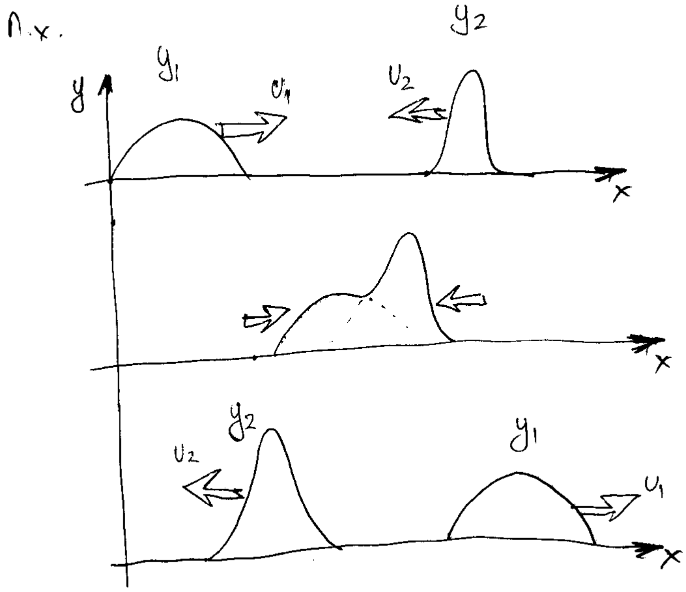
⊚ Επαλληλία κυμάτων

$$y = y_1 + y_2$$

π.χ.



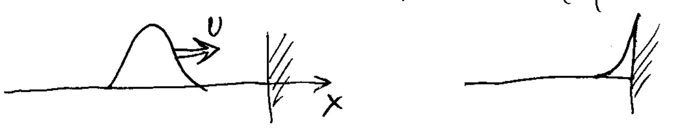
Δυο κύματα πάνω στο ίδιο νήμα Αντίθετα κινούμενα

Σαν να περνάει το ένα ανάμεσα από το άλλο

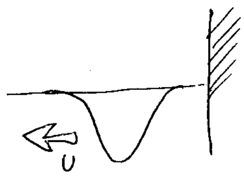
Δ. ΚΟΥΖΟΥΔΗΣ

⊚ Ανάκλαση κυμάτων

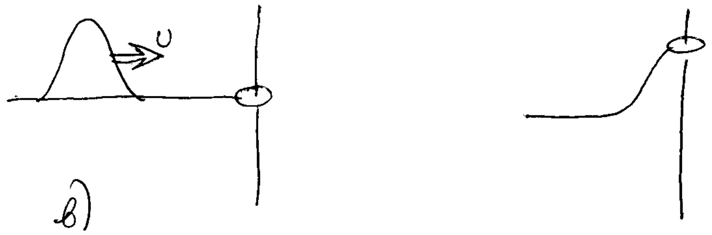
Όταν το νήμα είναι προσδεμένο σε ~~σταθερό~~ σταθερό σημείο όπως τοίχος π.χ. το κύμα αντιστρέφεται



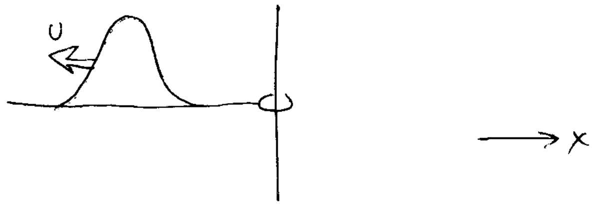
a)



Όταν όμως το νήμα είναι ελεύθερο να κινείται στο άκρο, π.χ. είναι προσδεμένο σε θηλιά, το κύμα αλλάζει κατεύθυνση αλλά δεν αντιστρέφεται



β)



Έτσι π.χ. στην περίπτωση α έχουμε $y=f(x-vt)$ πριν να φτάσει στον τοίχο και $y=-f(x+vt)$ μετά, δηλαδή τόσο η υ όσο και το y αλλάζουν πρόσημο μετά την ανάκλαση.

Αντιθέτως στην περίπτωση β έχουν $y=f(x-vt)$ πριν την ανάκλαση, ενώ $y=f(x+vt)$ μετά. δηλαδή μόνο η υ αλλάζει πρόσημο.

Δ. ΚΟΥΖΟΥΔΗΣ

Ταχύτητα κύματος σε χορδή

Η ταχύτητα ενός κύματος που διαδίδεται πάνω σε τεντωμένο νήμα δίνεται από την $\upsilon=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$

όπου F: η τάση της χορδής

και μ: η μάζα ανά μονάδα μήκους του νήματος.

