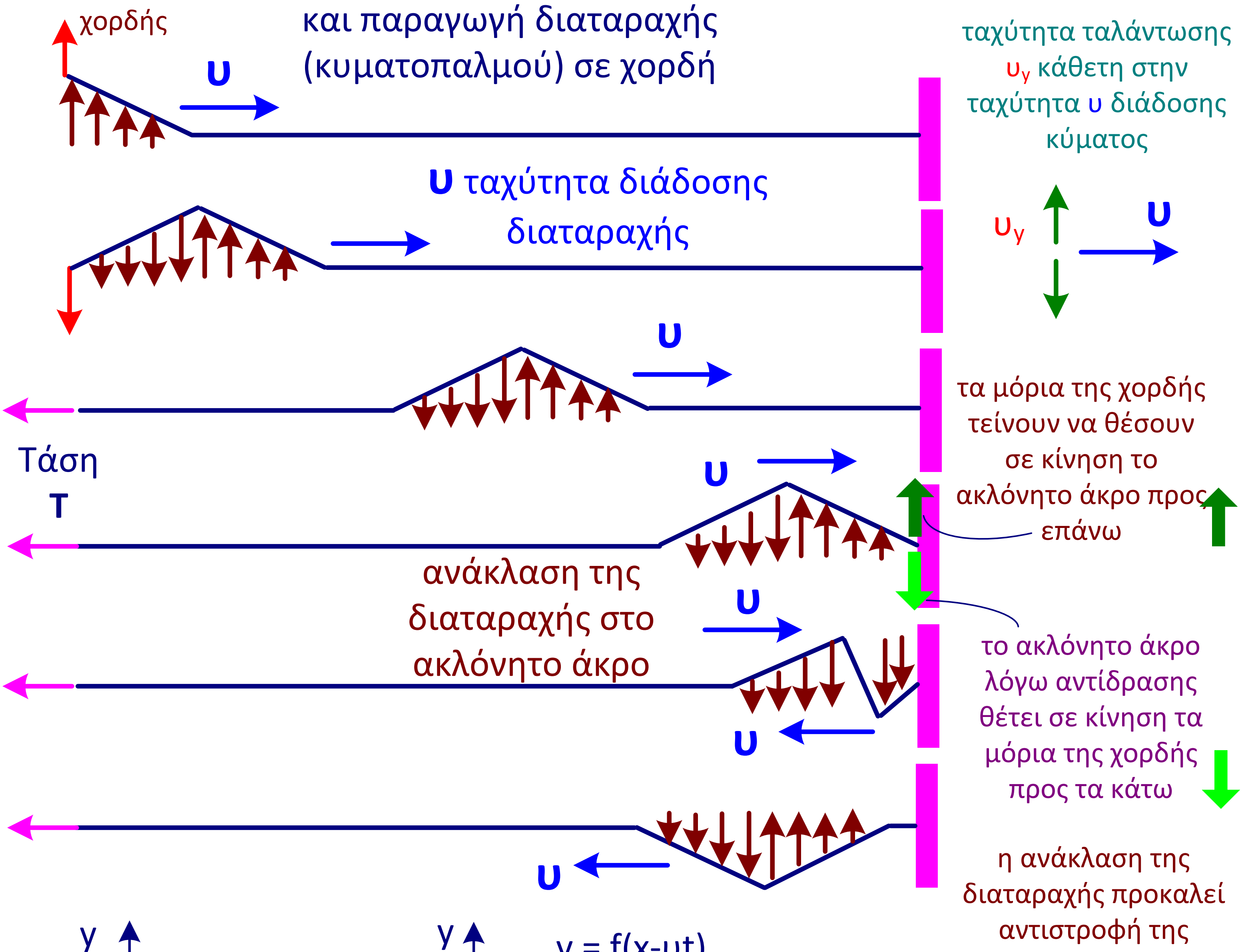
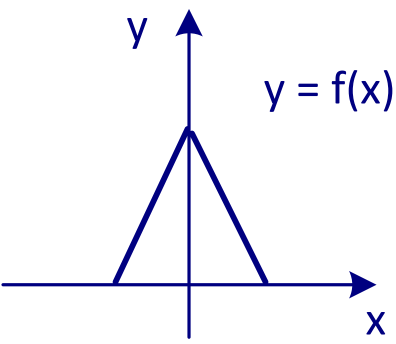
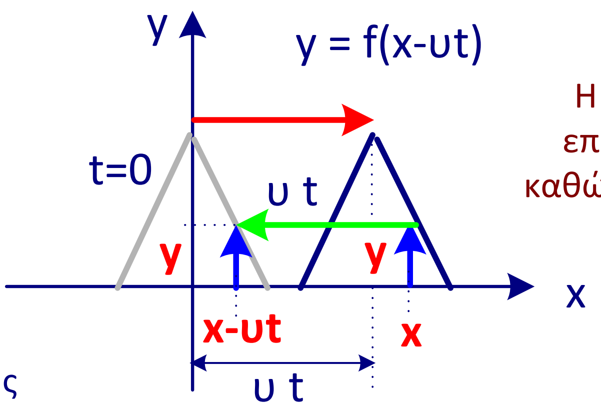
Διάδοση εγκάρσιου κύματος σε χορδή

και παραγωγή διαταραχής (κυματοπαλμού) σε χορδή





Το σχήμα υης διαταραχής (κυματοπαλμός) για t=0



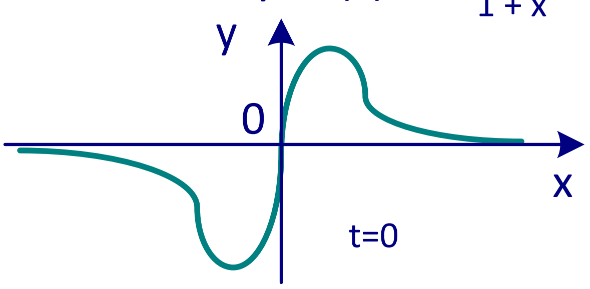
διαταραχή (κυματοπαλμός) για οποιοδήποτε t>0

Η διαταραχή f(x) επαναλαμβάνεται καθώς διαδίδεται προς τα δεξιά

για κάθε t η απομάκρυνση y σημείου x της χορδής βρίσκεται εαν θέσω στην f(x) x : x-υt

