Κεφ. 15 *(pages 1-18)*

ΜΑΓΝΗΤΙΚΕΣ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΕΙΣ

ΠΡΩΤΕΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ:

- *Αρχαίοι Ελληνες (800π.Χ.)* *Μεταλλεύματα σιδήρου (από Μαγνησία Μ. Ασίας). Επίσης Fe, Co, Mn και κράμματα*

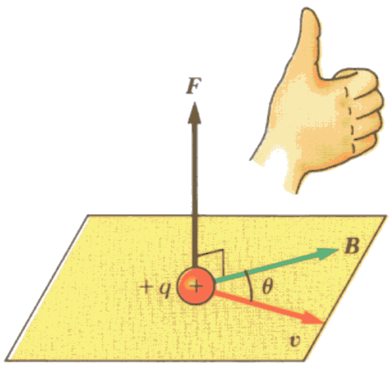
- *Oersted (1820):* *μαγνητική βελόνη υφίσταται εκτροπή όταν κάποιο κοντεινό καλώδιο διαρρέεται από ρεύμα*

- *Faraday-Henry(1831)-Maxwell(1878):* *απέδειξαν ότι υπάρχει στενή σχέση μεταξύ ηλεκτρικών και μαγνητικών φαινομένων*

Οταν δοκιμαστικό φορτίο q βρίσκεται κοντά σε ρεύματα υφίσταται δύναμη κάθετη προς την διεύθυνση της ταχύτητάς του και με μέτρον ανάλογο της ταχύτητάς του,

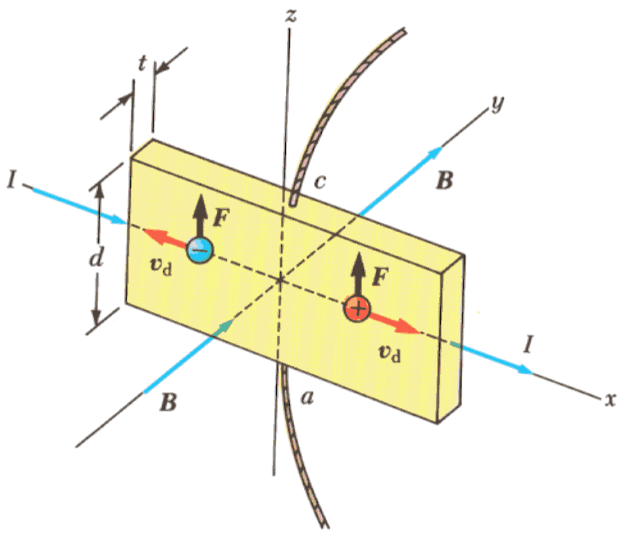
$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (\nu \acute{o} \mu o \varsigma \text{ Lorentz})$$

$\vec{\mathrm{B}}$ *καλείται* *έντaση του μαγνητικού πεδίου* *ή μαγνητική επαγωγή (μονάδες: 1 Weber/m^2 ή tesla)*



(a)

Το φαινόμενο Hall *(Edwin Hall 1879): μεταλλική πλάκα, που διαρρέεται από ρεύμα I, τοποθετείται κάθετα σε μαγνητικό πεδίο.*



Παρατηρούμε ότι αναπτύσσεται τάση μεταξύ της πάνω και κάτω επιφάνειας της πλάκας (φαινόμενο Hall).

