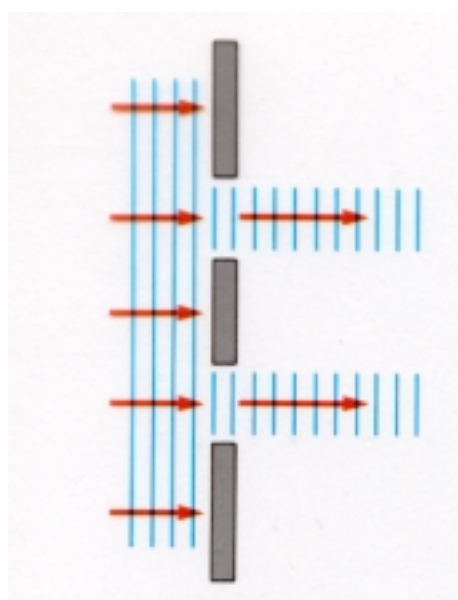


Κεφ. 9 ΣΥΜΒΟΛΗ, ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ,... (Interference, Diffraction,...)

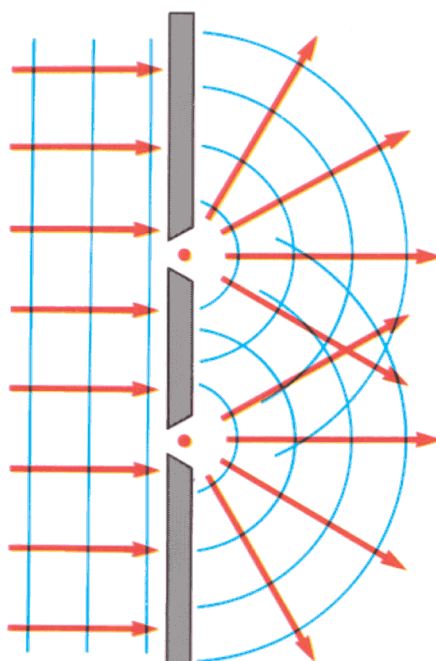
(part 1, pages 1-9)

Σύμφωνες πηγές είναι απaráλλαχτα όμοιες πηγές που εκπέμπουν κύματα της ίδιας συχνότητας με σταθερή διαφορά φάσης (υποθέτουμε ότι οι πηγές είναι **μονοχρωματικές**, δηλ. εκπέμπουν μία μόνο συχνότητα ή ένα μόνο μήκος κύματος).

Σύμφωνες πηγές & αρχή του Huygens:



Διαστάσεις οπών $\gg \lambda$



Διαστάσεις οπών $\approx \lambda$

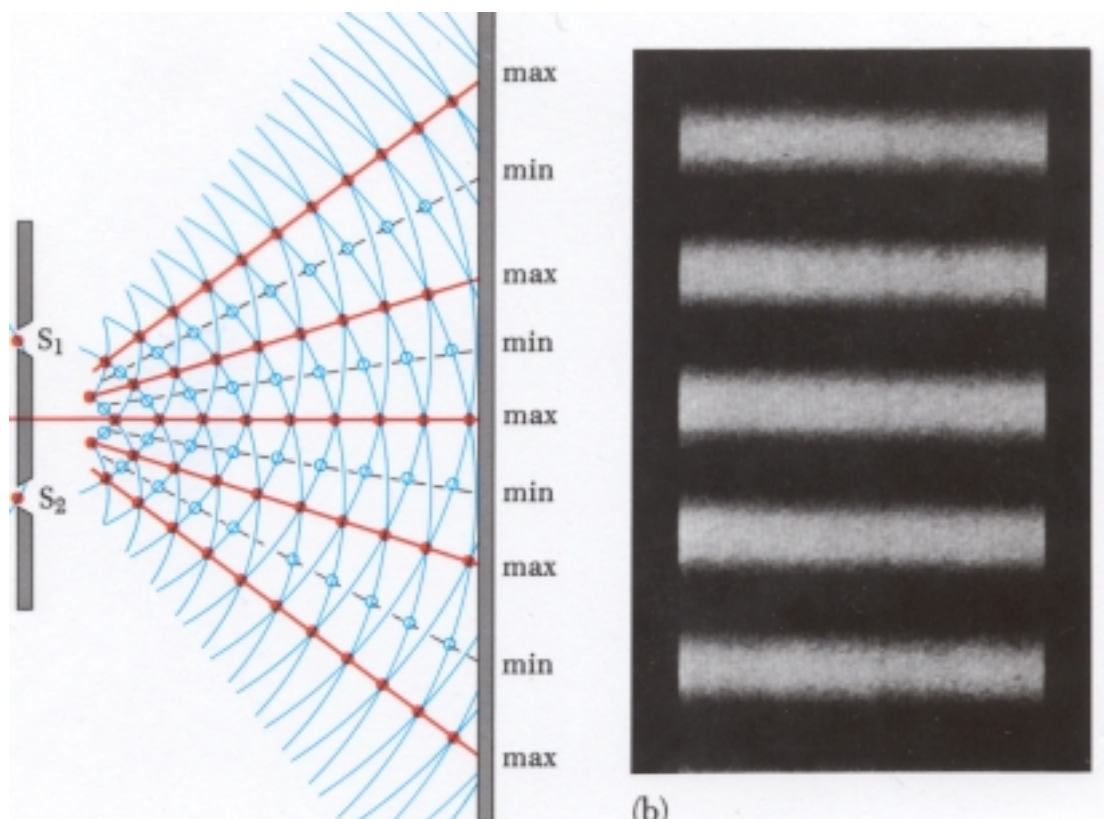
Συμβολή από 2 σύμφωνες πηγές

Θεωρούμε δύο οδεύοντα $y_1(t)$, $y_2(t)$ κύματα που παράγονται από τις σημειακές σύμφωνες πηγές S_1 και S_2 .

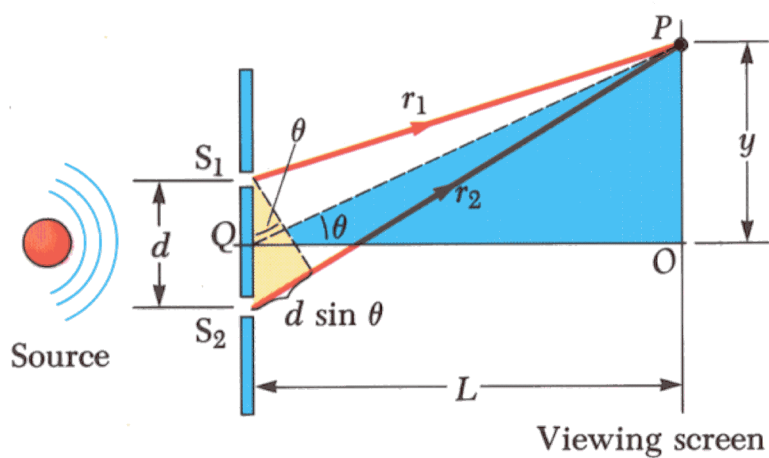
Σε τυχόν σημείο P, η **υπέρθεση** (ή η **συμβολή**) των δύο κυμάτων δίδει **ενισχυτική** ή **καταστρεπτική συμβολή**.

Η εικόνα που σχηματίζεται επί οθόνης ή σε φίλμ είναι στάσιμη και λέγεται **εικόνα συμβολής** (interference pattern).

Εικόνα συμβολής



Σε τυχόν σημείο P του χώρου, που απέχει αποστάσεις r_1, r_2 από τις πηγές S_1, S_2 .



Για **εγκάρσια κύματα** (όπως τα ΗΜΜ)
(υποθέτουμε **πόλωση** στο επίπεδο προβολής)

$$y_1(t) = A \cos(\omega t - kr_1 + \varphi_1)$$

$$y_2(t) = A \cos(\omega t - kr_2 + \varphi_2)$$

Το πλάτος A είναι σταθερό και για τις 2 πηγές (ή μπορεί να εξαρτάται από την απόσταση r για σφαιρικά κύματα, που όμως για μεγάλες αποστάσεις $r \gg r_1, r_2$ πάλι είναι σταθερό).