Π.χ. εάν τεντώνουμε μια χορδή με $F=100\ N$ και η χορδή ζυγίζει $m=10g$ και έχει μήκος $\ell=1\ m$

τότε $\mu=\frac{m}{\ell}=\frac{0.01\ kg}{1\ m}=10^{-2}\ \frac{kg}{m}$ και

$\upsilon=\sqrt{\frac{F}{\mu}}=\sqrt{\frac{100\ N}{10^{-2}\ kg/m}}$ ή $\upsilon=100\ \frac{m}{s}$

β) Αρμονικά κύματα

με $k=\frac{2\pi}{\lambda}$ $\omega=\frac{2\pi}{T}$

$y=y_0\sin(k(x-\upsilon t))=y_0\sin(kx-k\upsilon t)$

ορίζουμε $\omega=k\upsilon$

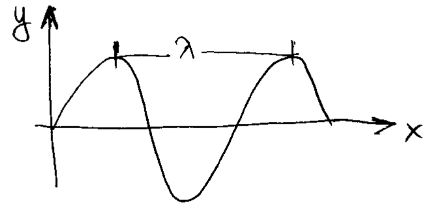
$y=y_0\sin(kx-\omega t)$

Δ. ΚΟΥΖΟΥΔΗΣ

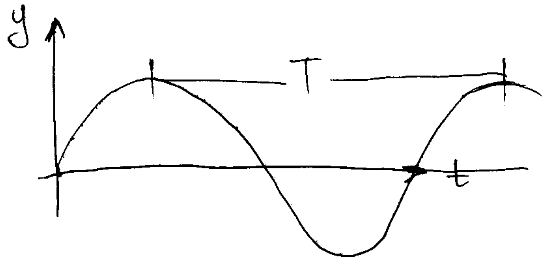
Γράφουμε επίσης $k=\frac{2\pi}{\lambda}$ και $\omega=\frac{2\pi}{T}$

& έχουμε $y=y_0 \sin 2\pi\left(\frac{x}{\lambda}-\frac{t}{T}\right)$ όπου λ: μήκος κύματος

T: περίοδος.



$t =$ σταθερό



$x =$ σταθερό

Έτσι $v=\frac{\omega}{k}=\frac{\lambda}{T}=\lambda f$ όπου $f=\frac{1}{T}$

⑥ Εγκάρσια ταχύτητα.

Στα εγκάρσια κύματα εκτός από την ταχύτητα διάδοσης v του κύματος, ορίζεται και η εγκάρσια ταχύτητα v_y κατά την διεύθυνση y με την οποία ταλαντεύονται κατακόρυφα π.χ. τα μόρια της χορδής για κύμα πάνω σε χορδή

Δ. ΚΟΥΖΟΥΔΗΣ

...ως το κύμα διαδίδεται προς τα δεξιά, τα μόρια της χορδής ταλαντώνονται κατακόρυφα. Σε χρόνο dt τα μόρια αυτά κινούνται κατά dy προς την διεύθυνση του y επομένως η εγκάρσια ταχύτητα u_y δίνεται από την σχέση:

$$u_y = \frac{dy}{dt}$$ για ημιτονοειδές κύμα όπου $y = y_0 \sin(kx-\omega t)$ έχουμε

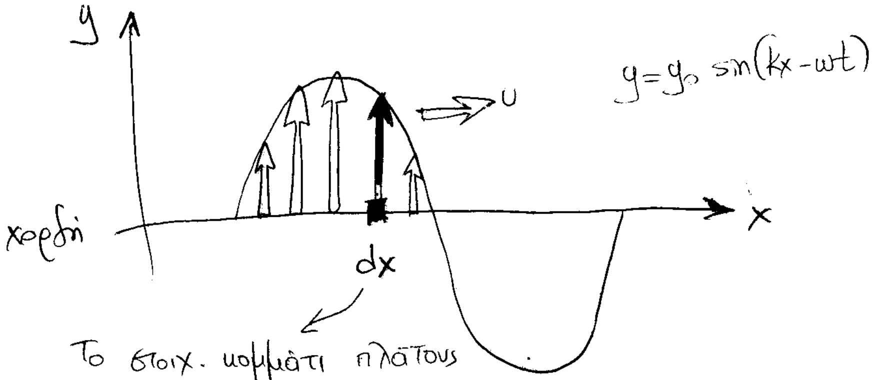
$$u_y = -\omega y_0 \cos(kx-\omega t) = -u_{y0} \cos(kx-\omega t)$$

όπου $u_{y0} = \omega y_0$ η μέγιστη εγκάρσια ταχύτητα.