Ερμηνεία:

Εστω ότι οι φορείς του ηλεκτρικού ρεύματος είναι ηλεκτρόνια, οπότε φορτίο φορέα: $q=-e$

Η δύναμη Lorentz επί του φορέα: $F=q\upsilon B$ *θα σπρώχνει τα ηλεκτρόνια προς τα πάνω.*

Στη κατάσταση ισορροπίας: $q\upsilon B= qE$, *όπου* $E=V/d$. *Συνεπώς η τάση Hall γράφεται*

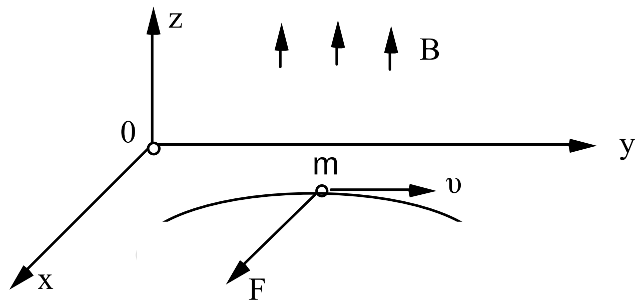
$$V=\upsilon Bd$$

Επειδή $J=nq\upsilon$ *και* $I=JA=nqA\upsilon$, *έπεται* $\upsilon=I/(nqA)$, *άρα*

$$V=\frac{IBd}{nqA}$$

Αυτό το κλασσικό μοντέλλο επαληθεύεται για τα μονοσθενή μέταλλα Li, Na, Cu, Ag,… όμως δεν ισχύει για τα μέταλλα Fe, Bi, Cd,… για τους ημιαγωγούς Si, Ge, … κλπ.

Παράδειγμα: Κίνηση φορτισμένου σωματιδίου μέσα σε μαγνητικό πεδίο.



Κάθετη κίνηση: έστω ότι η ταχύτης υ του σωματιδίου είναι κάθετη προς το ομογενές μαγνητικό πεδίο (διεύθυνση +z)

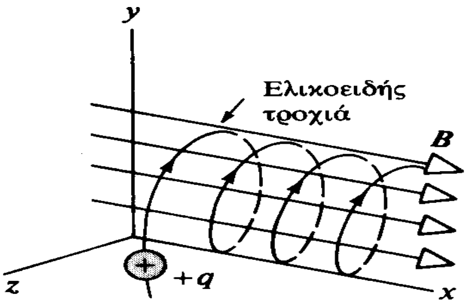
Εξίσωση κίνησης κατά την ακτινική διεύθυνση

$$q\upsilon B = m\frac{\upsilon^2}{R}$$

(κατά τον z-άξονα: $ma_z=0$ και κατά την εφαπτομενική διεύθυνση: $ma_t=0$)

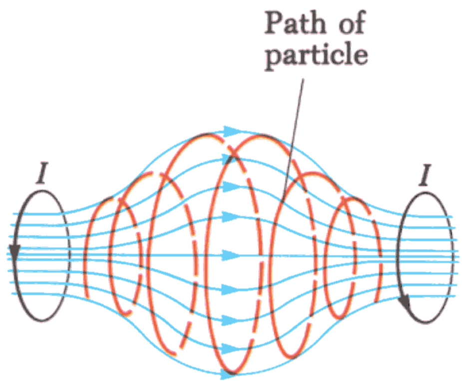
Εχομε προφανώς ομαλή κυκλική κίνηση με ακτίνα $R=m\upsilon/(qB)$ και με συχνότητα $\omega=\upsilon/R=qB/m$ (συχνότης κύκλοτρον)

Ελικοειδής τροχιά: *αν τα διανύσματα* $\vec{\upsilon}$ *και* $\vec{B}$ *δεν είναι κάθετα μεταξύ τους.*



Η συνιστώσες της ταχύτητος ($\upsilon_{||}$,$\upsilon_{\perp}$) *μένουν σταθερές κατά μέτρο*