Κυματοσυνάρτηση

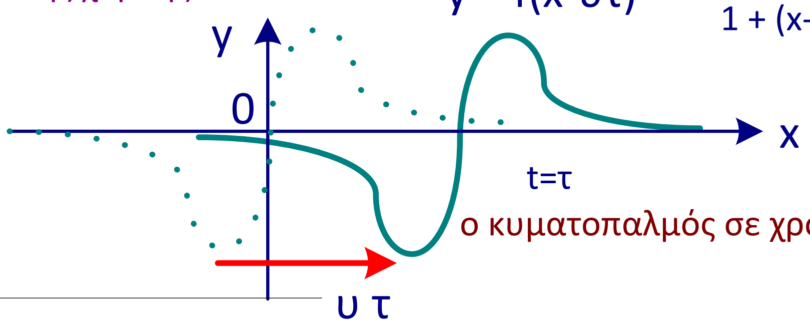
$$y = f(x) = \frac{0.03\,x}{1 + x^4}$$



κυματοπαλμός σε χορδή

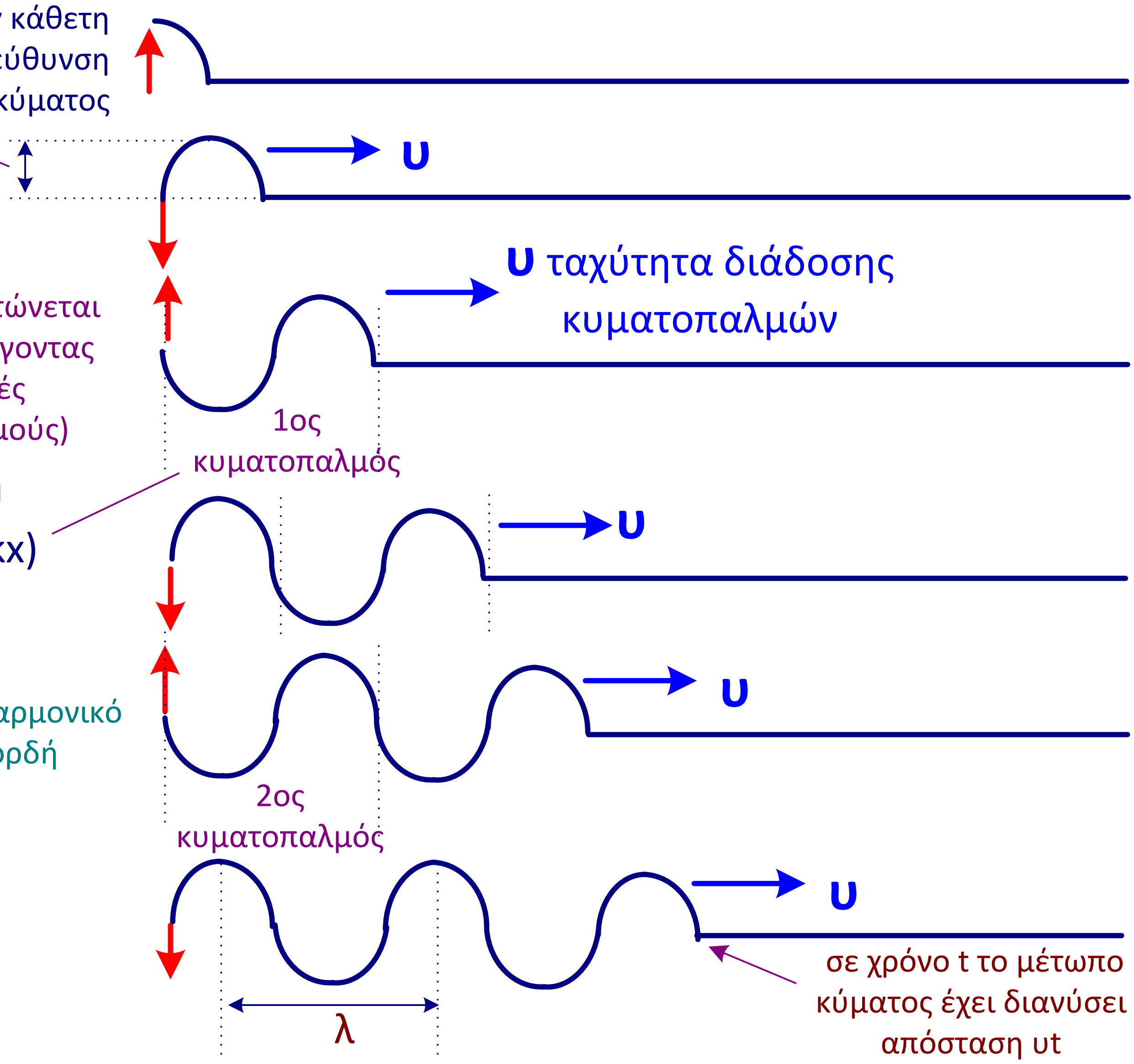
η απομάκρυνση y κάθε σημείου x της χορδής δίδεται από :

$$y = f(x-υτ) = \frac{0.03\,(x-υτ)}{1 + (x-υτ)^4}$$



Παραγωγή αρμονικού κύματος σε χορδή

Απομάκρυνση y κάθετη στην διεύθυνση διάδοσης κύματος



το άκρο ταλαντώνεται συνεχώς παράγοντας διαταραχές (κυματοπαλμούς)

με μορφή

$y = A \sin(kx)$

έτσι παράγεται αρμονικό κύμα στη χορδή

σε χρόνο t το μέτωπο κύματος έχει διανύσει απόσταση υt

μήκος κύματος

$kx = k\lambda = 2\pi$

ένας κύκλος

πόση διαδρομή x χρειάζεται να διανυθεί στη χορδή για να συμπληρωθεί ένας κύκλος καθορίζεται από το k

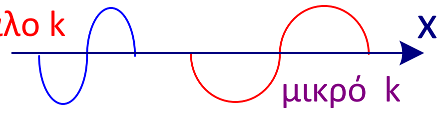
κυματοπαλμός στη χορδή

$y = A \sin(\underbrace{kx})$

η φάση του κύματος συμπληρώνει ένα κύκλο όταν $kx = 2\pi$

ένας κύκλος αντιστοιχεί σε $x = \lambda$

κυματοπαλμοί με



μεγάλο k χρειάζεται μικρό x για να συμπληρωθεί ένας κύκλος σε x : (λ)