Δ. ΚΟΥΖΟΥΔΗΣ

Ⓞ Ενέργεια αρμονικών κυμάτων σε χορδή

Όταν ένα αρμονικό (ημιτονοειδές) κύμα διέρχεται μέσα από μια χορδή, το κάθε ~~σε~~ στοιχειώδες κομμάτι της χορδής εκτελεί κατακόρυφη ταλάντωση με κυκλική συχνότητα ω:



Το στοιχ. κομμάτι πλάτους dx εκτελεί ταλάντωση σαν απλός αρμονικός ταλαντωτής.

Επομένως μπορούμε να θεωρήσουμε κάθε κομμάτι (6) ως απλό αρμονικό ταλαντωτή. Ως γνωστόν η ενέργεια ενός ταλαντωτή είναι $E = \frac{1}{2} k x_0^2 = \frac{1}{2} \omega^2 m x_0^2$ όπου m: η μάζα του και x_0: το πλάτος ταλάντωσης.

Το στοιχ. κομμάτι της χορδής έχει μάζα dm και πλάτος ταλάντωσης y_0 & επομένως ενέργεια dE ίση με

$$dE = \frac{1}{2} \omega^2 dm \, y_0^2$$

Εάν $\mu = \frac{dm}{dx}$ είναι η γραμμική πυκνότητα (μάζα ανά μήκος) της χορδής τότε $dE = \frac{1}{2} \mu dx \, \omega^2 y_0^2$. Συνήθως μας ενδιαφέρει η ισχύς P που ορίζεται ως ενέργεια ανά μονάδα χρόνου $P = \frac{dE}{dt}$ έτσι:

$P = \frac{1}{2} \mu \frac{dx}{dt} \omega^2 y_0^2$ όμως $\frac{dx}{dt}$ είναι η ταχύτητα υ διάδοσης του κύματος και έτσι:

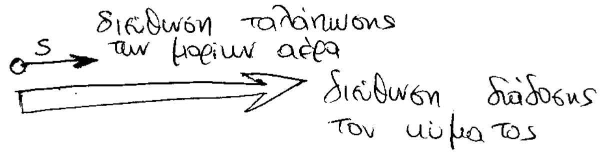
$$\boxed{P = \frac{1}{2} \mu \upsilon \omega^2 y_0^2}$$

που είναι & το τελικό αποτέλεσμα.

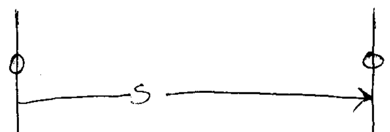
ⓞ Ηχητικά κύματα.

Ένα ηχείο (παλλόμενη μεμβράνη) δημιουργεί πυκνώματα & αραιώματα του αέρα τα οποία διαδίδονται μακριά από το ηχείο

Δ. ΚΟΥΖΟΥΔΗΣ



Το κύμα αυτό είναι διαμήκες, δηλαδή η ταλάντωση των μορίων είναι κατά την διεύθυνση διάδοσης του κύματος. Ορίζουμε ως s την απομάκρυνση των μορίων του αέρα από την θέση ισορροπίας τους



Θέση μορίου πριν την διέλευση του κύματος

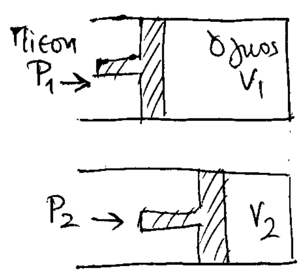
Θέση μορίου κατά την διέλευση του κύματος.

Για αρμονικό κύμα έχουμε $s = s_0 \sin(kx - \omega t)$.

Δ. Κογζογδης

α) Μέτρο ελαστικότητας όγκου

Είναι γνωστό ότι τα αέρια είναι συμπιεστά, εάν δηλαδή αυξήσουμε την πίεση πάνω τους τότε αλλάζει ο όγκος τους:



Εάν η πίεση αυξηθεί από P_1 σε P_2 τότε ο όγκος μειώνεται από V_1 σε V_2. Για κανονικές πιέσεις και όγκους αυτές οι δύο μεταβολές είναι ανάλογες:

$\Delta P = -\,\text{σταθ.}\cdot \Delta V$

όπου $\Delta P = P_2 - P_1$ και $\Delta V = V_2 - V_1$ και

Το πρόσημο (−) χρειάζεται γιατί τα ΔP και ΔV είναι ετερόσημες. Ορίζοντας το πηλίκο $\frac{\Delta V}{V_1}$ ως την ογκομετρική παραμόρφωση του όγκου τότε μπορούμε να γράψουμε $\Delta P = -B \frac{\Delta V}{V_1}$ όπου B μια σταθερά η οποία είναι χαρακτηριστική του αερίου και είναι γνωστή ως <u>μέτρο ελαστικότητας του όγκου</u>. (Η παραπάνω σχέση είναι της μορφής $F = -kx$ σε ελατήριο με το ΔP να αντιστοιχεί στην δύναμη F, το $\frac{\Delta V}{V_1}$ στην απομάκρυνση x, και το B στην σταθερά του ελατηρίου k που είναι χαρακτηριστική του ελατηρίου).

