενέργεια :

(α)

(β)

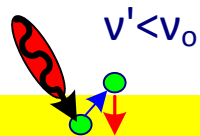
$E_\phi$  μικρότερης της ενέργειας  $\Phi$  αποκολλίσεως ή εξαγωγής του ηλεκτρονίου

$E_\phi$  μεγαλύτερη της ενέργειας  $\Phi$  αποκολλίσεως ή εξαγωγής του ηλεκτρονίου

$$E_\phi = h\nu' < \Phi = h\nu_0$$

$$E_\phi = h\nu > \Phi = h\nu_0$$

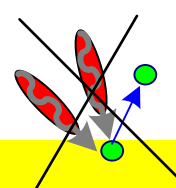
Η  $E_\phi$  δεν αρκεί και δεν προκαλεί την εξαγωγή του ηλεκτρονίου



$\nu > \nu_0$



Η  $E_\phi$  αρκεί ώστε να προκαλεί την εξαγωγή του ηλεκτρονίου



Απορρόφηση 2 ή περισσότερων φωτονίων μικρότερης της ενέργειας εξαγωγής  $E_\phi < \Phi$  έχει πολύ μικρή πιθανότητα και έτσι **δεν συμβαίνει**. Αυτό γιατί θα παρατηρούσαμε φωτοηλεκτρικό φαινόμενο και για οποιεσδήποτε ενέργειες, αρκεί να αυξάναμε την ένταση της ακτινοβολίας.

μέταλλο (κάθοδος)

Η ενέργεια των φωτονίων  $E_\phi$  μεταφέρεται με μιας στο ηλεκτρόνιο και προκαλεί την εξαγωγή του και η τυχόν περίσσεια της ενέργειας γίνεται  $E_{κιν}$  των ηλεκτρονίων

$$E_\phi = h\nu = 1/2 m u^2 + \Phi$$

$$eV_c = E_{κιν} = 1/2 m u^2 = -\Phi + h\nu$$

$$E_{κιν} = -\Phi + h\nu$$

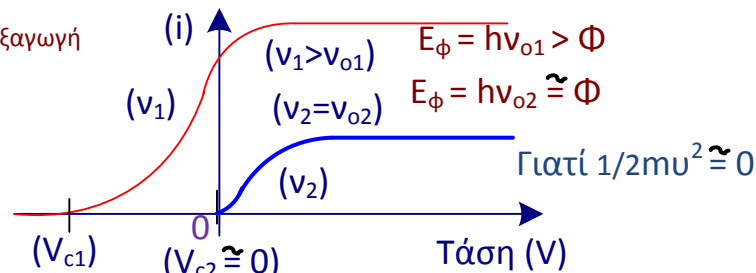
Δηλ η  $E_{κιν}$  είναι ανάλογη της  $\nu$  όπως βρέθηκε πειραματικά