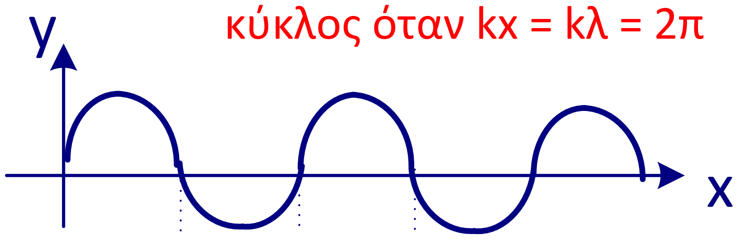
δηλ. έχουμε μικρό λ

άρα $k \propto 1/\lambda$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Κυματαριθμός

συμπληρώνεται ένας κύκλος όταν $kx = k\lambda = 2\pi$



$$x = \frac{\pi}{k} \quad \frac{2\pi}{k} \quad \frac{3\pi}{k}$$

$$\lambda/2 \quad \lambda \quad 3\lambda/2$$

Κυκλική συχνότητα

$\upsilon = \lambda/T$

$k\upsilon = 2\pi/\lambda \; \upsilon = 2\pi/\lambda \; \lambda/T = 2\pi/T = \omega$

$y = f(x-\upsilon t)$ για χρόνο t

$y = A \sin[k(x-\upsilon t)]$

η απομάκρυνση y σε κάθε σημείο x' και χρόνο t είναι ίδια με αυτή για t=0 και x = x' -υt