Δ. ΚΟΥΖΟΥΔΗΣ

Για τα ηχητικά κύματα ισχύει $\upsilon = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$ όπου ρ η πυκνότητα του αερίου μέσα από το οποίο διαδίδεται το κύμα (συγκρίνετε με την $\upsilon = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ για κύμα σε χορδή).

Αποδεικνύεται ότι οι τιμές διακύμανσης της πίεσης ΔP λόγω της έλευσης του κύματος είναι 90° εκτός φάσης από τις τιμές μετατόπισης s των μορίων του αερίου. Εάν δηλαδή σε κάποιο σημείο

με συντεταγμένη x την χρονική στιγμή t η (9)
απομάκρυνση των μορίων περιγράφεται από την

$$s(x,t) = s_0 \sin(kx-\omega t)$$

τότε

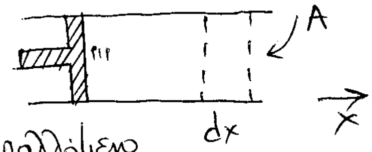
$$\Delta P = -P_0 \cos(kx-\omega t) .$$

Επίσης αποδεικνύεται ότι $P_0 = \rho\, \upsilon\, \omega\, s_0$

πυκνότητα αερίου — ταχύτητα — συχνότητα κύματος

6) <u>Ενέργεια ηχητικού κύματος</u>

Μπορούμε να εργαστούμε όπως και στην περίπτωση της χορδής. Θεωρούμε ένα στοιχειώδες κομμάτι του αερίου μήκους dx και επιφάνειας A το οποίο συμπεριφέρεται ως αρμονικός ταλαντωτής με συχνότητα ω.



Εάν η μάζα του είναι dm τότε έχει ενέργεια

$$dE = \frac{1}{2} dm \cdot \omega^2 s_0^2 \quad \left(\text{όπως } \frac{1}{2} m\omega^2 x_0^2 \text{ του ταλαντωτή}\right)$$

Από τον ορισμό της πυκνότητας $\rho = \frac{dm}{dV}$ όπου $dV = A\,dx$ ο όγκος του στοιχειώδους τμήματος. Έτσι $dm = \rho A\,dx$ και $dE = \frac{1}{2}\rho A\,dx\,\omega^2 s_0^2$. Η ισχύς $P = \frac{dE}{dt}$ ισούται με $P = \frac{1}{2}\rho\,\upsilon\,\omega^2 s_0^2$ όπου $\upsilon = \frac{dx}{dt}$ είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος

Δ. ΚΟΤΖΟΓΔΗΣ

Μια ποσότητα που εμφανίζεται πρακτικά στις περιπτώσεις που ασχολούμαστε με ~~...~~ ήχο είναι η ένταση I η οποία ορίζεται ως ενέργεια ανά χρόνο και ανά επιφάνεια:

$$I = \frac{dE}{dt\,A} = \frac{P}{A} \quad ή \quad \boxed{I = \frac{1}{2}\rho v (\omega s_0)^2}$$

ένταση ηχητικού κύματος

πυκνότητα αερίου

ταχύτητα κύματος

κυκλ. συχνότητα

πλάτος

κύματος

Δ. ΚΟΓΖΟΓΔΗΣ

Επειδή ~~..~~ τα επίπεδα του ήχου που μπορεί να ανιχνεύσει το ανθρώπινο αυτί καλύπτουν ένα μεγάλο εύρος εντάσεων, ~~...~~ από $10^{-12}\,\frac{W}{m^2}$ έως και $10^{3}\,\frac{W}{m^2}$, συνήθως χρησιμοποιούμε λογαριθμικές κλίμακες για να αναπαραστήσουμε αυτά τα νούμερα. Έτσι αντί να λέμε ότι η ένταση αυξήθηκε κατά 10^5 ή 10^7 πχ, λογαριθμίζουμε και λέμε ότι αυξήθηκε κατά $\log_{10} 10^5 = 5$ ή $\log_{10} 10^7 = 7$ τάξεις μεγέθους.

Έτσι ορίζουμε την ένταση σε "ντεσιμπέλ" (dB) ως

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$ όπου I η ένταση και

$I_0 = 10^{-12}\,\frac{W}{m^2}$ μια ένταση αναφοράς (είναι κατά μέσο