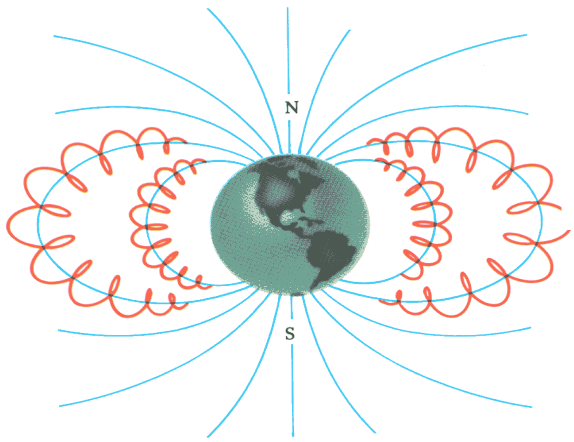
Αν το μαγνητικό πεδίο μεταβάλλεται



Η συνιστώσα $\upsilon_{||}$ *ελαττώνεται καθώς το* $B\uparrow$ *μέχρι να μηδενιστεί και τελικά αλλάζει φορά* $-\upsilon_{||}$ *(υπενθυμίζεται ότι η συνιστώσα* $\upsilon_{||}$ *είναι πολύ μικρή).*

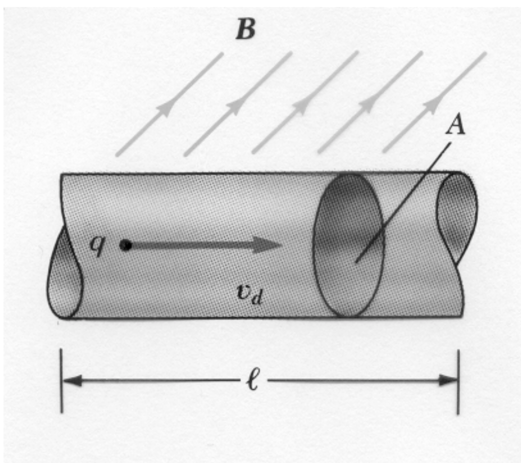
- *παγίδες φορτισμένων σωματιδίων – δημιουργία πλάσματος*

- *ζώνες Van Allen – Βόρειο Σέλας (aurora Borealis)*



(φορτισμένα σωματίδια e,p,.. Κοσμική ακτ.)

Δύναμη επί αγωγού που διαρέεται από ρεύμα

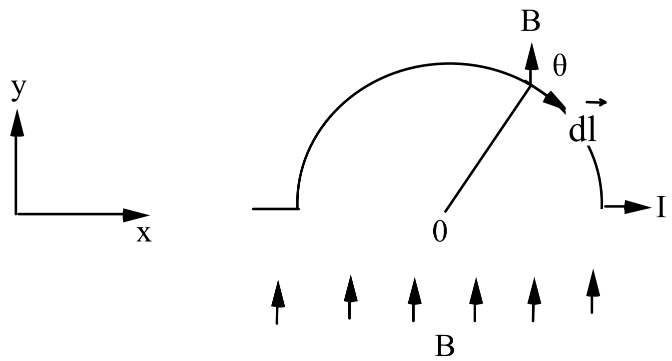


Η δύναμη επί του στοιχειώδους τμήματος dl

$$d\boldsymbol{f}=(nAdl)q\boldsymbol{\upsilon}\times\boldsymbol{B}=Id\boldsymbol{l}\times\boldsymbol{B} \qquad \text{(v. Laplace)}$$

διότι $J=nq\upsilon$ *και* $I=JA=nqA\upsilon$.

Παράδειγμα: *Να υπολογιστεί η δύναμη που εξασκείται από ομογενές μαγνητικό πεδίο B πάνω σε ημικυκλικό αγωγό C (σχήμα), ο οποίος διαρρέεται από ρεύμα I.*



Ο νόμος του Laplace γράφεται

$$d\boldsymbol{f}=Id\boldsymbol{l}\times\boldsymbol{B}=Idl\,B\sin\theta\,\hat{z}$$

