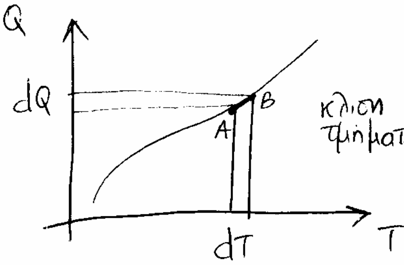
ΔΙΑΛΕΞΗ 10

Όπως είπαμε ο ορισμός της ειδικής θερμότητας (1) είναι $c = \frac{\Delta Q}{m \Delta T}$. Πρακτικώς το c είναι σταθερό σε σχετικά ευρείες περιοχές θερμοκρασιών. Υπάρχουν και περιπτώσεις όμως που μεταβάλλεται ελαφρώς με την θερμοκρασία. Σε αυτές τις περιπτώσεις πρέπει να ορίζεται ως $c = \frac{1}{m}\frac{dQ}{dT}$ όπου dQ είναι το απειροελάχιστο ποσό θερμότητος που πρέπει να δοθεί στο σύστημά μας για να αυξηθεί η θερμοκρασία του κατά το απειροελάχιστο ποσό dT. Ο λόγος $\frac{dQ}{dT}$ είναι η παράγωγος του Q ως προς T.



κλίση ευθυγρ. τμήματος AB $= \frac{dQ}{dT} =$ παράγωγο Q ως προς T

Δ. ΚΟΥΖΟΥΔΗΣ

Εάν γνωρίζουμε το c συναρτήσει του T μεταξύ δύο θερμοκρασιών T_1 και T_2, μπορούμε να βρούμε το ολικό ποσό Q της θερμότητας που προσφέρθηκε στο σύστημα:

$$c = \frac{1}{m}\frac{dQ}{dT} \Rightarrow dQ = mc\,dT \Rightarrow Q = \int_{T_1}^{T_2} dQ = m\int_{T_1}^{T_2} c(T)\,dT$$

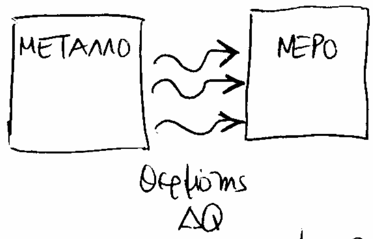
ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Η παραπάνω σχέση ισχύει ΜΟΝΟ όταν δεν έχουμε αλλαγή φάσης από $T_1 \rightarrow T_2$. Ομοίως ο ορισμός $c = \frac{1}{m}\frac{dQ}{dT}$ δεν ισχύει πάνω σε αλλαγές φάσης!

Παράδειγμα 20.2

Κομμάτι μέταλλο μάζας 0.05 kg στους 200°C εμβαπτίζεται σε δοχείο νερού μάζας 0.4 kg και θερμοκρασίας 20°C. Η τελική θερμοκρασία είναι 22.4°C. Προσδιορίστε το είδος του μετάλλου μετρώντας την ειδική θερμότητά του.

Λύση:

Το μέταλλο αποβάλλει ένα ποσό θερμότητας ΔQ για να ψυχθεί. Αυτό το ποσό θερμότητας το απορροφά το νερό για να ζεσταθεί. Θεωρώντας τις ειδικές θερμότητες c_M και c_N του μετάλλου και του νερού αντίστοιχα έχουμε:



$$c_M = \frac{-\Delta Q}{m_M \cdot \Delta T_M} \qquad c_N = \frac{\Delta Q}{m_N \Delta T_N}$$

Λύνοντας ως προς ΔQ.

$$\Delta Q = -c_M m_M \Delta T_M \qquad \Delta Q = m_N c_N \Delta T_N$$

Εξισώνοντας ΔQ

$$\boxed{-m_M c_M \Delta T_M = m_N c_N \Delta T_N} \quad (1)$$

Δ. ΚΟΥΖΟΥΔΗΣ

Αρχικά το μέταλλο είναι σε 200° και ψύχεται σε 22.4°C

Επομένως $\Delta T_M = 22.4° - 200°\ C = -177.6\ °C = -177.6\ K$

Το νερό αρχικά είναι σε 20° και ζεσταίνεται στους 22.4°C

Επομένως $\Delta T_N = 22.4° - 20.0° = 2.4\ °C = 2.4\ °K$

(Διαφορές θερμοκρασίας είναι οι ίδιες σε °C και K)

(Θυμηθείτε ότι στις διαφορές παίρναμε τελικό − αρχικό).
Γνωρίζουμε επίσης ότι η ειδική θερμότητα του νερού είναι $c_N = 1 \frac{cal}{g\cdot K}$ και ότι $m_N = 0{,}4\ kg$ και $m_M = 0{,}05\ kg$. Αντικαθιστώντας στην $\boxed{1}$ έχουμε:

$$-0.05\ kg \times c_M \times (-177.6\ K) = 0{,}4\ kg \times \frac{1\ cal}{g\cdot K} \times 2{,}4\ K \Rightarrow$$

$$\Rightarrow c_M = 0{,}108 \frac{cal}{g\cdot K} = 0{,}453 \frac{J}{g\cdot K} = 453 \frac{J}{kg\cdot K}$$

Συγκρίνοντας με γνωστές ειδικές θερμότητες, συμπεραίνουμε ότι το μέταλλο μάλλον πρόκειται για σίδηρο.