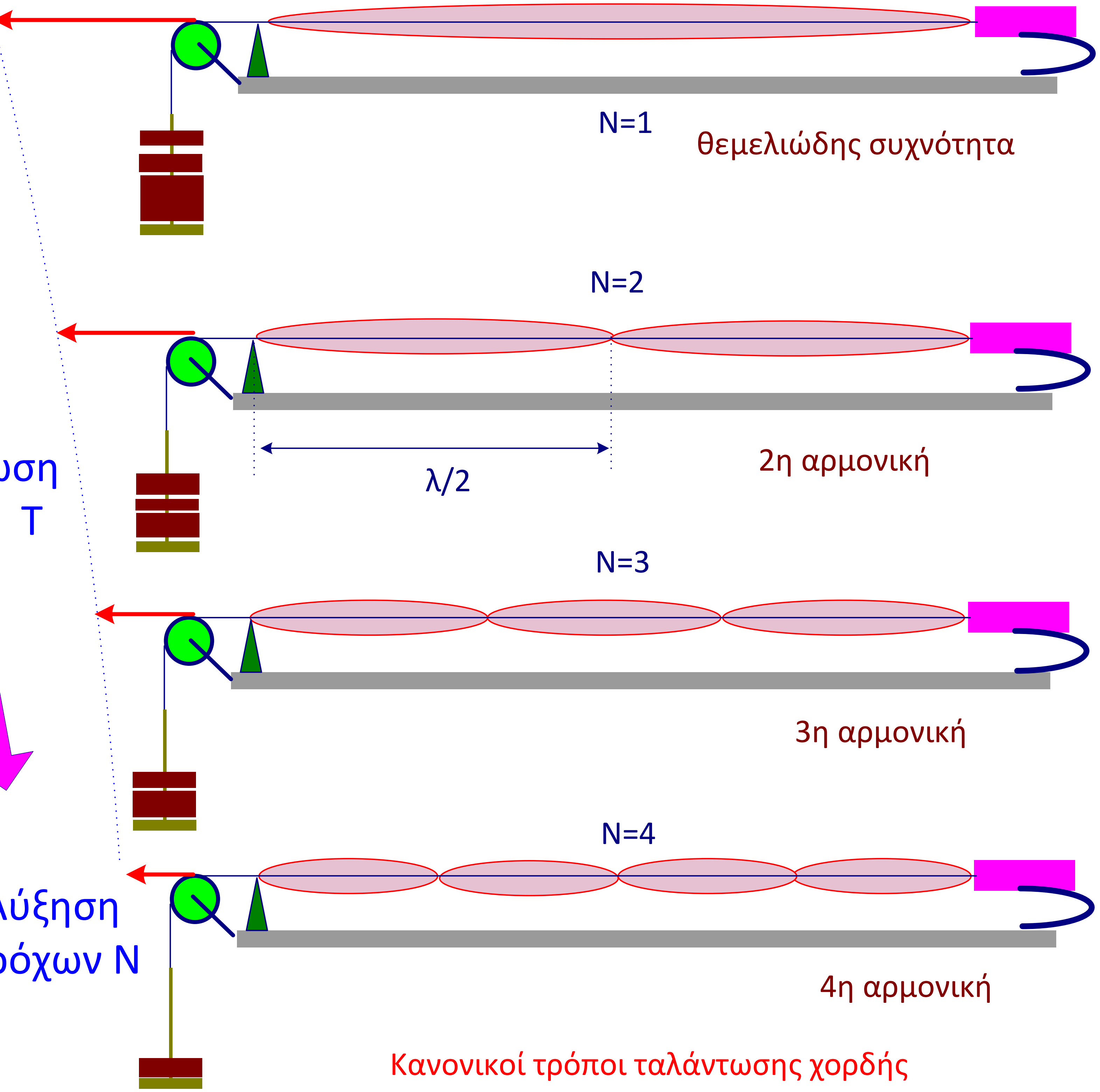
$y(x, t) = A \sin(kx-\omega t)$

μορφή αρμονικού κύματος συνάρτηση του x, t αθερό μήκος χορδής L

Μεταβαλόμενη Τάση T & αριθμού βρόχων N

L=c

T , N αλλάζουν



Κανονικοί τρόποι ταλάντωσης χορδής

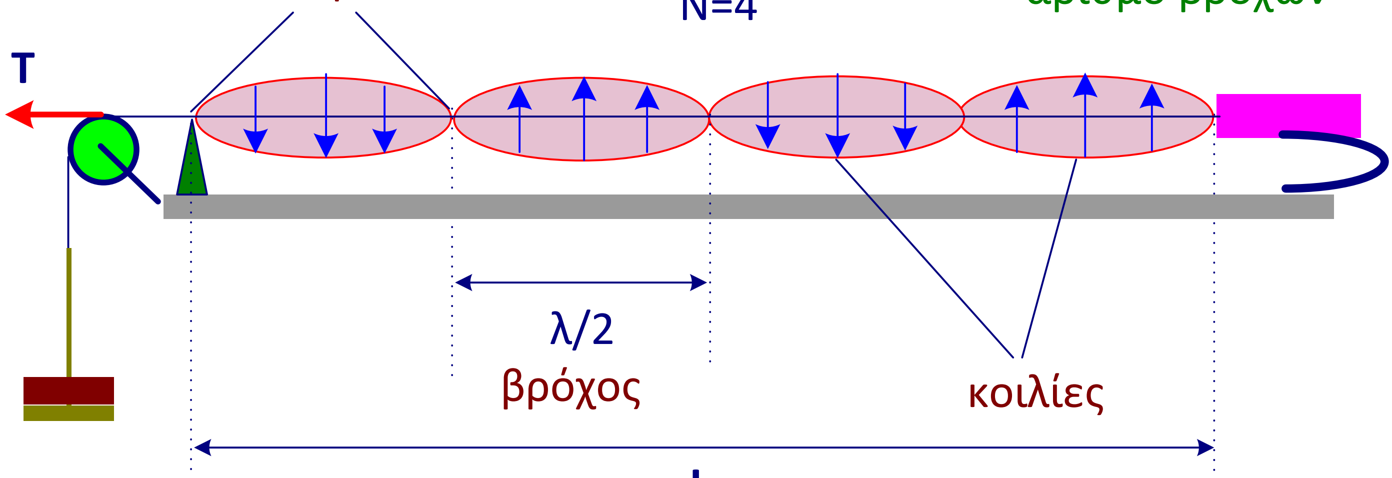
$$T = 4\nu^2 \mu L^2 \frac{1}{N^2}$$

Στάσιμο κύμα

για να "χωράει" στη χορδή θα πρέπει
$L = \kappa\, \lambda/2 \quad \kappa = 1, 2, \ldots$
δηλ. να περιέχει ακέραιο αριθμό βρόχων

4 βρόχοι

N=4



$L = \kappa\, \lambda/2 \qquad \lambda_\kappa = 2L/\kappa \qquad \kappa = 1, 2, \ldots$

αρμονικές συχνότητες

$f_\kappa = \upsilon/\lambda_\kappa = \kappa\upsilon/2L = \kappa f_1 \qquad \kappa = 1, 2, \ldots$

θεμελιώδης συχνότητα

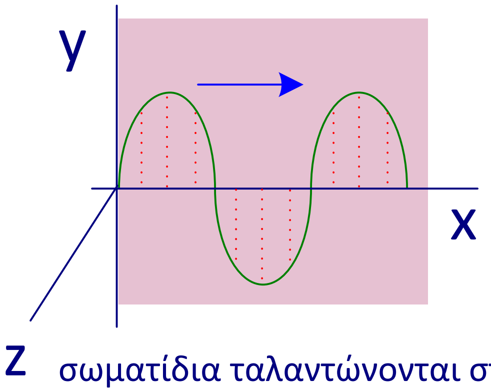
$f_1 = \upsilon/2L \qquad \upsilon = (F/\mu)^{1/2} \qquad f_1 = \dfrac{N}{2L}\sqrt{\dfrac{T}{\mu}}$

Αλλάζοντας την T ή το L ή την συχνότητα ν δημιουργούμε ένα στάσιμο κύμα στην χορδή.

Πόλωση κύματος

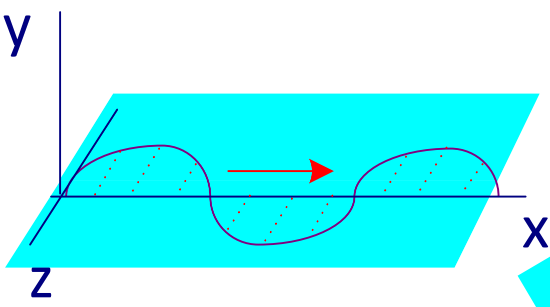
αναφέρεται μόνο για εγκάρσια κύματα

Κατακόρυφη Πόλωση



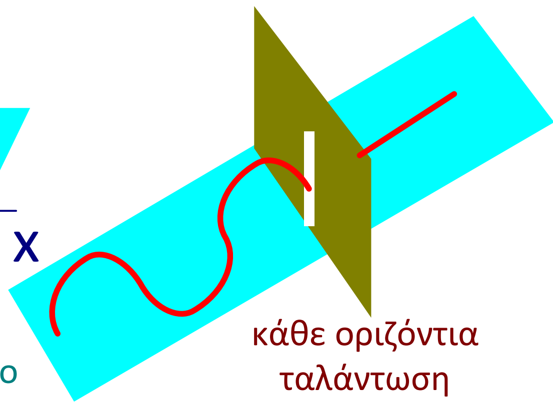
σωματίδια ταλαντώνονται στο κατακόρυφο επίπεδο xy

Οριζόντια Πόλωση



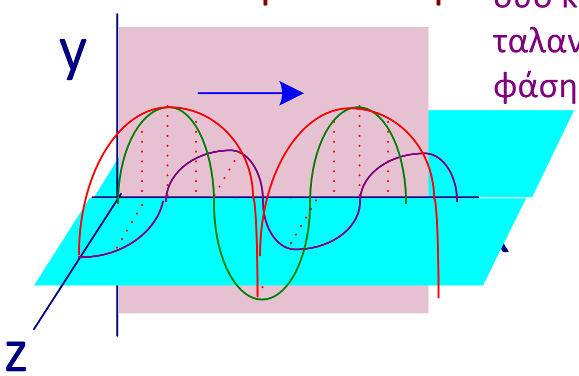
σωματίδια ταλαντώνονται στο οριζόντιο επίπεδο xy

Πολωτικά φίλτρα

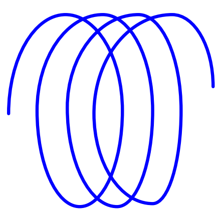


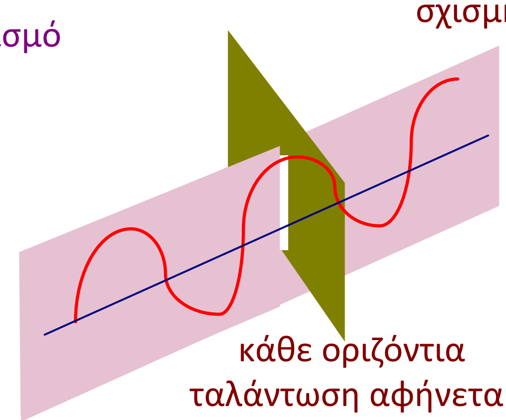
κάθε οριζόντια ταλάντωση αποκόπτεται από τη σχισμή