συνεπώς, η ολική δύναμη που ασκείται στο ημικύκλιο είναι

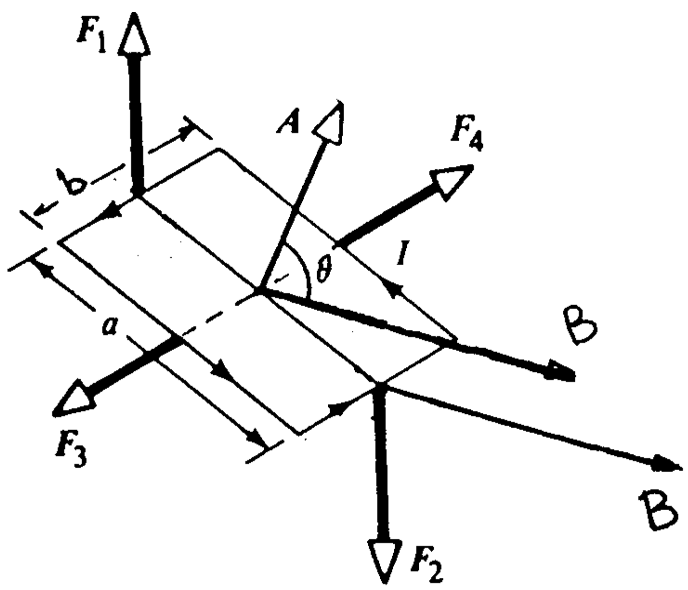
$$\vec{F}_{o\lambda}=\hat{z}IB\int_{C}\sin\theta dl$$

όμως $\sin\theta dl = dx$, *οπότε το ολοκλήρωμα είναι* $\int_C \sin\theta \, dl = \int_{-R}^{+R} dx = 2R$

συνεπώς, $\vec{F}_{ολ} = \hat{z}2IRB$

[Ορθογώνιος βρόχος μέσα σε μαγνητ. πεδίο]

Εστω ότι το πεδίο B σχηματίζει γωνία θ με την κάθετη προς το επίπεδο του βρόχου. Για ευκολία μας έστω ότι το B είναι κάθετο προς τις πλευρές μήκους b.



Οι δυνάμεις επί των πλευρών μήκους a είναι, $F_3 = F_4 = IaB$ *οι οποίες είναι αντίθετες και αλληλοαναιρούνται.*

- *Οι δυνάμεις επί των πλευρών μήκους b είναι* $F_1=F_2=IbB$ *οι οποίες δημιουργούν ζεύγος δυνάμεων με μοχλοβραχίονα* $x=a\sin\theta$.
- *Η ολική ροπή γύρω από το 0 έχει μέτρο*

$$\tau=F_1x= F_1a\sin\theta= IbB\, a\sin\theta=IAB\sin\theta \quad (1)$$

όπου $A=ab$. *Βλέπουμε ότι* $\tau=IAB=max$ *όταν όταν το πεδίο B είναι παράλληλο προς το επίπεδο του βρόχου* ($\theta=90$) *και* $\tau=0=min$ *όταν το πεδίο B είναι κάθετο προς το επίπεδο του βρόχου* ($\theta=0$).

Η (1) γράφεται σε διανυσματική μορφή,

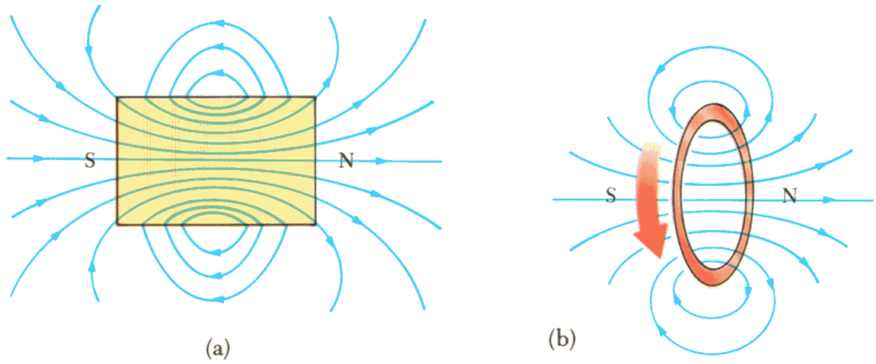
$$\vec{\tau} = I\vec{A}\times\vec{B} \qquad (2)$$

Η διανυσματική ποσότης $\vec{\mu} = I\vec{A}$ *καλείται μαγνητική ροπή του βρόχου (μονάδες:* $A\text{-}m^2$*) οπότε η (2) γράφεται,*

$$\vec{\tau} = \vec{\mu}\times\vec{B}$$

η οποία ισχύει για κάθε βρόχο εμβαδού A.