Για συχότητες μεγαλύτερες της αντίστοιχης συχότητας κατωφλίου

$\nu > \nu_{01}$

$\nu > \nu_{02}$

Παρατηρείται εκπομπή φωτοηλεκτρονίων



Πειραματικά σημεία μέτρησης  $E_{κιν}(\nu) = eV_c$

Μέταλλο Α

Μέταλλο Β

Κλίση = h

Δηλ η σταθερά του Planck

0

$\nu_{01}$

$\nu_{02}$

$\nu$

Ενέργεια εξαγωγής του μετάλλου Α

$$E_\phi = h\nu_{01} = \Phi_1 < E_\phi = h\nu_{02} = \Phi_2$$

Ενέργεια εξαγωγής του μετάλλου Β

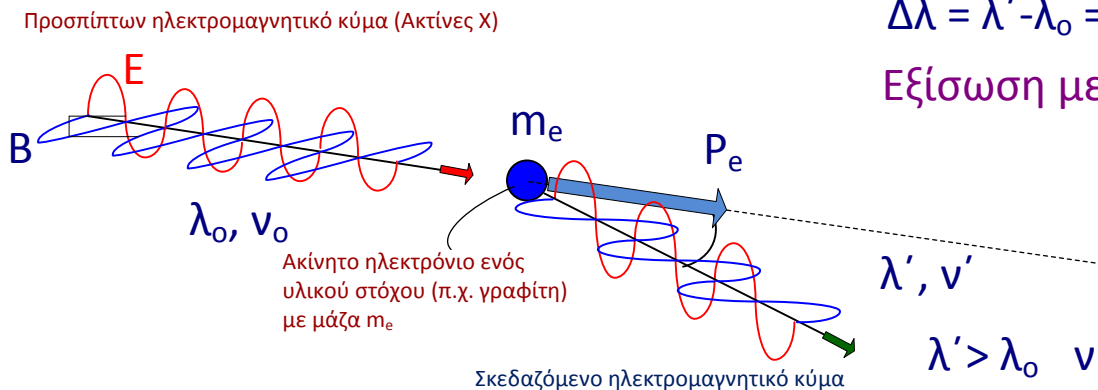
# Φαινόμενο Compton

Ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία η οποία σκεδάζεται από ηλεκτρόνια έχει μήκος κύματος  $\lambda'$  μικρότερο από αυτό  $\lambda_0$  της προσπίπτουσας ακτινοβολίας. Το  $\lambda'$  μεγαλώνει όσο μεγαλώνει η γωνία σκέδασης  $\theta$  σύμφωνα με :

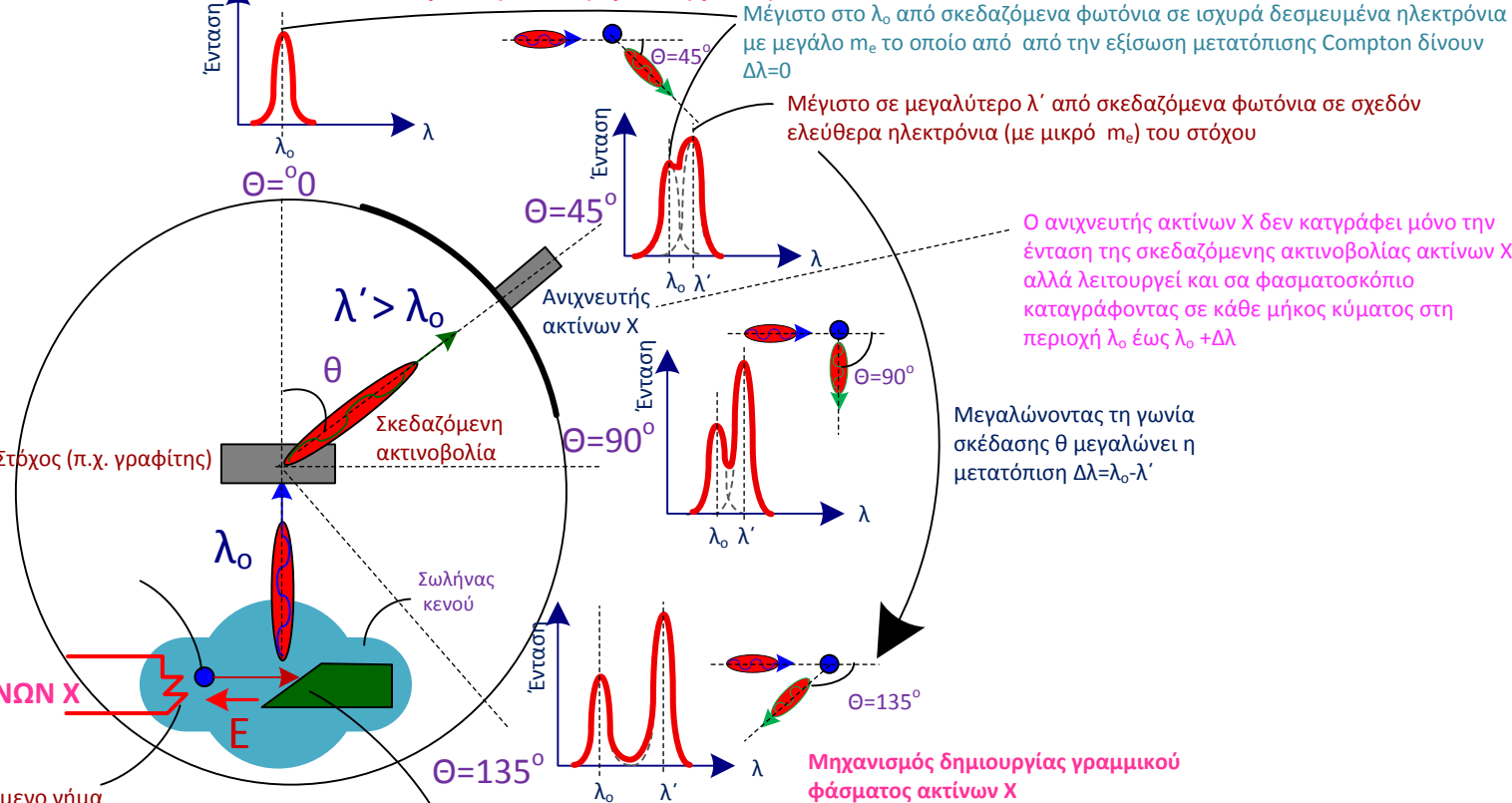
$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda_0 = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos\theta)$$