Κυκλική Πόλωση



προκείπτει από τον συνδιασμό δύο κάθετων αρμονικών ταλαντώσεων με διαφορά φάσης π/4





κάθε οριζόντια ταλάντωση αφήνεται να περάσει απότη σχισμή

$$T = f(N,L)$$

$$\nu = \frac{N}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}} \qquad T = 4\nu^2 \mu L^2 \frac{1}{N^2}$$

T , N αλλάζουν $\quad T = 4\nu^2 \mu L^2 N^{-2}$

$$T = c\ N^{-2}$$

$$\log T = \log(c\ N^{-2})$$

$$\log T = \log c + (-2)\log N$$

$$T = b_2 + \kappa_2\ N^{\kappa 1}$$

Από

$\log T \longrightarrow \log N$ βρίσκω κ1

T , L αλλάζουν $\quad T = 4\nu^2 \mu N^{-2} L^2$

$$\log T = \log(c'\ L^2)$$

$$T = c'\ L^2$$

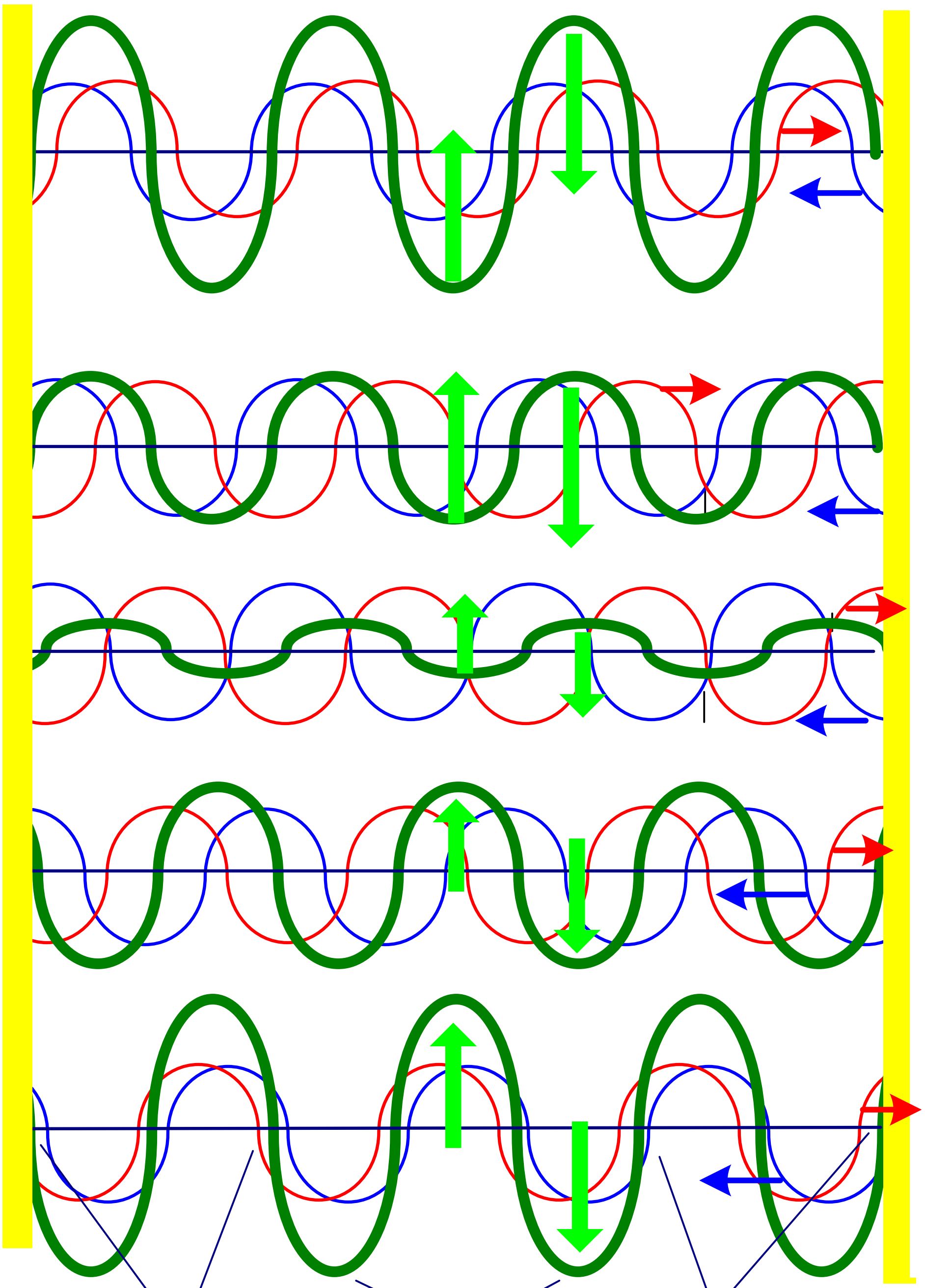
$$\log T = \log c' + (2)\log(L)$$

$$T = b_2' + \kappa_2'\ N^{\kappa 1'}$$

Από

$\log T \longrightarrow \log L$ βρίσκω κ1'

Στάσιμα κύματα



$y = A \sin[kx+\omega t)]$

προσπίπτον κύμα   ανακλώμενο κύμα

$y_{ολ} = A \sin(kx-\omega t) - A \sin(kx+\omega t)$

$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cos\beta \pm \cos\alpha \sin\beta$

Στάσιμο κύμα

(δεν φαίνεται να οδεύει)