Παρατηρούμε ότι ο βρόχος συμπεριφέρεται σαν ένα μαγνητικό δίπολο (βλέπε σχήμα).

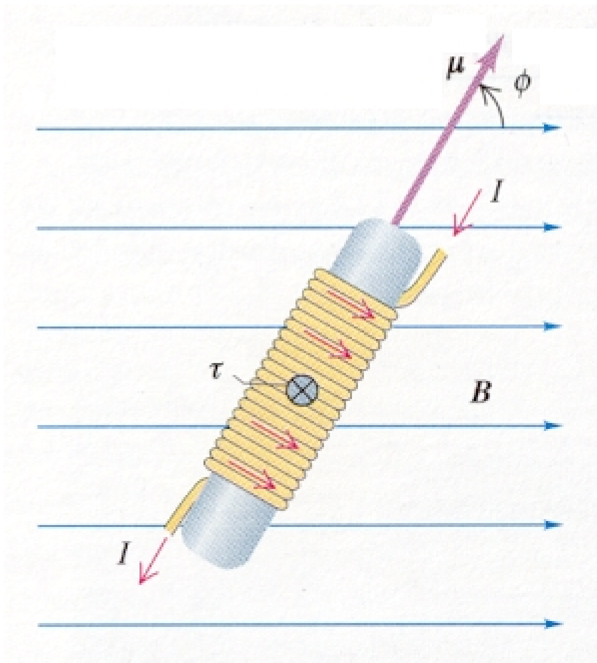


- *Η δυναμική ενέργεια του βρόχου μέσα σε μαγνητικό πεδίο υπολογίζεται με το ίδιο τρόπο όπως και στο ηλεκτρικό δίπολο μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο. Εχομε λοιπόν κατ' αναλογίαν*

$$U=-\mu B\cos\theta=-\vec{\mu}\cdot\vec{B}$$

δηλ. η ελαχίστη δυναμική ενέργεια του βρόχου είναι όταν προσανατολίζεται κάθετα (θ=0) προς το μαγνητικό πεδίο, ή αλλιώς όταν το μαγν. δίπολο παίρνει τη διεύθυνση και φορά του μαγν. πεδίου.

Το πηνίο (N βρόχοι) του παρακάτω σχήματος έχει ελαχίστη ενέργεια όταν προσανατολιστεί κατά την διεύθυνση του πεδίου B.

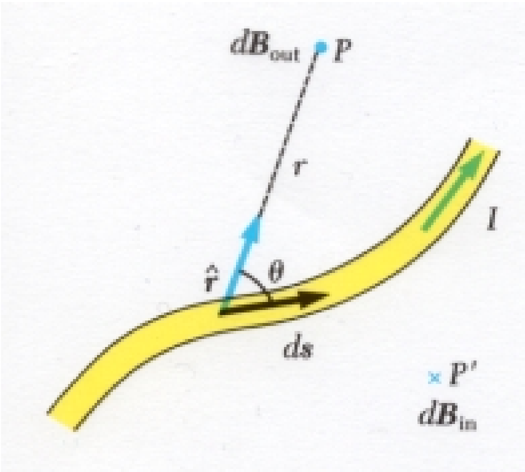


Δημιουργία μαγνητικού πεδίου

(από κινούμενα φορτία ή από ρεύματα)