## Εξίσωση μετατόπισης Compton

Φανερώνει ότι τα φωτόνια μπορούν να μεταφέρουν εκτός από ενέργεια και ορμή σε ηλεκτρόνια, γιατί έχουν μάζα εκτός από ενέργεια.



### Φάσματα ένταση σκεδαζόμενης ακτινοβολίας σε διαφορετικές γωνίες $\theta$



### ΠΗΓΗ ΑΚΤΙΝΩΝ X

Θερμαινόμενο νήμα το οποίο εκπέμπει ηλεκτρόνια

...τα θερμικώς εκπεμπόμενα ηλεκτρόνια από μια θερμαινόμενη αντίσταση επιταχύνονται από μεγάλο ηλεκτρικό πεδίο E

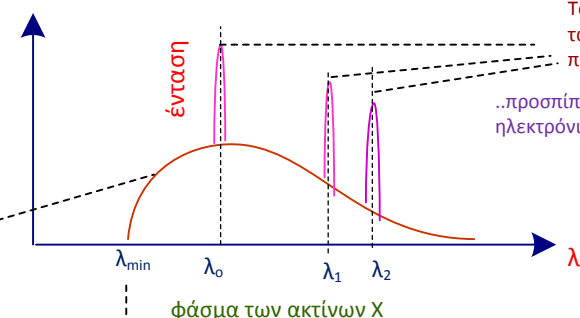
Μεταλλικός στόχος (Μολυβδένιο) όπου τα ηλεκτρόνια βομβαρδίζονται

### Μηχανισμός δημιουργίας του γραμμικού φάσματος ακτίνων X

...άλλο ηλεκτρόνιο από εξωτερική στοιβάδα καλύπτει το κενό εκπέμποντας ένα μαγάλης συγκεκριμένης ενέργειας φωτόνιο συχνότητας  $\nu_0$  και μήκους κύματος  $\lambda_0$  ακτίνων X

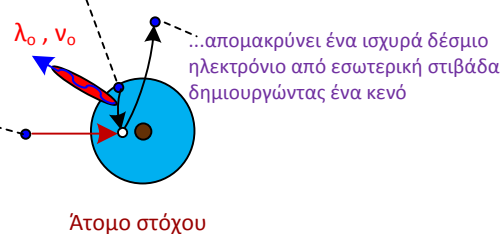
### Μηχανισμός δημιουργίας του συνεχούς φάσματος ακτίνων X

Το απότομο φρενάρισμα των ταχέως κινούμενων ηλεκτρονίων στο στόχο προκαλεί την εκπομπή συνεχούς ηλεκτρομαγνητικού κύματος γιατί η κινητική ενέργεια που σταματούν στο στόχο έχουν συνεχή ενέργεια.