$y_{ολ} = \underbrace{2A \sin(kx)}_{\text{πλάτος}} \cos(\omega t)$

συνάρτηση της θέσης

Το πλάτος $2A \sin(kx)$

γίνεται μέγιστο για $kx = \pi/2, 3\pi/2, \ldots$

με $k = 2\pi/\lambda$ $x = \lambda/4, 3\lambda/4, 5\lambda/4, \ldots$

κοιλίες

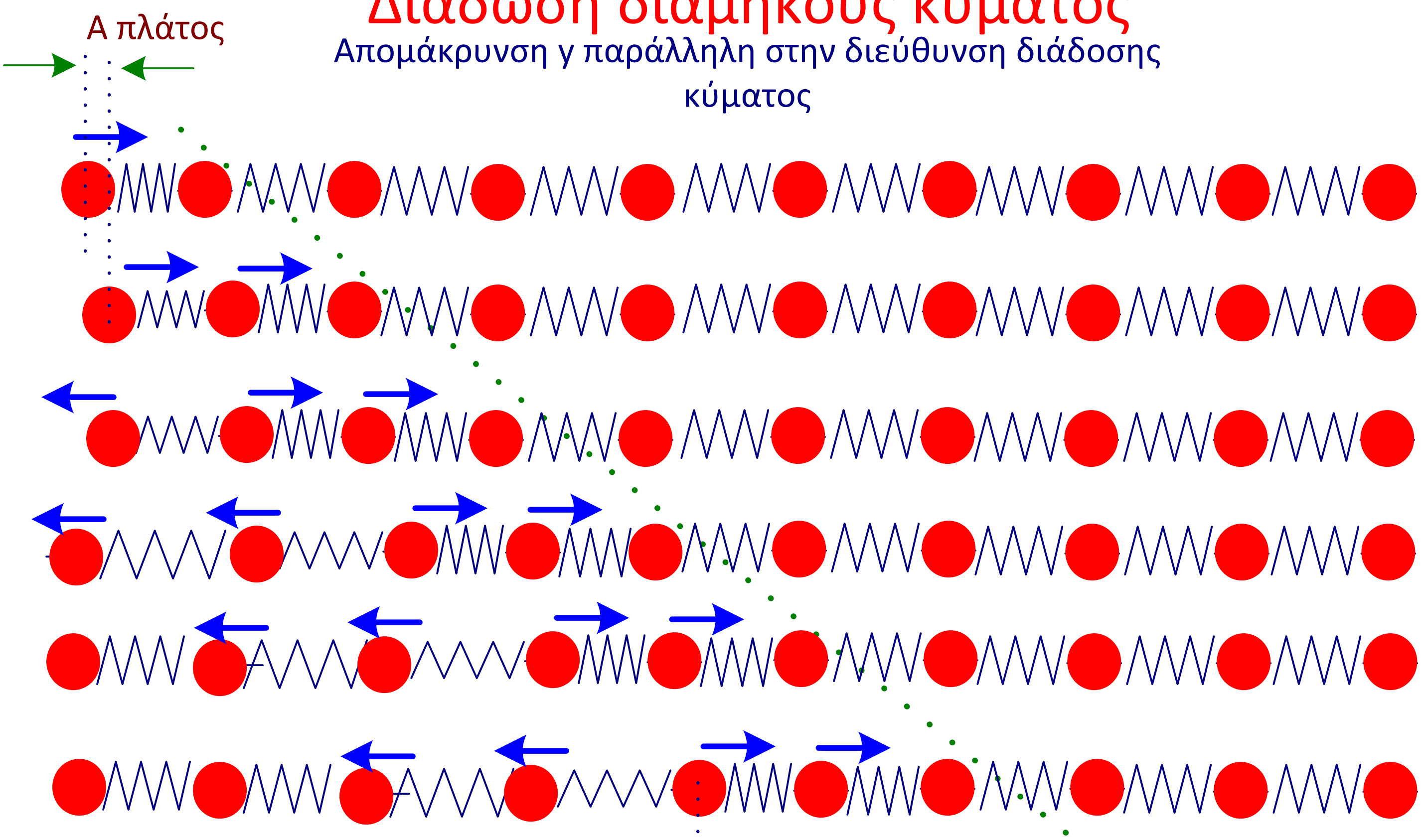
και ελάχιστο για $kx = \pi, 2\pi, 3\pi \ldots$

με $k = 2\pi/\lambda$ $x = \lambda/2, \lambda, \ldots$

δεσμοί

Διάδοση διαμήκους κύματος

Απομάκρυνση y παράλληλη στην διεύθυνση διάδοσης κύματος



αραίωμα πύκνωμα

Απομάκρυνση x παράλληλη στην διεύθυνση διάδοσης κύματος

υ ταχύτητα διάδοσης διαταραχής

Ταχύτητα ταλάντωσης διαμήκους κύματος

η ταχύτητα ταλάντωσης υ_x είναι παράλληλη στην ταχύτητα υ διάδοσης κύματος

υ_x

$$x = A \sin[kx-\omega t)]$$

$$\upsilon_x = \frac{dx}{dt}$$

μέγιστη υ_x

$$\upsilon_x = -A\omega \cos[kx-\omega t)]$$

ταχύτητα ταλάντωσης υ_x όχι ταχύτητα υ διάδοσης κύματος

Ταχύτητα ταλάντωσης εγκάρσιου κύματος

ταχύτητα ταλάντωσης υ_y κάθετη στην ταχύτητα υ διάδοσης κύματος

υ_y **υ**

$$y = A \sin[kx-\omega t)]$$

$$\upsilon_y = \frac{dy}{dt}$$

μέγιστη υ_y

$$\upsilon_y = -A\omega \cos[kx-\omega t)]$$

ταχύτητα ταλάντωσης υ_y όχι ταχύτητα υ διάδοσης κύματος

Επιτάχυνση ταλάντωσης α_y κάθετη στην ταχύτητα υ διάδοσης κύματος

$$\alpha_y = \frac{d^2y}{dt^2} \qquad \alpha_y = -A\omega^2 \sin[kx-\omega t)]$$

α_y **υ**

ακόμα ισχύει : $\dfrac{d^2y}{dx^2} = -Ak^2 \sin[kx-\omega t)]$

προκύπτει

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{\omega^2}{k^2}\frac{d^2y}{dx^2}$$