Το συνιστάμενο κύμα στο P είναι,

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t)$$

$$= A \cos(\omega t - kr_1 + \varphi_1) + A \cos(\omega t - kr_2 + \varphi_2)$$

$$= 2A \cos(\omega t - kr + \varphi) \cos\left(k \frac{r_2 - r_1}{2} + \delta\right)$$

όπου $r = (r_1 + r_2)/2$, $\varphi = (\varphi_1 + \varphi_2)/2$, $\delta = (\varphi_1 - \varphi_2)/2$. Από σχήμα βλέπουμε ότι η διαφορά δρόμου $(r_2 - r_1) \approx d \sin \theta$, άρα

$$y(t) = \hat{A} \cos(\omega t - kr + \varphi)$$

όπου

$$\hat{A} = 2A \cos\left(k \frac{d \sin \theta}{2} + \delta\right)$$

Για ευκολία μας (χωρίς να αλλάζουν τα συμπεράσματα), παίρνουμε $\delta = (\varphi_1 - \varphi_2)/2 = 0$, οπότε μπορούμε να βρούμε πιο εύκολα τα μέγιστα και ελάχιστα του πλάτους του συνιστάμενου οδεύοντος κύματος. Έχουμε λοιπόν,

$$\hat{A} = 2A \cos\left(k \frac{d \sin \theta}{2}\right)$$

$$= 2A, \text{ όταν } k d \sin \theta / 2 = m\pi$$

$$= 0, \text{ όταν } k d \sin \theta / 2 = (m + \frac{1}{2})\pi$$

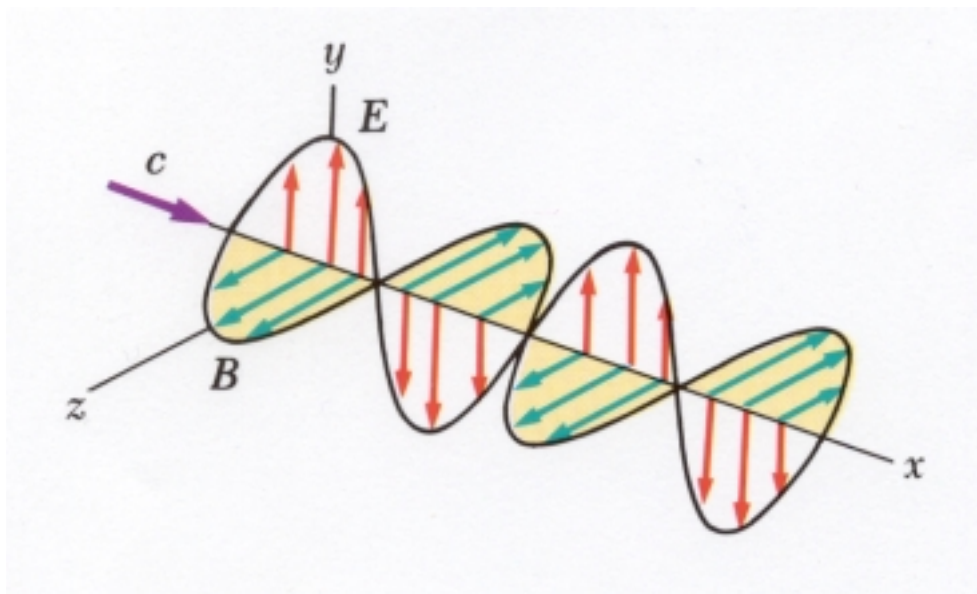
$$\text{όμως } k \frac{d \sin \theta}{2} = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{d \sin \theta}{2} = \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}.$$

Έπεται λοιπόν

$$\text{όταν } d \sin \theta = m\pi \Rightarrow \hat{A} = \max$$

$$\text{όταν } d \sin \theta = (m + \frac{1}{2})\pi \Rightarrow \hat{A} = \min$$

ΗΜΜ κύματα: (πολωμένο κύμα)



Ένταση ηλεκτρικού πεδίου (αρμονικό κύμα) στον y -άξονα και η ένταση του μαγνητικού πεδίου στον z -άξονα. Το κύμα οδεύει κατά τον x -άξονα

Ορίζουμε ως **διάνυσμα Poynting** το μέγεθος, $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$ (μονάδες Watt/m^2)

το οποίο παριστάνει τον **ρυθμό ροής της ενέργειας** κατά την διεύθυνση διάδοσης του κύματος, δηλ. πόση ενέργεια διαρρέει κάθετα την μονάδα επιφανείας στη μονάδα του χρόνου.