Το απότομο φρενάρισμα του ταχύτερου ηλεκτρονίου παράγει φωτόνιο με τη μεγαλύτερη ενέργεια  $E_{max} = h\nu_{max}$  και τη μέγιστη συχνότητα  $\nu_{max}$  στην οποία αντιστοιχεί το μικρότερο μήκος κύματος  $\lambda_{min}$  των ακτίνων X που εκπέμπονται

Το γραμμικό φάσμα των ακτίνων X παράγεται από...  
...προσπίπτων ενεργητικό ηλεκτρόνιο σε άτομο του στόχου



### Κλασική ερμηνεία:

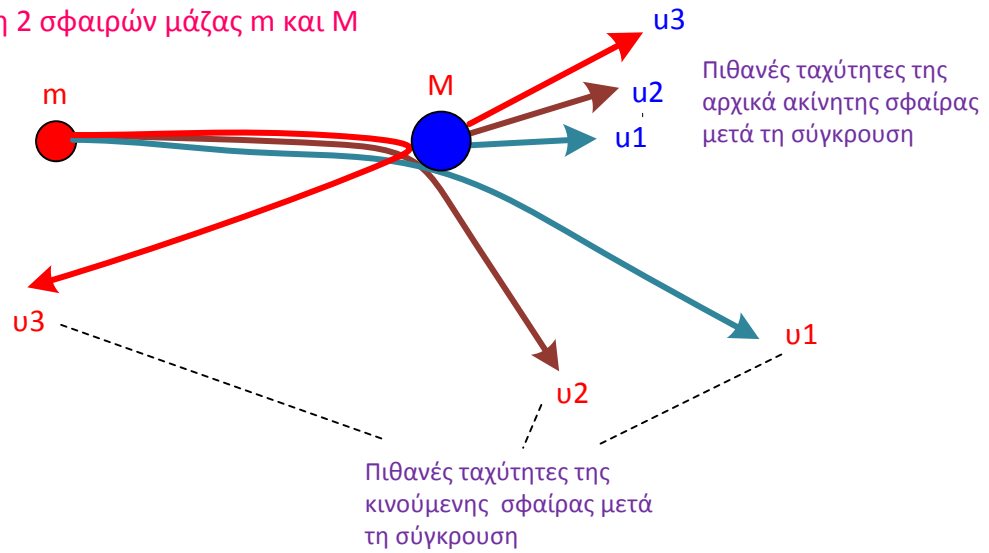
Το ηλεκτρικό πεδίο της προσπίπτουσας ακτινοβολίας θέτει τα ηλεκτρόνια σε αρμονική ταλάντωση ίδιας συχνότητας και εκπέμπει δευτερογενή ακτινοβολία ίδιας συχνότητας.

Επομένως αλλαγή μήκους κύματος ή συχνότητας αποκλείονται στην κλασική ερμηνεία.

**Κβαντική ερμηνεία :** Προϋποθέτει την ύπαρξη φωτονίων που φέρουν ενέργεια και μάζα σαν κλασικό σωματίο

Μηχανικό ανάλογο ελαστική κρούση 2 σφαιρών μάζας m και M

Καθώς οι κινούμενη σφαίρα συγκρούεται με την ακίνητη χάνει ενέργεια και ταχύτητα μεταφέροντας ενέργεια και ορμή στην ακίνητη σφαίρα



Κάτι ανάλογο συμβαίνει και με τη σύγκρουση των φωτονίων με τα ηλεκτρόνια του στόχου...

...μόνον που τα φωτόνια μετά τη σύγκρουση δεν ελατώνουν ταχύτητα (παραμένει η c) αλλά ελατώνουν την ενέργειά τους κατά  $\Delta E = h \Delta \nu$  μικραίνοντας τη συχνότητά τους κατά  $\Delta \nu$  και αυξάνοντας το μήκος κύματος κατά  $\Delta \lambda$ .