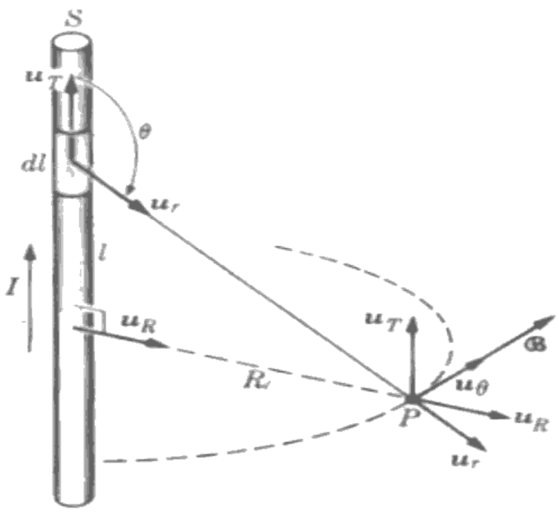
Νόμος των Biot-Savart (εμπειρικός νόμος): Η ένταση του μαγν. πεδίου στο σημείο P

$$d\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{Id\vec{s}\times\hat{r}}{r^2}$$



όπου $\mu_o/4\pi=10^{-7}$Webers/A-m. Η σταθερά μ_o καλείται μαγνητική διαπερατότης του κενού

Παράδειγμα: Μαγνητικό πεδίο ευθύγραμμου αγωγού



Το πεδίο στο σημείο P είναι

$$\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi}\int_C \frac{Id\vec{s}\times\hat{r}}{r^2}$$

όμως $d\vec{s}\times\hat{r} = ds\cdot 1\cdot sin\theta\,\hat{\theta}$ *(στο σχήμα* $\hat{\theta}\to\hat{u}_\theta$*). Από το σχήμα έχομε* $sin\theta = R/r$ *και* $r=\sqrt{R^2+s^2}$*, επομένως το ολοκλήρωμα γράφεται,*

$$\vec{B} = \hat{\theta}\frac{\mu_o}{4\pi}IR\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{ds}{(R^2+s^2)^{3/2}}$$

Το ολοκλήρωμα υπολογίζεται

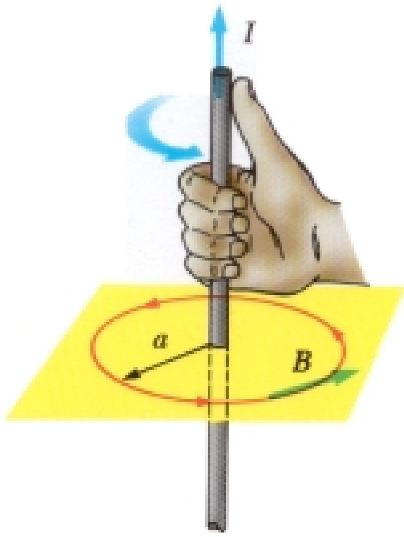
$$\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{ds}{(R^2+s^2)^{3/2}} = 2\int_{0}^{+\infty}\frac{ds}{(R^2+s^2)^{3/2}}$$

$$= 2\left[\frac{s}{R^2\sqrt{R^2+s^2}}\right]_0^{+\infty} = \frac{2}{R^2}\lim_{s\to\infty}\frac{s}{\sqrt{R^2+s^2}} = \frac{2}{R^2}$$

επομένως το μαγν. πεδίο στο σημείο P είναι

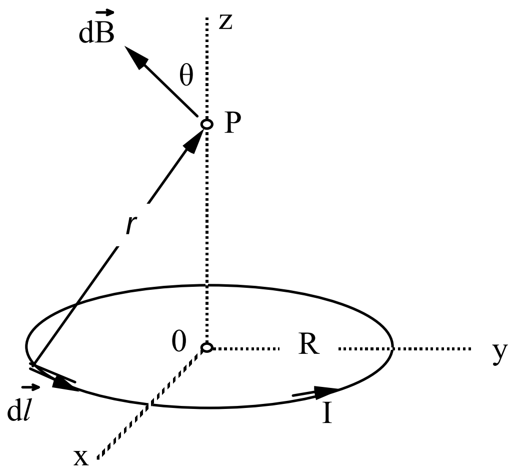
$$\vec{B} = \hat{\theta}\frac{\mu_o}{2\pi}\frac{1}{R}$$