Χ. ΦΟΥΖΟΥΛΗΣ

Εάν μας ρωτούσαν πόση συνολική θερμότητα έκρινε το νερό σκεφτόμαστε ως εξής:
Το $c = \frac{1\ cal}{g\cdot K} = \frac{4{,}19\ J}{g\cdot K}$ είναι πρακτικώς σταθερό στις θερμοκρασίες $0 \rightarrow 100\ °C$ που υφίσταται το νερό. Επομένως από την $c_N = \frac{1}{m_N}\frac{\Delta Q}{\Delta T_N} \Rightarrow \Delta Q = m_N c_N \Delta T_N \Rightarrow$

$$\Delta Q = 0.4\ kg \times \frac{4190\ J}{kg\cdot k} \times 2{,}4\ k \Rightarrow \boxed{\Delta Q = 4020\ J}$$

Παράδειγμα: Ένα ολοκληρωμένο κύκλωμα από πυρίτιο μάζας 23 mg βρίσκεται πάνω στην μητρική πλακέτα και διαρρέεται από ρεύμα το οποίο παράγει θερμότητα με ρυθμό 7.4 mJ/s. Με τι ρυθμό αυξάνει η θερμοκρασία του κυκλώματος; Χρειάζεται να φροντίσετε για την ψύξη της μητρικής; Η ειδική θερμότητα του πυριτίου είναι 705 J/kg·K

Λύση:

Σε χρόνο $\Delta t = 1\,s$ παράγεται ποσό θερμότητας ίσο με $\Delta Q = 7.4\ mJ = 7.4 \times 10^{-3}\ J$ από το ρεύμα. Από τον ορισμό της ειδικής θερμότητας του πυριτίου

$c = \frac{1}{m}\frac{\Delta Q}{\Delta T}$ λύνουμε ως προς ΔT και έχουμε

$$\Delta T = \frac{1}{m}\frac{\Delta Q}{c} = \frac{1}{23 \times 10^{-6}\ kg}\ \frac{7.4 \times 10^{-3}\ J}{705\ J/kg\cdot K} = 0.46\ K$$

Επομένως η θερμοκρασία αυξάνεται κατά μισό περίπου βαθμό K ανά δευτερόλεπτο. Καταλαβαίνει λοιπόν κανείς ότι η ψύξη του ολοκληρωμένου κρίνεται επιτακτική αλλιώς σε 4-5 λεπτά θα ψηθεί!!!

Παράδειγμα:

Μια σχετικά άδεια φιάλη υποβρύχιας κολύμβησης έχει όγκο 11 λίτρων σε 21°C και πίεση 1 ατμόσφαιρας ($1\ atm \simeq 1{,}013 \times 10^5\ Pa$). Για να γεμίσει η φιάλη συμπιέζεται με διαφορική πίεση $2{,}10 \times 10^7\ Pa$ και παρατηρείται ότι η θερμοκρασία αυξάνει στους 42°C. Πόση μάζα αέρα προστέθηκε; (ο αέρας έχει μέση γραμμομοριακή μάζα 28,8 gr ανά mol).

Λύση:

Θα χρησιμοποιήσουμε την καταστατική εξίσωση των αερίων $PV = nRT \Rightarrow n = \frac{PV}{RT}$.

όπου $R = 8{,}315\ J/mol \cdot K$ η σταθερά των αερίων.

Δ. ΚΟΥΖΟΥΔΗΣ

α) άδεια φιάλη.

Αν δεχθούμε ότι αρχικώς η φιάλη βρίσκεται σε θερμοκρασία δωματίου $T = 25°C = 298\ K$ και δεδομένου ότι $11\ \ell = 11 \times 10^{-3}\ m^3$ τότε:

$$n = \frac{1{,}013 \times 10^5\ Pa \times 11 \times 10^{-3}\ m^3}{8{,}31\ \frac{J}{mole \cdot K} \times 298\ K} = 0{,}45\ mole$$

β) γεμάτη φιάλη

Τώρα η θερμοκρασία είναι $42°C = 315\ K$ και η πίεση είναι $2{,}10 \times 10^7\ Pa$ σε σχέση με την ατμοσφαιρική πίεση (διαφορική πίεση). Επομένως πρέπει να προσθέσουμε μια ατμόσφαιρα στην παραπάνω τιμή:

$$P = 2{,}10\times10^{7} + 1{,}013\times10^{5}\ Pa = 2{,}11\times10^{7}\ Pa.$$

Η καταστατική εξίσωση δίνει:

$$n' = \frac{P'V}{RT'} = \frac{2{,}11\times10^{7}\ Pa \times 11\times10^{-3}\ m^{3}}{8{,}31\ \frac{J}{mol\cdot K} \times 315\ K} = 88{,}6\ mol$$