Η προσπίπτουσα ακτινοβολία αποτελείται από φωτεινά κβάντα-φωτόνια Ενέργειας και θεωρούνται σωματίδια

$$E = h\nu$$

έχοντας μάζα m  $m = E/c^2$   $m = h\nu/c^2$

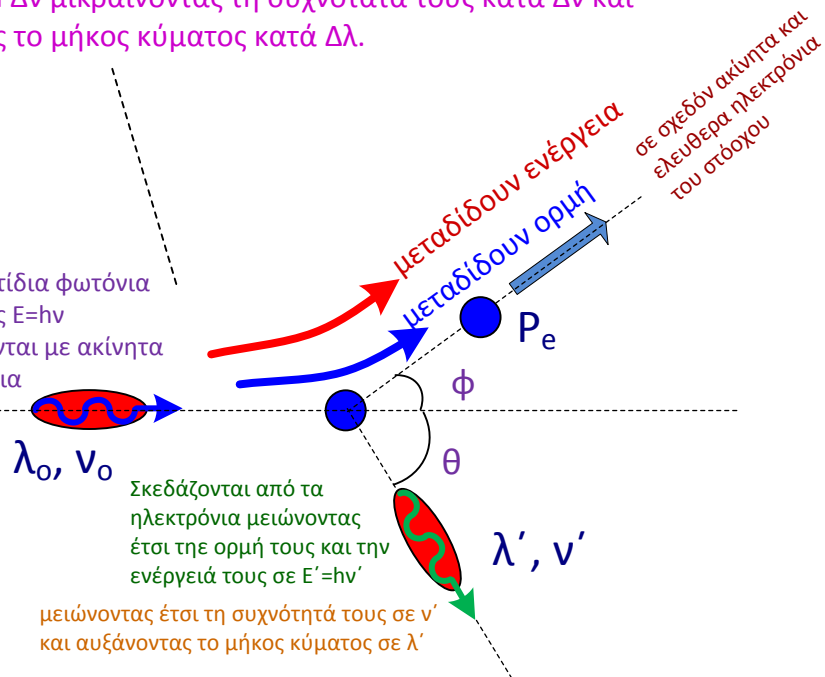
από τη σχέση  $E = h\nu = mc^2$

Και ορμή P

από τη σχέση  $P = mc = h\nu/c = h/\lambda$

$$P_e = \frac{m_e u}{(1 - u^2/c^2)^{1/2}}$$

Τα σωματίδια φωτόνια ενέργειας  $E = h\nu$  συγκρούονται με ακίνητα ηλεκτρόνια



Διατήρηση Ενέργειας Ενέργεια φωτονίου (προσπίτων) = Ενέργεια φωτονίου (σκαδάζων) + κινητική ενέργεια ηλεκτρονίου

$$hc/\lambda = hc/\lambda' + \frac{1}{(1 - u^2/c^2)^{1/2}} m_e c^2$$

Διατήρηση ορμής  $h/\lambda = hc/\lambda' \cos\phi + \frac{m_e u \cos\theta}{(1 - u^2/c^2)^{1/2}}$

Στον άξονα x

$$0 = hc/\lambda' \sin\phi + \frac{m_e u \sin\theta}{(1 - u^2/c^2)^{1/2}}$$

Στον άξονα y

Με απαλειφή των u και phi παίρνουμε τη εξίσωση μετατόπισης Compton

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda_0 = h/(m_e c) (1 - \cos\theta)$$

Η ποσότητα :  $\lambda_c = h/(m_e c)$

...έχει διαστάσεις μήκους και λέγεται μήκος κύματος Compton αλλά δεν σχετίζεται με κανένα χαρακτηριστικό μήκος κύματος.

**Γιατί το φαινόμενο Compton παρατηρείται με ακτίνες X**

...και όχι με μεγαλύτερου μήκους κύματος ακτινοβολία.

Για να υποστεί το φωτόνιο μια μετρήσιμη μεταβολή  $\Delta\lambda$ , θα πρέπει το φωτόνιο να έχει μεγάλη ορμή ώστε σχετικά μεγάλη ορμή και ενέργεια να μεταφέρει στο ηλεκτρόνιο

Αυτό συμβαίνει, δηλ το φωτόνιο έχει μεγάλη ορμή  $P = h/\lambda$  συγκρίσιμη με αυτή του ηλεκτρονίου, όταν έχει πολύ μικρό μήκος κύματος  $\lambda$ , στη περιοχή των ακτίνων X.