ισχύει για οποιοδήποτε κύμα όχι απαραίτητα αρμονικό

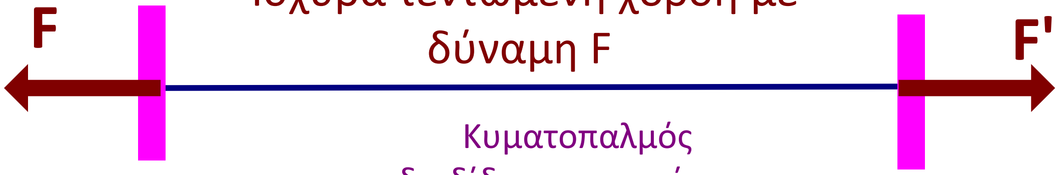
$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\omega^2}{k^2}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

y(x, t) γι' αυτό χρησιμ. μερικές παραγώγους

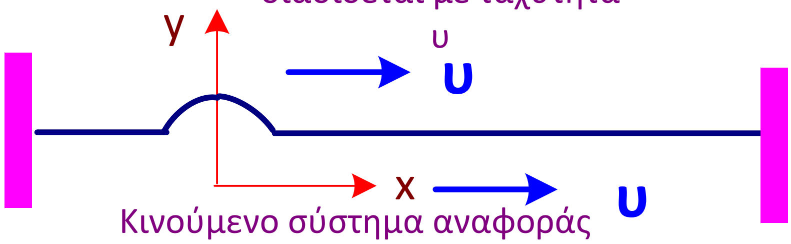
Κυματική εξίσωση

Ταχύτητα διάδοσης υ εγκάρσιου κύματος

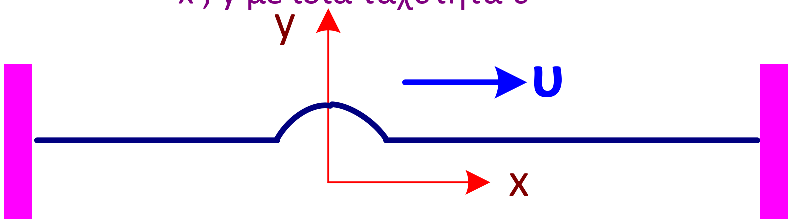
Ισχυρά τεντωμένη χορδή με δύναμη F



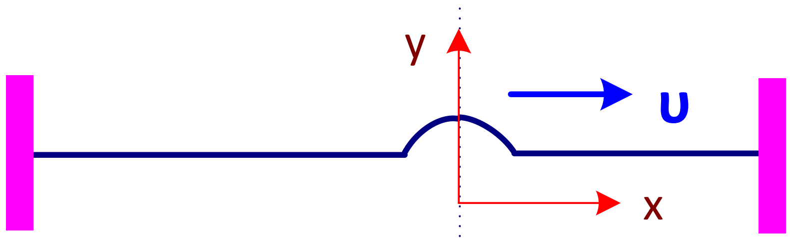
Κυματοπαλμός διαδίδεται με ταχύτητα υ

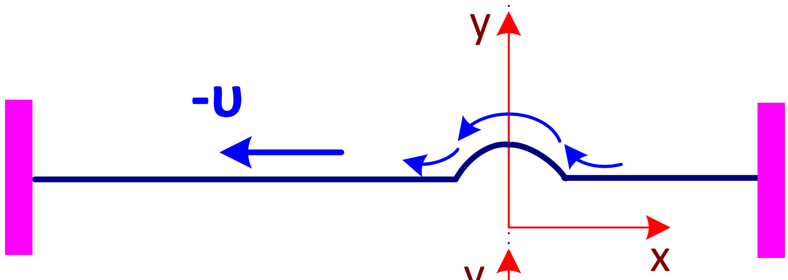


Κινούμενο σύστημα αναφοράς x , y με ίδια ταχύτητα υ

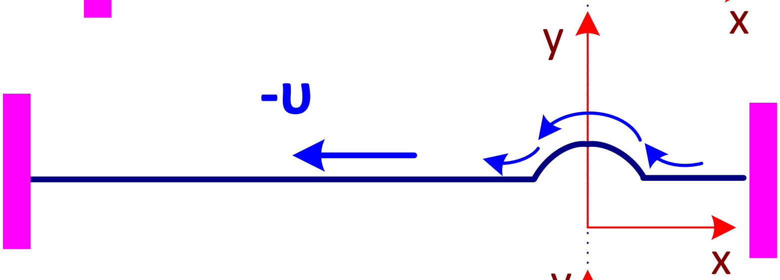


Το πλάτος του κυματοπαλμού είναι πολύ μικρότερο από το μήκος της χορδής

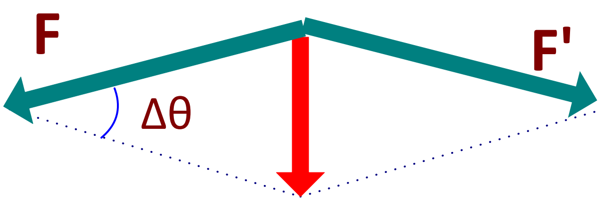




Στο κινούμενο σύστημα αναφοράς η χορδή φαίνεται να κινείται με ταχύτητα **- υ** και ο κυματοπαλμός φαίνεται να είναι ακίνητος



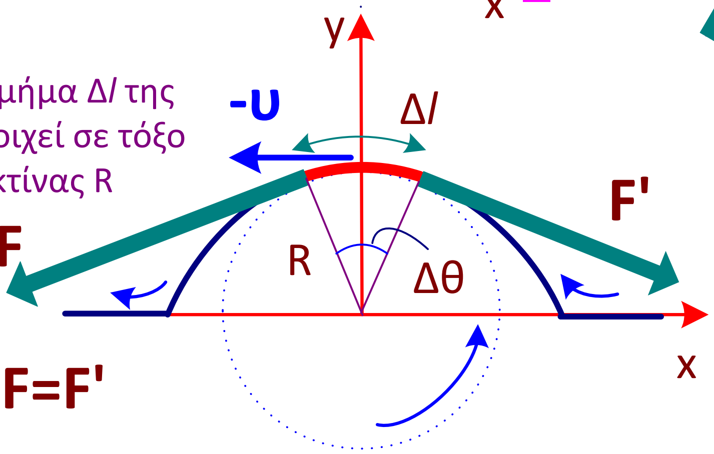
Το κινούμενο σύστημα αναφοράς έχει σταθερή ταχύτητα **- υ** άρα είναι αδρανειακό



F Δθ

αφού η χορδή φαίνεται να κινείται με ταχύτητα **- υ** η συνισταμένη δύναμη FΔθ είναι η κεντρομόλος δύναμης που ασκείται στο τμήμα Δ*l*