Επομένως ο αριθμός των γραμμομορίων αυξάνεται κατά $\Delta n = n' - n = 88{,}6 - 0{,}45 = 88{,}15$ mol

Αφού όπως είναι γνωστό 1 mol περιέχει μάζα ίση με την γραμμομοριακή μάζα 28,8g τότε τα 88,15 mol περιέχουν

$$\Delta m = \Delta n \times 28{,}8 = 88{,}15 \times 28{,}8 = 2540\ g = \underline{\underline{2{,}54\ kg}}$$

δ) ΛΑΝΘΑΝΟΥΣΑ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑ.

Όπως είδαμε παραπάνω, όταν προσφέρουμε ένα ποσό θερμότητας ΔQ σε ένα σύστημα, αυτό ζεσταίνεται και η θερμοκρασία του αυξάνει κατά ΔT. Αυτό ισχύει πάντοτε; Απάντηση: όχι γιατί όπως είδαμε κατά την μεταβολή φάσης η θερμοκρασία παραμένει σταθερή. Έτσι π.χ. εάν προσφέρουμε ποσό θερμότητας ΔQ σε ένα κομμάτι πάγου μάζας m και θ=0 C, τότε αυτό θα αρχίσει να λιώνει αλλά η θερμοκρασία του θα παραμένει σταθερή.

Το συνολικό ποσό θερμότητας Q ανά μονάδα μάζας $L = Q/m$ που απαιτείται για την πλήρη μετατροπή μιας φάσης σε κάποια άλλη, ονομάζεται <u>λανθάνουσα θερμότητα</u>. (7)

π.χ.:

	T_ϕ (°C)	L (J/kg)
Νερό	100	$2{,}26 \times 10^6$
Χαλκός	1083	$1{,}34 \times 10^5$
Χρυσός	1063	$6{,}44 \times 10^4$
Αιθυλ. Αλκοόλη	78	$8{,}54 \times 10^5$
Πάγος	0	$3{,}33 \times 10^5$

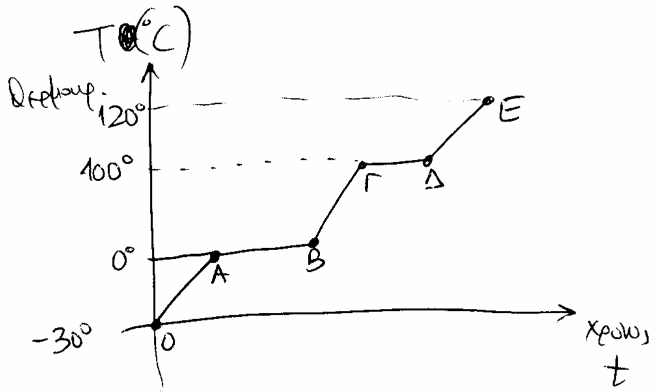
Έτσι υπάρχουν δύο περιπτώσεις:

ΑΛΛΑΓΗ ΦΑΣΗΣ	T = σταθερό	$\Delta Q = mL$
ΜΗ ΑΛΛΑΓΗ ΦΑΣΗΣ	T: μεταβάλλεται	$\Delta Q = mc\Delta T$

Παράδειγμα :

Πόση θερμότητα πρέπει να προσθέσουμε σε 1 g πάγου στους −30°C για να το μετατρέψουμε σε ατμό στους 120°C ;

Λύση :



Τμήμα ΟΑ : 1 φάση ⇒ $\Delta Q = mc\Delta T \Rightarrow$

$$\Delta Q = 1\times10^{-3}\,kg \times 2000\,\frac{J}{kg\cdot K}\times 30\,K = 62{,}7\ J$$

Τμήμα ΑΒ : 2 φάσεις ⇒ $\Delta Q = mL \Rightarrow$

$$\Delta Q = 1\times10^{-3}\,kg \times 3{,}33\,\frac{J}{kg} = 333\ J$$

Τμήμα ΒΓ : 1 φάση ⇒ $\Delta Q = mc\Delta T \Rightarrow$

$$\Delta Q = \qquad 4{,}19\times10^{2}\ J$$

(9)

Τμήμα ΓΔ : 2 φάσεις $\Rightarrow$ $\Delta Q = mL$

226×10^3 J

Τμήμα ΔΕ : 1 φάση $\Rightarrow$ $\Delta Q = mc\,\Delta T$

$$\Delta Q = 1 \times 10^{-3} kg \times 2 \times 10^3 \frac{J}{kg \cdot K} \times 20^\circ K = 40{,}2 \ J$$

Συνολικά $Q = \Sigma Q = 3{,}11 \times 10^3$ J