δηλ. οι δυναμικές γραμμές είναι περιφέρειες ομόκεντρων κύκλων



Παράδειγμα: Μαγνητικό πεδίο κυκλικού δακτυλίου

Υπολογίζομε το πεδίο σε σημεία P πάνω στον άξονα του δακτυλίου



λόγω συμμετρίας επιζεί μόνο η z-συνιστώσα του πεδίου dB, άρα

$$dB_z = dBcos\theta = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{Ids}{r^2}cos\theta$$

Από το σχήμα έχομε cosθ=R/r και $r=\sqrt{R^2+z^2}$*, επομένως το μαγνητικό πεδίο στο P ισούται,*

$$B_z = \frac{\mu_o}{4\pi}IR\int_C \frac{ds}{(R^2+z^2)^{3/2}} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{IR}{(R^2+z^2)^{3/2}}\int_C ds$$

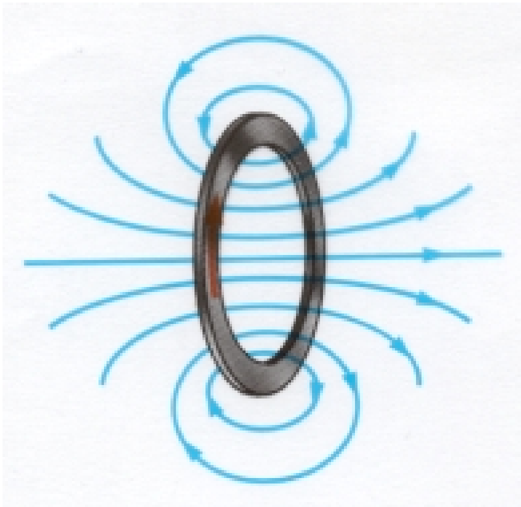
το ολοκλήρωμα υπολογίζεται πάνω στη περιφέρεια του κύκλου $\int_C ds = 2\pi R$*, συνεπώς το πεδίο ισούται*

$$B_z = \frac{\mu_o}{2}\frac{IR^2}{(R^2+z^2)^{3/2}}$$

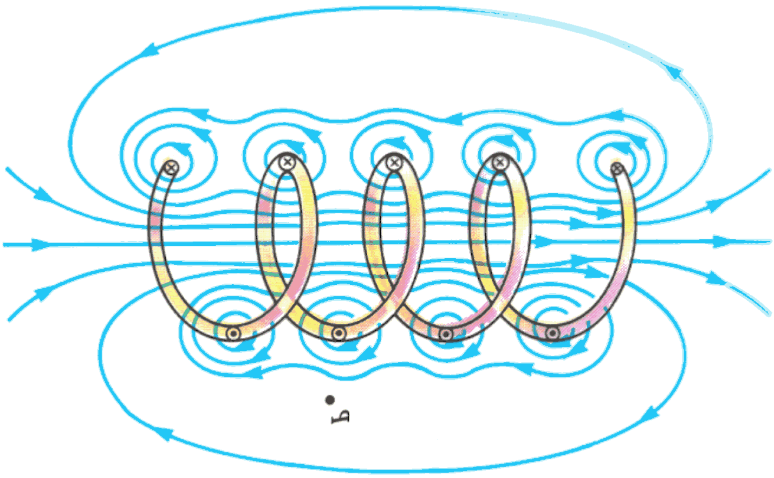
αν ορίσουμε ως διπολική ροή του κυκλικού δακτυλίου $\mu = I\pi R^2$*, η προηγούμενη σχέση παίρνει τη μορφή*

$$B = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{\mu}{(R^2 + z^2)^{3/2}}$$