στοιχειώδες τμήμα Δ*l* της χορδής αντιστοιχεί σε τόξο κύκλου ακτίνας R



F=F'

$$\underbrace{F\,\Delta\theta}_{F_{κεντρομόλος}} = \Delta m\,\upsilon^2/R$$

$$F\,\Delta\theta = \mu\,\Delta l\,\,\upsilon^2/R$$

$$\Delta m = \mu\,\Delta l$$

μ : γραμμική πυκνότητα χορδής

$$F\,R\Delta\theta = \mu\,\Delta l\,\,\upsilon^2$$

$$R\,\Delta\theta = \Delta l$$

$$F = \mu\,\,\upsilon^2$$

$$\upsilon = \sqrt{F/\mu}$$

η υ διάδοσης μεγάλη όταν F μεγάλη και μ μικρή

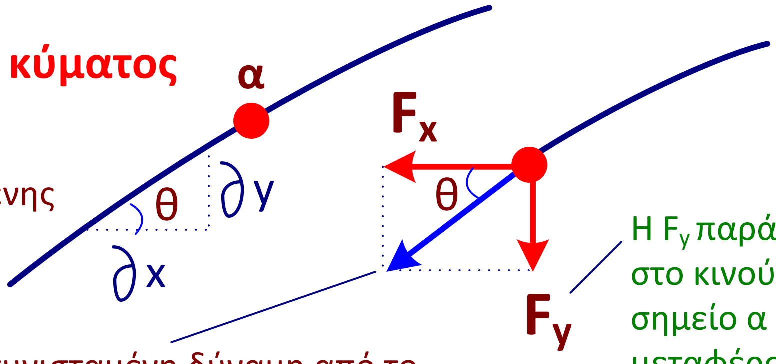
δηλ. η υ εξαρτάται από την δύναμη επαναφοράς και την αδράνεια της χορδής

αλλάζοντας την F αλλάζει η υ και το λ

$$\lambda = \upsilon / \nu = (F/\mu)^{1/2}/\nu$$

Ενέργεια κύματος

τμήμα ταλαντούμενης χορδής



συνισταμένη δύναμη από το τμήμα της χορδής αριστερά του α

Η F_y παράγει έργο στο κινούμενο σημείο α μεταφέροντας ενέργεια στα δεξιά του α

$$\text{κλίση χορδής} = \frac{\partial y}{\partial x} = -\frac{F_y}{F_x}$$

$$F_y = -F_x \frac{\partial y}{\partial x}$$

(-)

η F_y είναι αρνητική όταν η κλίση είναι θετική

Μεταφερόμενη ισχύς στα δεξιά του α

$$P = F_y\, \upsilon_y = -F_x \frac{\partial y}{\partial x}\frac{\partial y}{\partial t}$$

$$y(x, t) = A \sin(kx-\omega t)$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = Ak \cos(kx-\omega t)$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = -A\omega \cos(kx-\omega t)$$

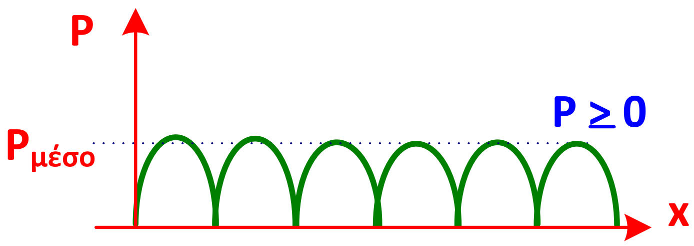
$$\omega = k\, \upsilon_y$$

$$\upsilon_y^{\,2} = F/\mu$$

Στιγμιαία ισχύς

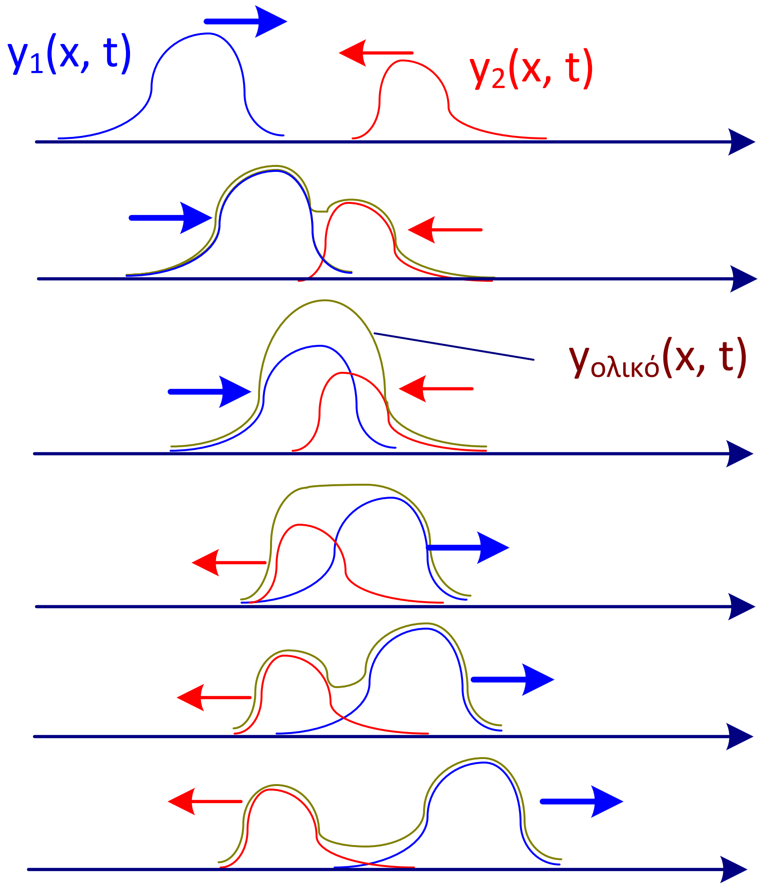
$$P = \underbrace{(F_x\mu)^{1/2}\omega^2 A^2}_{\text{Πλάτος μεταφερόμενης ισχύος}} \cos^2(kx-\omega t)$$

$$P_{\mu\acute{\varepsilon}\sigma o} = (1/2)\,(F_x\mu)^{1/2}\,\omega^2 A^2$$



Επαλληλία κυμάτων

Συμβολή 2 αντίθετα κινούμενων κυματοπαλμών



$$y_{\text{ολικό}}(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t)$$

Αρχή Επαλληλίας

σε κάθε σημείο η συνισταμένη απομάκρυνση το αθροισμα

ισχύει όταν η απομάκρυνση y είναι μικρή

Πότε δεν ισχύει η Αρχή της Επαλληλίας

όταν το ένα κύμα συνδιάζεται με το άλλο κύμα

π.χ.
όταν η απομάκρυνση y είναι μεγάλη τότε η τείνουσα δύναμη εξαρτάται από την y και το ένα κύμα επειρεάζει την ταχύτητα διάδοσης του άλλου