Στη περίπτωση πολωμένου αρμονικού κύματος (του προηγούμενου σχήματος),

$$E_y(t) = E_0 \cos(\omega t - kx + \phi)$$

$$B_z(t) = B_0 \cos(\omega t - kx + \phi)$$

Η μέση τιμή (χρονικά) του διανύσματος Poynting ισούται με (επαληθεύσατέ το),

$$\bar{S} = E_0 B_0 / 2\mu_0$$

Ομως τα δύο πεδία συνδέονται με την σχέση, $B = E/c$, άρα η προηγούμενη σχέση μπορεί να τεθεί και στη μορφή,

$$\bar{S} = \frac{E_0^2}{2c\mu_0} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_0^2$$

όπου χρησιμοποιήσαμε τη σχέση $c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$. (Στην ίδια σχέση θα καταλήγαμε αν χρησιμοποιούσαμε τον ορισμό της εμπέδησης που μελετήσαμε στο Κεφ. 4. Η ποσότητα $Z = \mu_0 c$ είναι η εμπέδηση του κενού για ΗΜΜ κύματα).

Αν το ΗΜΜ κύμα διαδίδεται μέσα σε υλικό μέσο, η προηγούμενη σχέση τροποποιείται ως εξής,

$$\bar{S} = E_0^2 / (2c\mu)$$

όπου (ϵ, μ) είναι η διηλεκτρική σταθερά και μαγνητική διαπερατότητα του μέσου.

Η ποσότητα $I \equiv \bar{S}$ καλείται ένταση της ακτινοβολίας του κύματος.

Συμβολή των 2 ΗΜΜ κυμάτων:

Η ένταση του συνιστάμενου ΗΜΜ κύματος είναι,

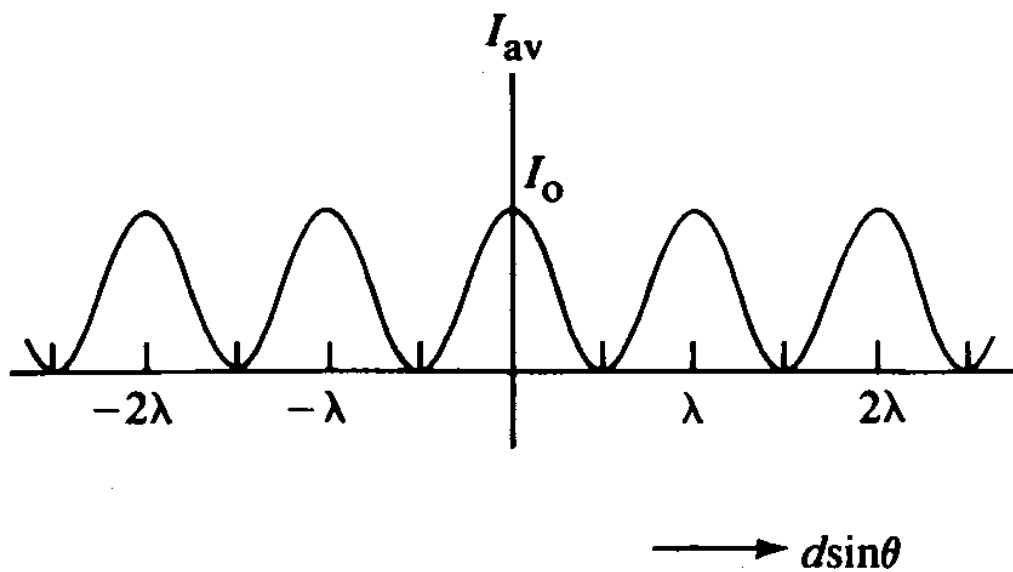
$$E_y(t) = \hat{E}_0 \cos(\omega t - kr + \phi)$$

όπου $\hat{E}_0 = 2E_0 \cos(\pi d \sin \theta / \lambda)$. Η ένταση της ακτινοβολίας του ΗΜΜ κύματος ισούται (στο κενό) με

$$\begin{aligned} I &\equiv \bar{S} = \hat{E}_0^2 / (2c\mu_0) \\ &= \frac{4E_0^2}{2c\mu_0} \cos^2\left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}\right) = I_0 \cos^2\left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}\right) \end{aligned}$$

όπου $I_0 = 2E_0^2 / (c\mu_0)$ η μέγιστη τιμή. Τα ακρότατα της συνάρτησης $I=I(\theta)$ είναι,

$$I = \begin{cases} I_0, & \text{για } d\sin\theta = m\lambda \\ 0, & \text{για } d\sin\theta = (m + \frac{1}{2})\lambda \end{cases}$$



Κατανομή της εντάσεως της ακτινοβολίας από δύο παράλληλες σχισμές