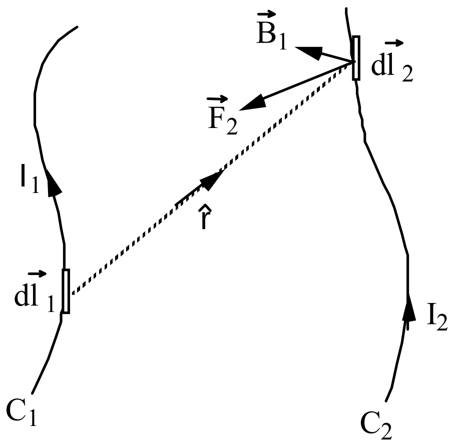
όπου έχουμε παραλείψει τον δείκτη z



Μαγνητικό πεδίο σωληνοειδούς (N δακτύλιοι)



Δυνάμεις μεταξύ δύο αγωγών που διαρρέονται από ρεύμα



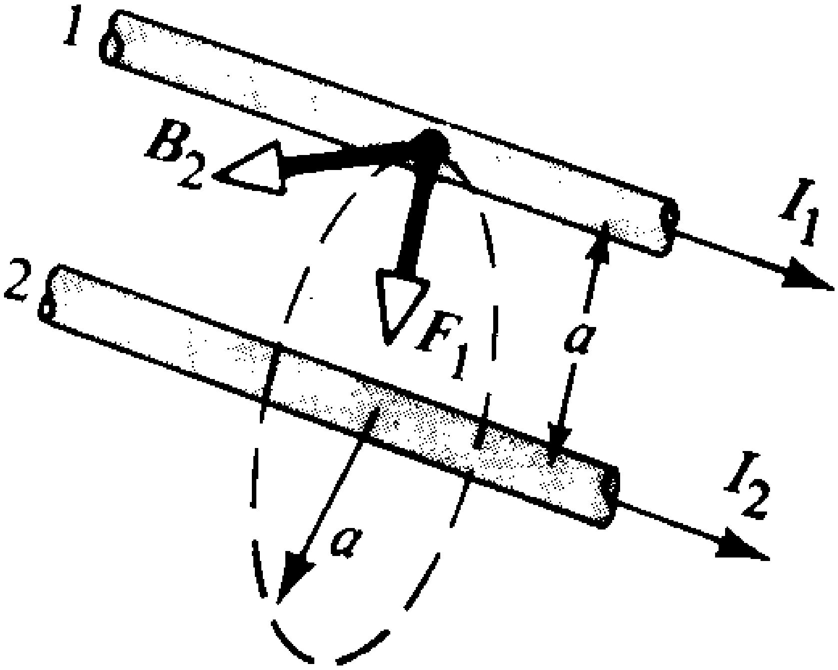
Η δύναμη F_2 που δέχεται ο αγωγός 2 από το πεδίο B_1 που δημιουργεί ο αγωγός 1 είναι,

$$\vec{F}_2 = \int_{C_2} I_2 d\vec{s}_2 \times \vec{B}_1$$

όπου $\vec{B}_1 = \int_{C_1} \frac{I_1 d\vec{s}_1 \times \hat{r}}{r^2}$ *είναι το μαγν. πεδίο στο "σημείο" του στοιχείου ds_2 που οφείλεται στο ρεύμα I_1 και r είναι το διάνυσμα θέσης του ds_2 (με αρχή το ds_1). Συνεπώς η δύναμη F_2 ισούται*

$$\vec{F}_2 = \int_{C_2} I_2 d\vec{s}_2 \times \int_{C_1} \frac{I_1 d\vec{s}_1 \times \hat{r}}{r^2}$$

Εφαρμογή: Δύναμη μεταξύ δύο παραλλήλων αγωγών απείρου μήκους που διαρρέονται από ρεύματα I_1 και I_2, αντίστοιχα.



Εχομε βρει ότι το πεδίο που δημιουργεί το ρεύμα I_2 είναι $B_2 = \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I_2}{a}$

Οπότε η δύναμη που δέχεται ένα μήκος l του σύρματος 1 είναι

$$F_1 = I_1 l B_2 = l\frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{a}$$